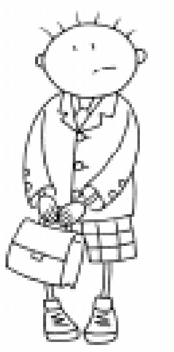
Ягунова Екатерина Борисовна

ОШИБКИ «ПО НЕВНИМАТЕЛЬНОСТИ». РАБОТА НАД ОШИБКАМИ

– Я всё решил правильно.
– А почему же не «пятёрка»?
– Просто наделал «ошибок по невнимательности».

Что может быть обиднее «дурацких ошибок» – «ошибок по невнимательности»? Что может быть скучнее работы над ошибками? А если это всё в одном флаконе? Совсем тоска? Посмотрим, какую пользу для ученика и учителя можно извлечь из сделанных школьниками ошибок.

Для начала условимся о терминах. В сознании школьников, их родителей, а зачастую и учителей «ошибки по невнимательности» считаются как будто менее серьёзными, не такими важными, простительными. Что это за ошибки? «Ошибками по невнимательности» часто называют описки, арифметические ошибки, ошибки при раскрытии скобок и приведении подобных слагаемых, ошибки при переписывании (из учебника в тетрадь или со строчки на строчку), ошибки «просто забыл» (сменить знак неравенства при делении на отрицательное число, учесть ОДЗ, поставить модуль при извлечении корня из квадрата…). Список можно продолжать. При желании в определенных ситуациях практически про любую ошибку можно сказать «по невнимательности». Имеется в виду примерно следующее: вообще-то школьник знает соответствующее правило, но в данном конкретном случае он либо забыл о его существовании, либо ошибся при его применении. То есть это ошибки, сделанные при выполнении хорошо известных школьнику алгоритмов.



…ошибки «просто забыл»…

Давайте поверим школьнику, утверждающему, что он «знает» алгоритм. В чем же тогда дело? Откуда берутся эти ошибки? Из двух источников. Во-первых, от недооценки остальных составляющих в известном педагогическом заклинании «знания – умения – навыки». Перефразируя сентенцию «незнание закона не освобождает от ответственности», отметим, что знание правила не освобождает от необходимости научиться его применять и от отработки техники применения. Во-вторых, от отсутствия у школьника элементарных навыков самоконтроля при работе по известным алгоритмам.

Поясним сказанное примером. Школьник быстро и уверенно «решил» пример, получил некоторый ответ и сдал работу. При сравнении своего ответа с ответами одноклассников оказалось, что ответ не верен. Когда проверенные работы были выданы, выяснилось, что в последней строчке, решая уравнение $-3x = 2$, ученик получил $x = -3/2$. Можно сказать, что это та самая «ошибка по невнимательности», развести руками и расслабиться. Но мне представляется, что тут имеется сразу две проблемы, причем мало связанные с внимательностью. Во-первых, ученик плохо владеет алгоритмом решения линейного уравнения. Проговаривание фразы «разделим обе части уравнения на коэффициент при x» с одновременной записью

$$-3x = 2\,|: (-3)$$

практически гарантирует, что тройка попадет в знаменатель, а двойка останется в числителе.

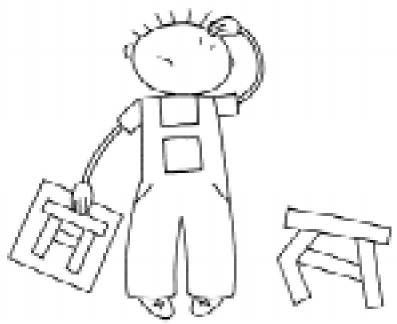
Во-вторых, школьник сдал работу, не проверив свои вычисления, не найдя и не исправив сделанную ошибку, не подозревая о том, что ошибка есть, более того, скорее всего, даже не задумавшись о том, есть ли она. Вторая проблема представляется основной. Слово «решил» в начале этого абзаца не случайно взято в кавычки. Среднестатистический школьник под «решил» понимает «выполнил последовательность действий, позволившую записать ответ». Теряется важное слово «правильный» – «правильный ответ». Необходимость получения именно правильного ответа предполагает, в первую очередь, умение убедиться в его правильности, затем, если обнаружилось, что ответ не верен, умение проверить правильность осуществления шагов алгоритма, обнаружить и исправить ошибки. Привычка и умение контролировать свои вычисления практически гарантируют отсутствие ошибок «по невнимательности»

