

Люблинская Ирина Ефимовна

TI-NSPIRE™ CAS ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ И ОСНОВНЫХ НАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

ВВЕДЕНИЕ

Инновационная обучающая система TI-Nspire CAS, производящаяся компанией Texas Instruments, США, является единственным в мире технологическим продуктом, который включает в себя динамическую программу для изучения всех разделов школьной математики и лабораторию для изучения основных научных дисциплин. Этот продукт объединяет в себе поддержку геометрии, анализа, алгебры, статистики и работу с физическими датчиками. При этом объединение приложений программы создано не по принципу коллекции (как у Автографа), а на основе общих форматов данных, допускающих обмен данным между приложениями.

Обучающую систему TI-Nspire CAS можно использовать на персональных компьютерах и учебных наладонниках, которые могут быть в обычных классах или дома

(рис. 1). Наладонники имеют небольшой цветной дисплей. Выпущена также полная версия программного обеспечения системы для iPad, которая отвечает вызову времени – у детей все большее распространение получают компьютеры такого типа.

Помимо программного обеспечения для изучения предмета, этот продукт включает в себя систему TI-Nspire Navigator для поддержки локальной беспроводной сети между компьютером учителя и компьютерами (или наладонниками) учеников (рис. 2). Это позволяет учителю видеть работу каждого ученика в реальном времени, создавать, рассылать и собирать тесты и задания для учеников, оценивать работу учеников и предоставлять ученикам возможность демонстрировать свою работу всему классу со своего компьютера (или наладонника) через компьютер учителя.

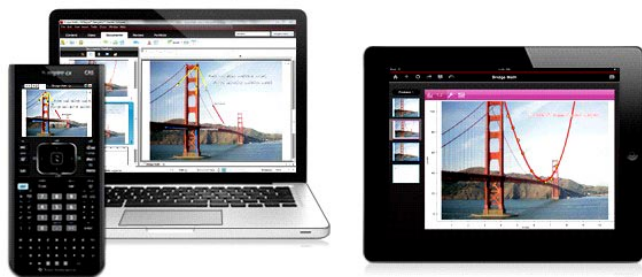


Рис. 1



Рис. 2

В программе также имеется возможность создавать динамические презентации, которые проигрываются специальным бесплатным плеером.

Полный программный продукт TI-Nspire CAS состоит из нескольких компонент

Для учеников:

1. Программная среда «Математика и естественные науки». TI-Nspire CAS версия ученика этой среды включает:

а) систему компьютерной алгебры, динамическую геометрию, программу работы с графиками функций, электронные таблицы, программу поддержки статистики, интерактивный блокнот и физическую лабораторию (датчики продаются отдельно);

б) средства создания мультимедийных документов, включающих тексты, гиперссылки, видео и изображения; средства создания портфолио;

в) среду программирования на языке Lua.

2. Цветной учебный наладонник TI-Nspire CAS CX, включающий а) и б).

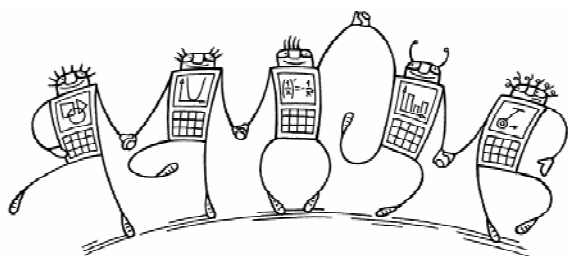
Для учителей:

3. ПО «Математика и естественные науки» TI-Nspire CAS версия учителя, включающая всё, что включено в версию ученика, а также приложение по созданию контрольных и самостоятельных работ, а также тестовых вопросов в различных форматах.

4. Станции для зарядки и передачи данных.

5. ПО TI-Nspire Navigator CAS для сетевых компьютеров или учебных наладонников (подсоединение через беспроводную связь), включающая:

а) ПО «Математика и естественные науки» TI-Nspire CAS версия учителя;



...включает систему компьютерной алгебры, динамическую геометрию, программу работы с графиками функций, ...программу поддержки статистики, ...и физическую лабораторию...

б) систему организации работы с классом – электронный журнал (портфолио), менеджер компьютеров (или учебных наладонников) учеников для обмена документами контроля работы учащихся во время урока, демонстрации работы учеников в реальном времени и т. д.

6. TI-Nspire Document Player – бесплатная ограниченная версия программы для «проигрывания» документов без лицензионной копии программы. Проигрывание возможно только для документов, не требующих ввода данных в программу или построений.

