Комаров Андрей Валерьевич,
Кротков Павел Андреевич,
Кучеренко Демид Сергеевич,
Ульянцев Владимир Игоревич

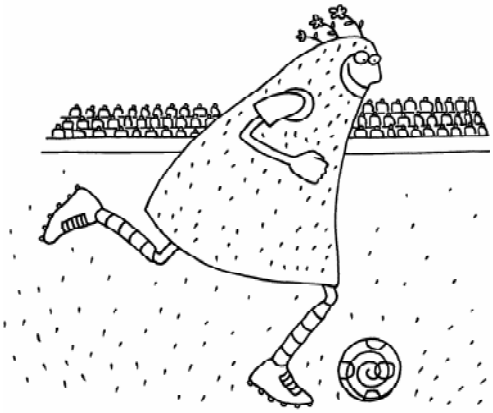
ЗАДАЧА «ТЕЛЕСЪЕМКА»

Этой статьей мы продолжаем цикл публикаций олимпиадных задач по информатике для школьников. Решение таких задач и изучение разборов поможет повысить уровень практических навыков программирования и подготовиться к олимпиадам по информатике.

В этой статье рассматривается задача «Телесъемка», которая предлагалась на Второй командной интернет-олимпиаде по программированию в 2012–2013 учебном году. Материалы этой олимпиады можно найти на сайте http://neerc.ifmo.ru/school/io/.

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Для съемок финального матча «Ротор – Закат» была нанята лучшая съемочная группа. Несмотря на то, что их работа была выполнена на высочайшем уровне, после просмотра записи выяснилось, что один из игроков Заката ни разу не попал в кадр. Но тренеру интересны действия всех игроков, в том числе и того, которого не оказалось на записи – например, тренеру интересен маршрут, по которому такой игрок мог передвигаться на протяжении матча.



Для упрощения задачи будем считать, что игровое поле представляет собой клетчатый прямоугольник $w \times h$ клеток. Каждую секунду каждый игрок обязательно перебегает в соседнюю по стороне клетку. Съемка же является последовательностью из n кадров, в каждом из которых виден некоторый подпрямоугольник поля, противоположные вершины которого расположены в клетках (x_{i_1}, y_{i_1}) и (x_{i_2}, y_{i_2}). Поскольку известно, что этот игрок ни разу не попал в кадр, содержимое кадров не важно, важно лишь то, какой участок поля снимался в каждый момент времени. При этом съемка производится с частотой один кадр в секунду.

Ваша задача – помочь тренеру и восстановить какой-либо маршрут, по которому мог перемещаться игрок, не попавший в кадр на протяжении всего матча.

Формат входного файла

В первой строке заданы натуральные числа w и h ($1 \le w, h \le 300$) – ширина и дли-

на поля. Во второй строке задано число n ($1 \le n \le 300$) – число кадров съемки.

В следующих строках задано по четыре числа x_{i_1}, y_{i_1}, x_{i_2} и y_{i_2} ($1 \le x_{i_1} \le x_{i_2} \le w$, $1 \le y_{i_1} \le y_{i_2} \le h$) – координаты левого нижнего и правого верхнего угла прямоугольника, соответствующего видимой на i-м кадре части поля.

Формат выходного файла

Выведите n строк, в каждой из которых должно быть по два натуральных числа x_i и y_i ($1 \le x_i \le w$, $1 \le y_i \le h$) – координаты клетки, в которой мог оказаться этот игрок на i-й секунде. Выведите 'Impossible', если не существует маршрута, перемещаясь по которому игрок мог ни разу не попасть в камеру.

Примеры входных и выходных данных

broadcast.in	broadcast.out
3 2 5 1 1 2 1 2 1 2 1 2 2 3 2 2 2 3 2 2 1 2 2	1 2 2 2 2 1 3 1 3 2

РАЗБОР ЗАДАЧИ

Алгоритм, решающий данную задачу, является модификацией известного алгоритма поиска в ширину [1]. Сам поиск в ширину уже многократно описан в различной литературе, поэтому мы приведем только его упрощенный вариант, оптимально подходящий для решения этой задачи.

Определим *состояние* игрока как тройку чисел (t, x, y), где x и y – координаты игрока на поле, а t – секунда, в которую он там находится. Чтобы решить задачу, посчитаем для каждого состояния значение `cell[t][x][y]` следующим образом (см. формулу (1) ниже).

В листинге 1 приведена реализация инициализации массива `cell`, в котором будут храниться эти значения.