Итак, контрольная работа написана, «двойки» поставлены, пришло время делать работу над ошибками. Перед нами обширный фронт работ. С одной стороны – неправильный ответ, ошибка «по невнимательности», из-за которой получен этот ответ, отсутствие навыка использования алгоритмов, которое обычно выдается за «ошибку по невнимательности»; с другой стороны – неумение проверить, правилен ли полученный ответ, неумение найти ошибку, если известно, что ответ неправильный, неумение исправить уже найденную ошибку.

Народная мудрость говорит, что «за одного битого двух небитых дают». В нашей работе над ошибками сосредоточимся не на том, как избежать ошибок, а на том, как научиться их находить и исправлять.

Идеальная схема решения любой задачи приведена на рис. 1.

Среднестатистический школьник не осознает, что в процессе решения он получает лишь проект ответа, кандидата на эту почетную роль. Этот кандидат станет ответом, только если пройдёт проверку на правильность. Проверка правильности должна быть необходимым и привычным элементом решения любой задачи.



...неумение найти ошибку...

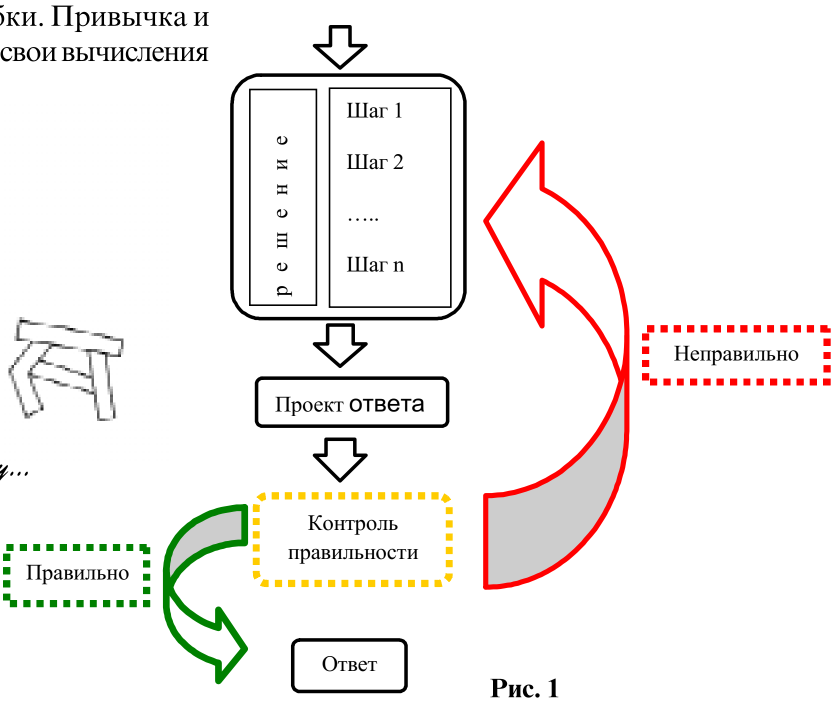


Рис. 1

Кстати, довольно типичный для школьника способ проверки – «перерешать заново». Чаще всего получается другой ответ. А потом третий. То есть проверка не дала никакого результата: все «ответы», кроме одного, наверняка неправильны, а быть может, и все. А если в результате «перерешивания» получен тот же ответ? Это вовсе не значит, что он правилен, это может означать, что снова сделана та же самая ошибка.