Впервые TI-Nspire CAS технологии были апробированы в Европе и Северной Америке в 2006 году. В 2007 TI-Nspire CAS технологии появились на рынке. С тех пор эти технологии нашли применение в школах стран Северной Америки (США, Канада и Мексика), Южной Америки (Колумбия и Чили), Австралии и Новой Зеландии, Азии (Китай и Индия), Европы (10 стран) и Африки (Марокко). Апробация этих технологий в России началась в августе 2011 года в четырёх школах Санкт-Петербурга: Лицей «Физико-техническая школа» Калининского района, Гимназия № 177 Красногвардейского района, ГОУ СОШ № 558 с углубленным изучением математики Выборгского района, Школа № 597 – лицей компьютерных технологий Приморского района.

Учителя – участники пилотного проекта отмечают как плюс определенную достаточность одной технологии взамен нескольких отдельных пакетов. Школьники легко осваивают наладонники и свободно пользуются их возможностями.

От имени компании Texas Instruments и от себя лично хочу поблагодарить учителей и администрацию школ, участвовавших в этом проекте и продолжающих использовать TI-Nspire CAS технологии в классе. На основе опыта работы учителей – участников проекта появилась реальная возможность эффективного внедрения этих технологий для изучения математики и естественных наук в российских школах.

Для ознакомления более широкого круга педагогов с этими технологиями в 2013

году в каждом выпуске журнала читатели смогут найти различные аспекты программы TI-Nspire CAS. В этом выпуске читатели ознакомятся с приложениями **Графики (Graphs)** и **Калькулятор (Calculator)** на примере решения систем уравнений и неравенств.

План публикаций по TI-Nspire CAS в следующих выпусках журнала:

2. Исследование случайной выборки из данного набора чисел. Среднее, медиана и мода – работа с приложениями **Статистика (Data & Statistics)** и **Электронная Таблица (Lists & Spreadsheets)**.

3. Задачи на геометрическое место точек и траектории – работа с приложением **Геометрия (Geometry)**.

4. Использование датчиков для сбора экспериментальных данных. Обработка экспериментальных данных при помощи статистических регрессий и моделирование по экспериментальным данным – работа с приложением **Лаборатория (Vernier DataQuest)**.

5. Создание тестов для оценки работы учащихся и самопроверки – работа с приложением **Опросник (Questions)**.

6. Введение в программирование.

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ, В ТОМ ЧИСЛЕ С ПАРАМЕТРОМ

В качестве первого примера рассмотрим графическое исследование числа решений системы двух линейных уравнений. Сначала

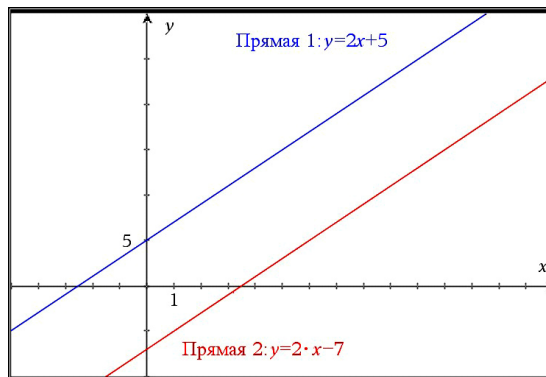


Рис. 3

ла в программе строятся графики двух линейных функций (рис. 3).

Затем ученикам предлагается использовать инструменты вращения и перемещения для манипуляции с графиком одной из прямых (в приведенном примере положение прямой 1 фиксируется, так что ученики могут менять график только прямой 2). На основе наблюдений ученики выдвигают гипотезу об условиях, при которых система двух линейных уравнений не имеет решений, имеет одно решение или имеет бесконечное множество решений.

При вращении центром поворота по умолчанию является точка пересечения прямой с осью ординат. Поэтому в уравнении прямой динамически меняется угловой коэффициент, а свободный член не меняется (рис. 4).

Соответственно при перемещении меняется свободный член в то время, как угловой коэффициент остаётся постоянным (рис. 5).