Далее нам необходимо посчитать все остальные значения функции. Понятно, что в момент времени $t = 1$ футболист может оказаться в любой клетке, не попадающей в первый кадр. Также можно заметить, что попасть в состояние (t, x, y) футболист мог только из состояния $(t-1, x', y')$, где клетка

$$cell[t][x][y] = \begin{cases} -1, \text{ если в момент времени } t \text{ клетка } (x, y) \text{ попадает в кадр} \\ 1, \text{ если игрок может оказаться в клетке } (x, y) \text{ в момент времени } t \\ 0, \text{ если игрок не может оказаться в клетке } (x, y) \text{ в момент времени } t \end{cases} \quad (1)$$

Листинг 1. Инициализация массива `cell`

```
for i := 1 to MAXN do
  for j := 1 to MAXW do
    for k := 1 to MAXH do
      cell[i][j][k] := 0;
read(w, h);
read(n);
for i := 1 to n do begin
  read(ax, ay, bx, by);
  for x := ax to bx do
    for y := ay to by do
      cell[i][x][y] := -1;
end;
```

Листинг 2. Функция `in_bounds`

```
function in_bounds(w, h, x, y : longint) : boolean;
begin
    result := not ((x < 1) or (x > w) or (y < 1) or (y > h));
end;
```

(x', y') соседствует с клеткой (x, y).

В листинге 2 приведена реализация функции, проверяющей, лежит ли клетка с координатами (x, y) внутри поля размером $w \times h$ клеток (в дальнейшем нам неоднократно понадобится это делать).

Кроме этого, в начале программы необходимо объявить два вспомогательных константных массива, которые позднее пригодятся нам для более удобного перебора всех соседей клетки (x, y). Их объявление приведено в листинге 3.

Теперь у нас есть все необходимое для того, чтобы посчитать значения функции *cell* во всех состояниях так, как это определено выше (листинг 4).

Проверим, существует ли вообще путь, по которому футболист мог перемещаться,

Листинг 3. Объявление массивов `dx` и `dy`

```
const
  dx : array [1..4] of longint = (-1, 1, 0, 0);
  dy : array [1..4] of longint = (0, 0, -1, 1);
```

Листинг 4. Подсчет значений функции `cell`

```
for i := 1 to n do begin
  for x := 1 to w do begin
    for y := 1 to h do begin
      if (i = 1) then begin
        if (cell[i][x][y] = 0) then
          cell[i][x][y] := 1;
        continue;
      end;
      if (cell[i][x][y] = -1) then continue;
      for d := 1 to 4 do
        if ((in_bounds(w, h, x + dx[d], y + dy[d]))
        and (cell[i - 1][x + dx[d]][y + dy[d]] = 1)) then
          cell[i][x][y] := 1;
    end;
  end;
end;
```

Листинг 5. Проверка существования ответа

```
fx := -1;
fy := -1;
possible := false;
for x := 1 to w do
  for y := 1 to h do
    if (cell[n][x][y] = 1) then begin
      possible := true;
      fx := x;
      fy := y;
    end;

if (not possible) then begin
  writeln('Impossible');
  close(input);
  close(output);
  halt;
end;
```

Листинг 6. Восстановление существующего ответа

```
for i := n downto 1 do begin
  ans_x[i] := fx;
  ans_y[i] := fy;
  if (i = 1) then break;
  for d := 1 to 4 do begin
    tx := fx + dx[d];
    ty := fy + dy[d];
    if ((in_bounds(w, h, tx, ty))
    and (cell[i - 1][tx][ty] = 1)) then begin
      fx := tx;
      fy := ty;
      break;
    end;
  end;
end;
for i := 1 to n do
  writeln(ans_x[i], ' ', ans_y[i]);
```

не попадая ни в какой кадр. Заметим, что путь существует тогда и только тогда, когда футболист мог оказаться хотя бы в одном состоянии, которому соответствует время $t = n$. Реализация этой части программы приведена в листинге 5.

То, что после выполнения этой части программа не завершилась (`possible = true`), означает, что путь существует, и нам необходимо его восстановить и вывести. Последней клеткой подходящего пути могла оказаться клетка с координатами (`fx`, `fy`), которую мы нашли на предыдущем этапе. Начнем восстановление пути с нее и $n - 1$ раз повторим поиск той клетки, из которой мы могли прийти в текущую. Заодно будем записывать координаты клеток, которые мы проходим, в массивы `ans_x` и `ans_y`, которые затем будут выведены в качестве ответа. Реализация этой части программы приведена в листинге 6.

Заметим, что по приведенному коду несложно оценить время его работы: суммарно программа выполнит $O(n \times w \times h)$ операций, и время ее выполнения при данных в условии ограничениях однозначно уложится в ограничение на время работы программы.

Комаров Андрей Валерьевич,
студент третьего курса кафедры «Компьютерные технологии» НИУ ИТМО, член жюри Интернет-олимпиад по информатике,

Кротков Павел Андреевич,
студент третьего курса кафедры «Компьютерные технологии» НИУ ИТМО, член жюри Интернет-олимпиад по информатике,

Кучеренко Демид Сергеевич,
студент второго курса кафедры «Компьютерные технологии» НИУ ИТМО, член жюри Интернет-олимпиад по информатике,

Ульянцев Владимир Игоревич,
студент шестого курса кафедры «Компьютерные технологии» НИУ ИТМО, член жюри Интернет-олимпиад по информатике.

Литература

1. *Скиена С.* Алгоритмы. Руководство по разработке. 2-е изд.: Пер. с англ. СПб.: БХВ-Петербург, 2011.