Итак, наш школьник

– не умеет обнаружить ошибку/убедиться в её отсутствии,

– не умеет найти и исправить ошибку, даже если точно знает, что она есть.

Наша задача сделать процесс работы над ошибками интересным по форме и содержательным по существу.

Для каждого типа задач есть свои приемы контроля правильности вычислений и свои приёмы поиска ошибок. Математическая подоплека алгоритмов контроля правильности вычислений может быть весьма глубокой. Мы разберём подробно лишь один простой, но крайне актуальный пример.

Пример. Умножение многочленов.

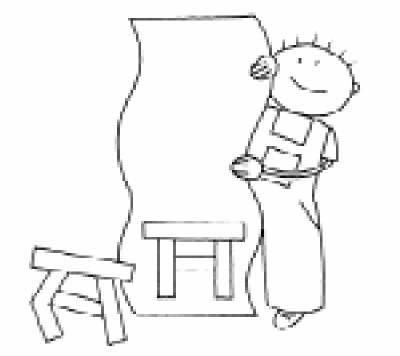
Школьникам предложено привести к стандартному виду многочлен

$(8t+3s)(3t-8s)-(3t+8s)(8t-3s)-(t-2s+1)^2$,

то есть, говоря попросту, нужно «перемножить скобки».

У всех оказались разные ответы (получены реальными школьниками из 9 класса лицея ФТШ):

1. $-4s^2-65st+4s-t^2-2t-1$
2. $-104st-4s+t^2+2t-1$
3. $-28s^2-106st+4s-t^2-2t-1$
4. $4s^2+14st-4s-t^2+2t+1$
5. $-24s^2-119st+4s-2t-1$
6. $-4s^2-116st-5t^2-1$
7. $4s^2-4st-4s-t^2+2t+1$
8. $-106st-t^2-2t-1$
9. $-59s^2+4st-56t^2-2t-1$
10. $4s^2+14st-4s+t^2+2t+1$
11. $-4s^2-106st+4s-t^2-2t$



Этот кандидат станет ответом, только если пройдёт проверку на правильность....

12. $-116st+4s-t^2-2t-1$
13. $-4s^2-106st+4s+t^2-2t-1$
14. $-4s^3-106st+4s-t^2-2t-1$
15. $-4s^2-106st+4s-t^2-2t-1$

Понятно, что из них, по крайней мере, 14 неверных[1]. Какие именно неверны, может указать учитель / ответ задачника / CAS-калькулятор или какая-либо программа, позволяющая проводить алгебраические вычисления[2]. Однако лучше, если ученики будут иметь возможность самостоятельно установить, что ответ не верен. Как это можно сделать в нашей задаче? Выписываем варианты ответов на доску и начинаем вместе с учениками изобретать *критерии неправильности*. Акцентируем всё время внимание на том, что мы в данный момент не ищем правильный ответ, а отбрасываем неправильные. Вот возможные варианты проверки.

- Подставить $s = t = 0$ в исходный и в полученный многочлены. Исходный многочлен при $s = t = 0$ принимает значение –1. Значит, ответы 4, 7, 10, 11 не верны. Это очень грубая проверка. Полезно отметить, что, подставив нули вместо всех переменных, мы попросту сравнили свободные члены исходного и полученного многочленов. Если значения совпали, то ошибок в вычислении свободного члена точно нет.

- Подставить 0 вместо одной из переменных. Исходный многочлен при $s = 0$ превращается в

[1] Прежде чем читать дальше, выполните задание, получите свой вариант ответа!

[2] Автор пользуется программой TI-Nspire, установленной на компьютере, и TI-Nspire™ CX CAS калькулятором.

$$24t^2 - 24t^2 - (t+1)^2 = -t^2 - 2t - 1,$$

значит, ответы 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13 не верны.

При $t = 0$ исходный многочлен превращается в

$$-24s^2 + 24s^2 - (-2s+1)^2 = -4s^2 + 4s - 1,$$

значит, ответы 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14 не верны.