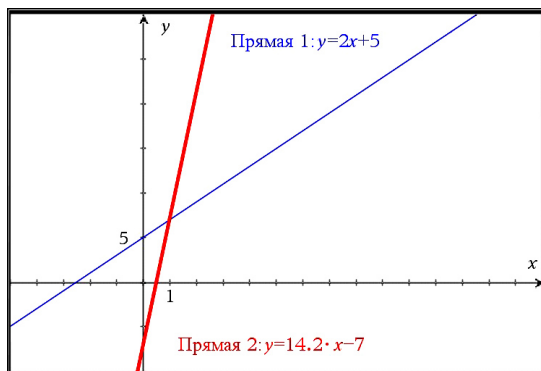


Рис. 4

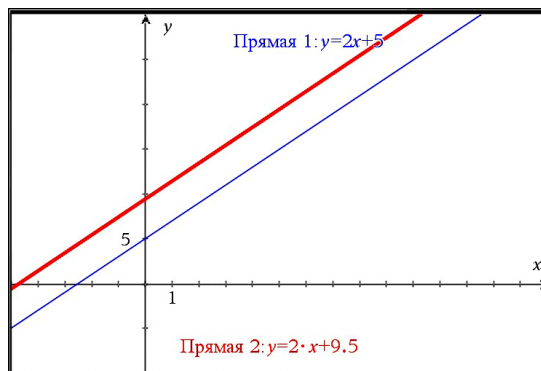


Рис. 5

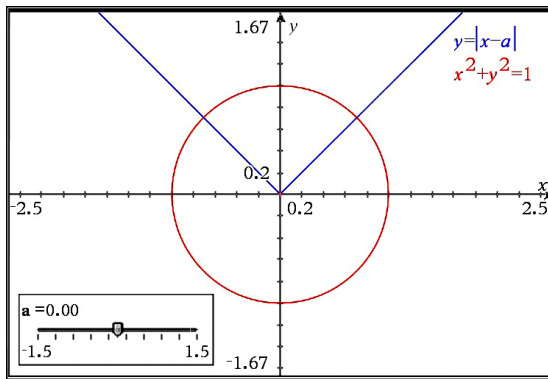


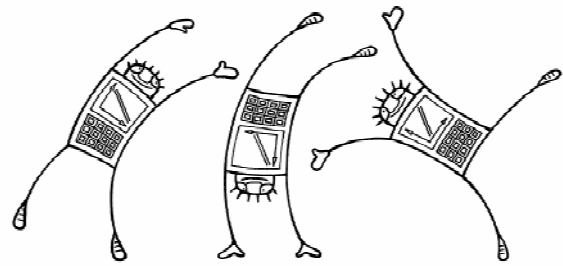
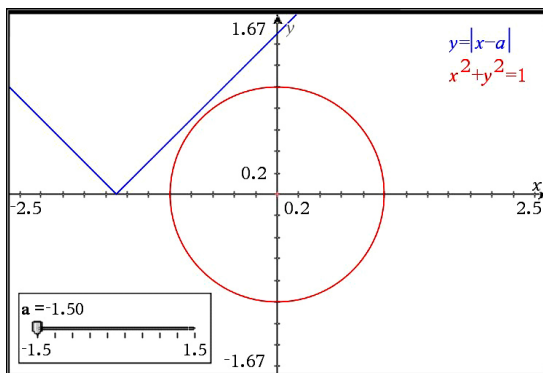
Рис. 6

В процессе компьютерного эксперимента ученики определяют условия, при которых две прямые имеют только одну общую точку, не пересекаются или совпадают. Благодаря динамическому характеру приложения, ученики могут рассмотреть различные ситуации и убедиться в том, что

1) Для пересечения прямых в одной точке необходимо и достаточно, чтобы угловые коэффициенты прямых были разными.

2) Если угловые коэффициенты прямых равны, то прямые параллельны или совпадают, в зависимости от свободных членов уравнений.

В этом примере мы использовали инструменты движений для изменения графика одной из функций. В следующем примере мы рассмотрим систему уравнений с параметром, который мы зададим при помощи слайдера. Перед учениками ставится задача исследования числа решений системы уравнений $\begin{cases} y = |x - a|, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ в зависимости от значе-



При вращении ... в уравнении прямой динамически меняется угловой коэффициент...

ния параметра a . Затем ученики находят решения системы уравнений в каждом случае (рис. 6).

При использовании слайдера, ученики исследуют взаимное расположение ломаной и окружности и убеждаются в том, что система может не иметь решений, когда график ломаной не пересекает окружность (рис. 7).

Система может иметь только одно решение, когда одна из веток графика функции является касательной к окружности (рис. 8).

Система может иметь два решения, когда одна из веток графика функции пересекает окружность дважды, а другая ветка окружность не пересекает, или каждая ветка графика пересекает окружность только один раз (рис. 9).