- Сравнить значения многочленов при каких-то конкретных значениях переменных. Возьмем, например, $s = 1$, $t = 1$. При этом значение исходного выражения равно

$$(8+3)(3-8) - (3+8)(8-3) - (1-2+1)^2 =$$
$$= (9-64) - (64-9) = -110,$$

значит, все ответы, кроме 8 и 14, точно не верны. Заметим, что подставляя единицы вместо всех переменных, мы находим сумму всех коэффициентов многочлена. Совпадение таких сумм означает, что ошибки при действиях с коэффициентами маловероятны, но не несёт информации об ошибках в буквенных частях. В частности, мы не застрахованы от «перепутанных» s и t, ошибок в показателях и т. п.

Можно и дальше пойти по пути вычисления значений многочленов. Вспомним о том, что многочлены одной переменной степени n, совпадающие в $n + 1$ точке, совпадают. Поэтому для многочленов одной переменной невысокой степени такой способ проверки крайне эффективен. Для многочленов нескольких переменных число необходимых подстановок быстро увеличивается с увеличением степени многочлена и числа переменных (см. лирическое отступление 1).

Подчеркнем ещё раз, что мы сейчас решаем не задачу «узнать правильный ответ», а задачу «убедиться, что представленный ответ правильным не является». Вычисления не должны затмевать идейный смысл происходящего, поэтому можно воспользоваться и техническими средствами. Например, вычислять значения многочлена при фиксированных значениях переменных не обязательно «в уме» или «на листочке», можно сделать это при помощи CAS-калькулятора (примеры см. ниже).

- Если оказалось, что наши многочлены (исходный и полученный) совпадают при двух-трёх значениях переменных, то степень нашей уверенности в правильности выкладок увеличивается. Хорошо бы теперь узнать степени наших многочленов. Если наши многочлены, скажем, квадратные от одной переменной и совпали в трёх точках, то мы можем быть *абсолютно* уверены в правильности наших вычислений. А если они имеют степень 100, то такой уверенности нет. Итак, следующий способ контроля правильности вычислений – сравнить степени исходного и полученного многочленов. Придётся вспомнить два правила: степень суммы многочленов не превосходит большей из степеней слагаемых, степень произведения многочленов равна сумме степеней множителей. Таким образом, степень исходного многочлена не превосходит 2. Значит, ответ 14 точно не верен. Если нахождение (оценка) степени многочлена, вызывает проблемы у школьников, то необходима тренировка такого умения (см. лирическое отступление 2).

- Иногда бывает полезно сравнить старшие члены многочленов по каждой из переменных. Старший член исходного выражения по переменной t равен

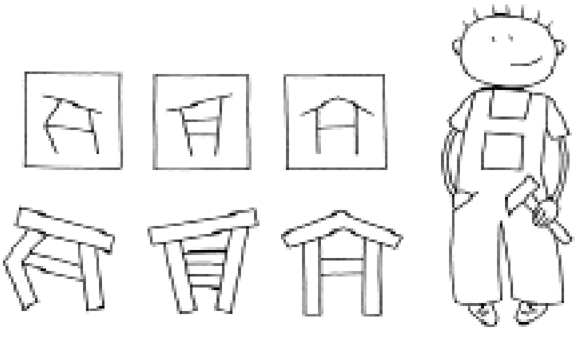
$$(24 - 24 - 1) \cdot t^2 = -t^2,$$

значит, ответы 2, 5, 6, 9, 10, 13 точно не верны. То же самое по переменной s:

$$(-24 - (-24) - 4) \cdot s^2 = -4s^2.$$

Значит, ответы 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12 не верны. Отметим, что идея нахождения степени полинома по одной из переменных не тривиальна для школьника (см. лирическое отступление 2).

Итак, перечислим «критерии неправильности» «кандидата в ответы» в задаче «на раскрытие скобок»:



...начинаем ... изобретать критерии неправильности...

$$\begin{aligned}
&(8t+3s)(3t-8s)-(3t+8s)(8t-3s)-(t-2s+1)^2 = \\
&\qquad = 9t^2-64s^2-(64s^2-9t^2)-(t-2s+1)(t-2s+1) = \\
&\qquad = -55t^2-55s^2-(t^2-2st+t-2st+4s^2-2s+t-2s+1) = \\
&\qquad = -55t^2-55s^2-(t^2+4s^2-4st+2t+1) = \\
&\qquad = -55t^2-55s^2-t^2-4s^2+4st-2t-1 = -56t^2-59s^2+4st-2t-1 = \\
&\qquad = -59s^2+4st-56t^2-2t-1.
\end{aligned}$$

Рис. 2

- *Не совпадают* свободные члены (подстановка нулей вместо переменных).
- *Не совпадают* полиномы, полученные исключением всех переменных кроме одной (подстановка нулей вместо почти всех переменных).
- *Не совпадают* суммы коэффициентов (подстановка единиц вместо переменных).
- *Не совпадают* значения в произвольно выбранной точке (подстановка вместо переменных произвольных чисел).
- *Не совпадают* степени многочленов (применение теорем о степенях многочленов).
- *Не совпадают* степени многочленов по каждой из переменных (интерпретация многочлена нескольких переменных как многочлена одной переменной с буквенными коэффициентами).
- *Не совпадают* старшие члены многочлена по каждой из переменных.

Если для исходного и полученного многочленов *хотя бы одно* из утверждений выполнено, то в решении *наверняка* есть ошибка.

Важно формировать у учащихся понимание безальтернативности ситуации: не просто «возможно, есть ошибка», а «100%-гарантированно, наверняка, обязательно, в любом случае, несмотря ни на что, совершенно точно есть!»

Отметим, что в нашем примере почти все предложенные школьникам проекты ответов оказываются неверными сразу по нескольким критериям. Это означает, что можно перебирать критерии неправильности в любом порядке, начиная с самых лёгких, оставляя более трудоёмкие «на потом».

Теперь, когда мы сформулировали критерии неправильности и, воспользовавшись ими, убедились, что все предложенные школьниками ответы неверны, настало время поиска ошибок, их исправления и получения правильного ответа.

Давайте возьмем какое-то из решений и протестируем его промежуточные результаты теми же методами. Можно сравнивать условие с каждой из промежуточных строк решения, а можно сравнивать между собой последовательные строки.

Вот одно из «решений» рассматриваемого примера (рис. 2).

В нем шесть переходов. Протестируем каждый переход отдельно.

Значение при $s = 0$, $t = 0$ одинаковое для исходного и окончательного выражений, значит, ошибок в свободном члене нет. Значение при $s = 1$, $t = 1$ для ускорения процесса посчитаем на калькуляторе (рис. 3).

Прекрасно видно, где именно изменяется значение многочлена при выбранных значениях переменных – при третьем переходе. Это означает, что в нем содержится ошибка, то есть не правильно выполнено приведение подобных членов в скобках. Исправление этой ошибки приводит к выражению

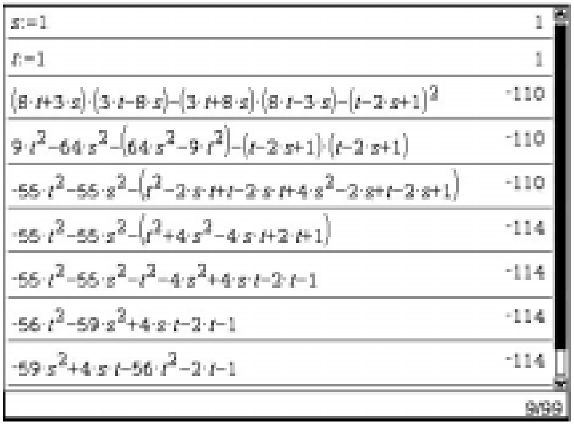


Рис. 3

$-59s^2+4st-56t^2-2t+4s-1$. Ура? Нет, это опять только проект ответа. Проект крайне правдоподобный – в нем правильный свободный член и правильная сумма коэффициентов. Чтобы окончательно убедиться в его правильности, сделаем ещё одну проверку – сравним все выражения при $s = 0$. Вот первые три строки решения при $s = 0$ (рис. 4).