Для аналитического решения ученики сначала должны найти значение параметра a , при котором ветви графика функции являются касательными к окружности. Поскольку при этом расстояние от центра окружности до точки касания равно радиусу окружности, достаточно решить урав-

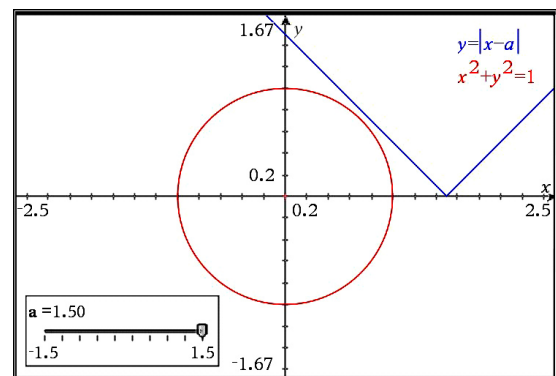


Рис. 7

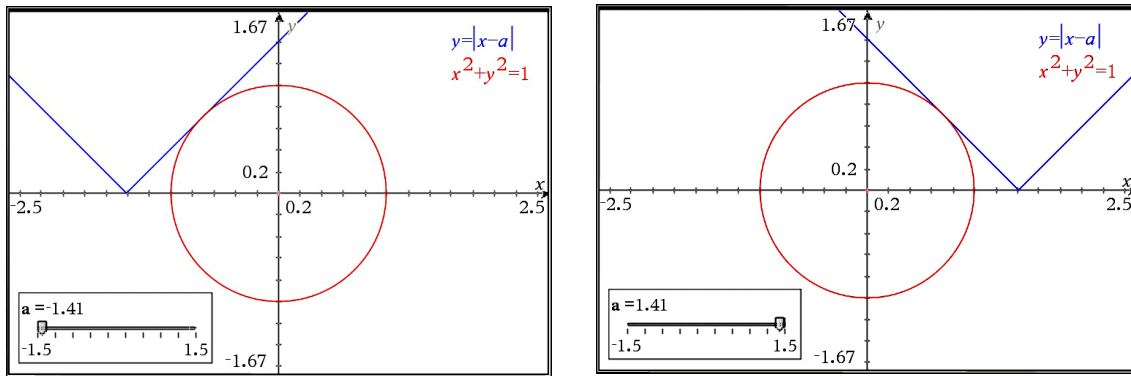


Рис. 8

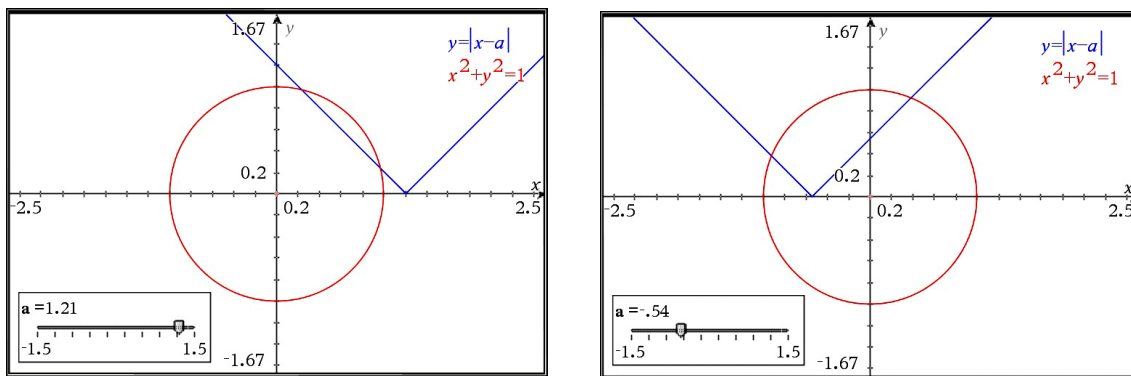


Рис. 9

нение $\left| \frac{\sqrt{2} \cdot a}{2} \right| = 1$. Это приводит к условиям $a = -\sqrt{2}$ или $a = \sqrt{2}$. После получения аналитического решения системы уравнений, его можно проверить, используя приложение **Калькулятор**. В данном случае для получения общего решения мы использовали

букву b (при использовании параметра a программа подставляет текущее численное значение для параметра и выдаёт только частное решение) (рис. 10).

Можно также проверить условие существования решения (рис. 11).