Ужас! В каждом переходе по ошибке! Самая первая строка решения уже не верна! Пристальное изучение самого первого перехода позволяет заметить основную ошибку – произведение интерпретировано как разность квадратов, хотя ею не является. Исправляем ее. И весь процесс тестирования на неправильность повторяется.

При поиске ошибок расходуется довольно много времени. Школьник, впервые столкнувшийся с такой процедурой, на установление неправильности имеющегося «кандидата в ответы» и обнаружение ошибки может тратить по 15–20 минут в достаточно простом примере. Затем следует исправить обнаруженную ошибку и повторить процедуру с новой версией ответа. На получение гарантированно правильно ответа уходит целый урок драгоценного времени. Тем не менее, автор абсолютно уверен, что потраченное таким образом время окупается. Подобного рода тренинги приводят к тому, что:

- Формируется ответственное, критическое отношение учащихся к собственным результатам.
- Повышается уровень внимательности учащихся. Формируется подсознательное ощущение, что выгоднее с самого начала решать медленно и тщательно, чем быстро, плохо и много раз переделывать.
- Механическое проведение вычислений и преобразований заменяется осмысленным.
- Степень подробности записи решения изменяется в соответствии с уровнем учащегося – становится выше для слабых учеников и ниже для более сильных.
- Уменьшается количество описок и «дурацких ошибок».
- Улучшается качество оформления работ – уменьшается число помарок, написание букв и цифр становится более аккуратным, решение разумно располагается на странице.

$s:=0$	0
$(8\cdot t+3\cdot s)\cdot(3\cdot t-8\cdot s)-(3\cdot t+8\cdot s)\cdot(8\cdot t-3\cdot s)-(t-2\cdot s+1)^2$	$-(t+1)^2$
$9\cdot t^2-64\cdot s^2-(64\cdot s^2-9\cdot t^2)-(t-2\cdot s+1)\cdot(t-2\cdot s+1)$	$17\cdot t^2-2\cdot t-1$
$-55\cdot t^2-55\cdot s^2-(t^2-2\cdot s\cdot t+t-2\cdot s\cdot t+4\cdot s^2-2\cdot s+t-2\cdot s+1)$	$-56\cdot t^2-2\cdot t-1$

Рис. 4

А в рамках рассмотренной нами темы «умножение многочленов» мы получаем дополнительно следующие неочевидные бонусы:

- Происходит привыкание к понятию функции, тренируется идея функциональной зависимости «подставим x – получим y».
- Становится привычной формально-функциональная двойственность понятия «многочлен» – многочлен как функция и многочлен как набор коэффициентов.
- Формируется представление о «параметре» как о буквенном коэффициенте.
- Затрагивается довольно большое количество тем, не связанных с обсуждаемой темой непосредственно, что способствует формированию математического кругозора учащихся (см. лирическое отступление 1).

Для стимулирования школьников к деятельности подобного рода можно предложить несколько простых методических приёмов:

- Работы по поиску ошибок в вычислениях одноклассников. Искать чужие ошибки гораздо увлекательнее, чем свои!
- Собственная работа, будучи отсканированной и распечатанной, зачастую не опознается учащимся. Поэтому и собственные ошибки можно искать как чужие.
- Путь «от противного»: предложить школьникам сделать в решении как можно более «хитрую» ошибку – такую, которую очень трудно найти. Очень скоро оказывается, что все места «стандартных» ошибок становятся известны ученикам – ошибки в этих местах обнаруживаются очень быстро.
- Изобретение новых «критериев неправильности». Дается условие примера и ответ. Надо доказать, что ответ не верен. Условие должно быть до-

статочно громоздким – таким, чтобы не возникало желания решать пример.