При подстановке $b = \sqrt{2}$ (или $b = -\sqrt{2}$)

$$\text{solve} \left\{ \begin{cases} y = |x - b| \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}, \{x, y\} \right\}$$

$$x = \frac{-\left(\sqrt{2-b^2} - b\right)}{2} \text{ and } y = \frac{\left|\sqrt{2-b^2} + b\right|}{2} \text{ or } x = \frac{\sqrt{2-b^2} + b}{2} \text{ and } y = \frac{\left|\sqrt{2-b^2} - b\right|}{2}$$

Рис. 10

$$\text{domain} \left(\frac{-\left(\sqrt{2-b^2} - b\right)}{2}, b \right) \quad -\sqrt{2} \leq b \leq \sqrt{2}$$

Рис. 11

$$x = \frac{-\sqrt{2-b^2-b}}{2} \text{ and } y = \frac{|\sqrt{2-b^2+b}|}{2} \text{ or } x = \frac{\sqrt{2-b^2+b}}{2} \text{ and } y = \frac{|\sqrt{2-b^2-b}|}{2} \quad |b=\sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ and } y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Рис. 12

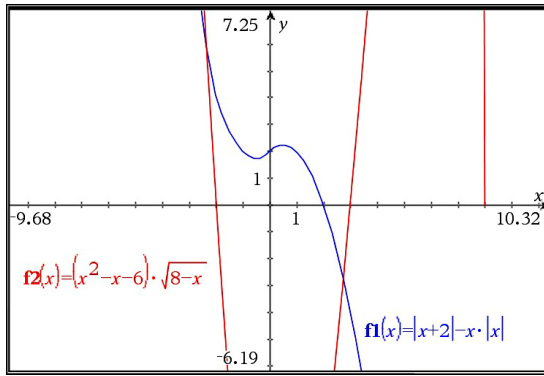


Рис. 13

в полученные выражения для x и y можно также подтвердить, что в этом случае система имеет одно решение (рис. 12).

В заключение рассмотрим два примера заданий по типу С3 и С5 из ЕГЭ. Сначала рассмотрим решение системы неравенств

$$\begin{cases} |x+2| - x \cdot |x| \leq 0 \\ (x^2 - x - 6)\sqrt{8-x} \leq 0 \end{cases} \text{ . Построим графики}$$

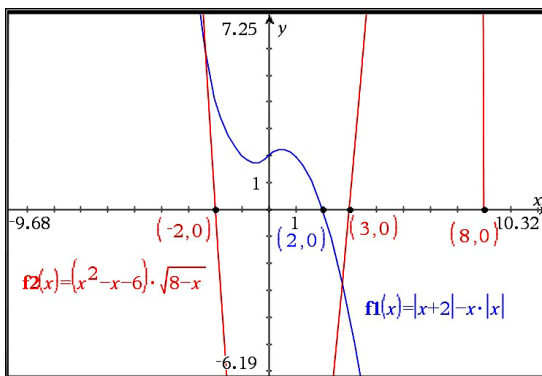


Рис. 14

функций $f1(x) = |x+2| - x \cdot |x|$ и $f2(x) = (x^2 - x - 6)\sqrt{8-x}$ (рис. 13).

Для определения промежутков, на которых обе функции одновременно не положительны, найдём нули функции. Из графика следует, что оба неравенства выполняются, когда $2 \leq x \leq 3$ и $x = 8$ (рис. 14).

Другой способ графического решения данной системы неравенств основан на построении постоянной функции с областью определения, ограниченной условиями, наложенными неравенствами. Если значение функции равно нулю, то на графике будут выделены только значения x , удовлетворяющие системе неравенств (рис. 15).

Это решение можно проверить в приложении **Калькулятор** (рис. 16).

Нужно отметить, что программа выдает правильный ответ, и это может помочь ученику найти ошибки в своём решении, если ответ, полученный при решении задачи на бумаге, не совпадает с выводом программы.

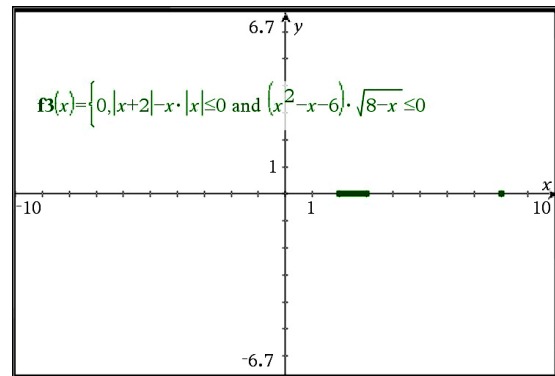


Рис. 15

$$\text{solve}(f1(x) \leq 0 \text{ and } f2(x) \leq 0, x) \quad 2 \leq x \leq 3 \text{ or } x = 8$$

Рис. 16

В последнем примере, мы рассмотрим задание по типу C5, в котором ученику требуется найти все значения a , при каждом

из которых система
$$\begin{cases} x+ax+a \geq 0 \\ x-2a-2 \geq 0 \\ x+ax > 8 \end{cases}$$
 не имеет решений.