- Работа по выбору *не*правильных ответов из списка предложенных с обязательной мотивировкой выбора.
- В контрольных работах возможно введение отрицательного балла за неправильно решенный пример (пример с «дурацкой» ошибкой, в наличии которой можно было убедиться элементарными известными методами). Например, учащийся получает за 5 правильно решенных примеров $5 \times 2 = 10$ условных баллов (отметка 5), за 3 правильно решенных примера при отсутствии в работе двух примеров – $3\times2 = 6$ баллов (отметка 3), за 3 правильно решенных и 2 неправильно решенных примера – $3 \times 2 - 2 \times 1 = 4$ балла (отметка «2»).

Лирическое отступление 1.

Сопутствующие моменты, которые могут стать темой для обсуждения на факультативе с сильными школьниками.

Теорема о том, что многочлен степени n одной вещественной переменной однозначно определяется своими значениями в $(n + 1)$-й точке, может быть доказана элементарными средствами. Для нахождения коэффициентов многочлена по его значениям нужно решить линейную систему уравнений. Для многочленов 1–2–3 степени от переменной соответствующую систему можно выписать и решить путем последовательного исключения неизвестных. Для многочленов более высоких степеней количество неизвестных увеличивается, система уравнений становится сложной для решения вручную. Можно попробовать оценить число уравнений в системе, в зависимости от степени многочлена и числа неизвестных.

Количество уравнений равно количеству коэффициентов такого многочлена. Количество одночленов степени n от m переменных равно C_{n+m-1}^{m-1}. Значит, общее число коэффициентов многочлена степени n от m переменных равно сумме $\sum_0^n C_{n+m-1}^{m-1}$. Неплохая комбинаторная задача для сильных школьников – получение этих формул. В частности, чтобы утверждать, что совпадают два многочлена степени n от двух переменных ($m = 2$), достаточно совпадения их значений в $\sum_0^n C_{k+1}^1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ точках. Для многочленов степени n от трёх переменных ($m = 3$) понадобится уже совпадение их значений в $\sum_0^n C_{k+2}^2 = \frac{(n+1)(n^2+5n+6)}{6}$ точках, от четырех переменных ($m = 4$) – в $\sum_0^n C_{k+3}^3 = \frac{(n+1)(n^3+9n^2+26n+24)}{24}$ точках… Вычисление этих сумм для маленьких m можно осуществить «руками», зная формулы суммы чисел от 1 до n и суммы квадратов этих чисел. Для больших m можно получить формулы при помощи CAS-калькулятора и доказать их по индукции (рис. 5).

Интересно посмотреть, как увеличивается количество необходимых точек при увеличении числа переменных и степени многочлена (рис. 6).

Вопрос восстановления многочлена по его значениям позволяет также поговорить про интерполяционные полиномы и про задачи полиномиальной аппроксимации экспериментальных данных.

Лирическое отступление 2. Формирование практических навыков.

Часто неумение школьников находить и исправлять свои ошибки свидетельствует о плохой проработанности темы. То есть сделанные ошибки – не результат невнимательности, а закономерное следствие слабого владения материалом. В таком случае нужна целенаправленная тренировка необходимых практических навыков.