В данном случае мы опять используем слайдер для определения a и воспользуемся графиком нулевой функции, определённой на интервале, заданном системой неравенств. Изменяя значение a убеждаемся в том, что решений нет на интервале $[-3, -1]$ (рис. 17).

Документ *Решение_систем_уравнений_и_неравенств.tns* с готовыми построениями и видео, демонстрирующий как создание, так и функциональность каждого примера, можно найти на приложенном компакт-диске. Демонстрационные версии программы можно загрузить по следующим ссылкам:

- 90-дневная версия учителя <http://education.ti.com/calculators/downloads/EE/Software/Detail?id=6860>

- 30-дневная версия ученика <http://education.ti.com/calculators/downloads/EE/Software/Detail?id=6770>

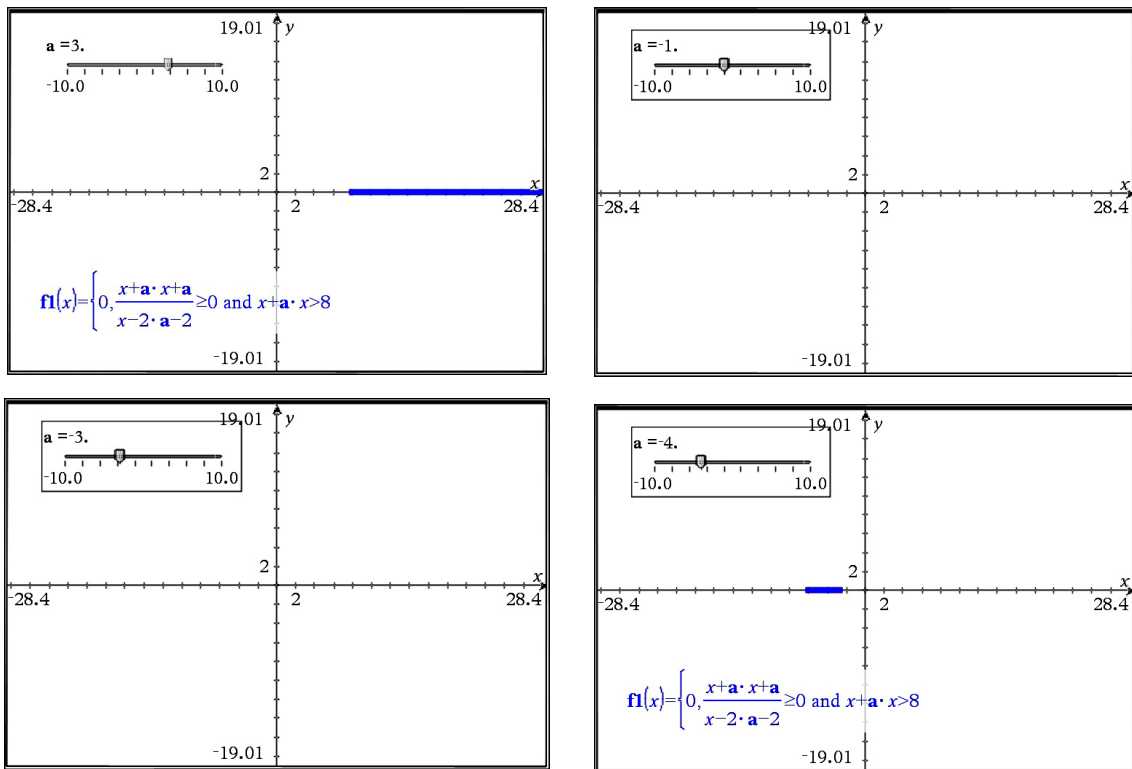


Рис. 17

*Irina Lyublinskaya,
Ph.D., Professor of Mathematics and
Science Education, College of Staten
Island College of Staten Island,
City University of New York, USA.*



Наши авторы, 2013.
Our authors, 2013.