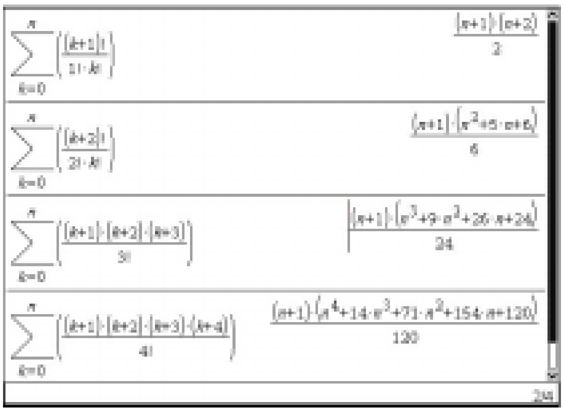


Рис. 5

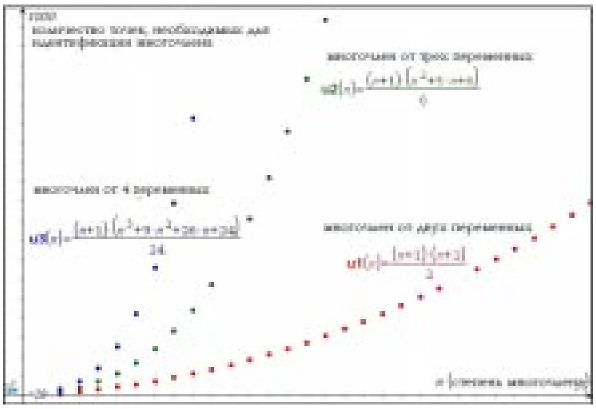


Рис. 6

В разбираемом нами примере принципиально важными являются понятия степени многочлена, степени многочлена по одной из переменных, значения многочлена при определенных значениях переменных. При изучении темы «многочлены» школьники сталкиваются преимущественно с многочленами одной переменной. Понятие степени одночлена/многочлена нескольких переменных вводится в курсе алгебры, но мало применяется. Возможность работать с многочленом нескольких переменных, как с многочленом одной переменной, включая вторую переменную в состав коэффициента, даже и не обсуждается при первоначальном изучении темы. Следствием этого является, например, неумение записывать многочлены в стандартном виде, находить свободный член и старший коэффициент многочлена, неумение применять формулы Виета в квадратных уравнениях с параметрами, неумение узнавать и решать квадратные уравнения с буквенными коэффициентами.

Для формирования навыков определения степени многочлена, степени многочлена по одной из переменных крайне удобны программы, позволяющие проводить символьные вычисления. Вот, например, работа с рассмотренным выше многочленом (рис. 7).

В первых двух строчках мы выяснили, что должен получиться полином второй степени как по переменной s, так и по переменной t. В следующей паре строк мы нашли коэффициенты стандартного вида многочлена, рассматриваемого как многочлена одной переменной. Теперь мы можем двумя способами записать наш многочлен в виде многочлена одной переменной:

$$-4s^2-2(53t-2)s-(t+1)^2=$$
$$=-t^2-2(53s+1)t-(4s^2-4s+1).$$

Применение программ, работающих с символьной алгеброй, позволяет учителю легко и быстро проверить правильность ответа в любом примере «на раскрытие скобок». Становится возможным обеспечить всех учащихся индивидуальными заданиями в нужном количестве. Более того, появляется возможность для эффективной работы в парах и в малых группах без предварительной трудоемкой подготовки заданий – школьники могут сами сочинять примеры, снабжать ими друг друга, проверять друг у друга правильность ответов.

$\mathrm{polyDegree}\left((8\cdot t+3\cdot s)\cdot(3\cdot t-8\cdot s)-(3\cdot t+8\cdot s)\cdot(8\cdot t-3\cdot s)-(t-2\cdot s+1)^2,s\right)$	2
$\mathrm{polyDegree}\left((8\cdot t+3\cdot s)\cdot(3\cdot t-8\cdot s)-(3\cdot t+8\cdot s)\cdot(8\cdot t-3\cdot s)-(t-2\cdot s+1)^2,t\right)$	2
$\mathrm{polyCoeffs}\left((8\cdot t+3\cdot s)\cdot(3\cdot t-8\cdot s)-(3\cdot t+8\cdot s)\cdot(8\cdot t-3\cdot s)-(t-2\cdot s+1)^2,s\right)$	$\{-4,-2\cdot(53\cdot t-2),-(t+1)^2\}$
$\mathrm{polyCoeffs}\left((8\cdot t+3\cdot s)\cdot(3\cdot t-8\cdot s)-(3\cdot t+8\cdot s)\cdot(8\cdot t-3\cdot s)-(t-2\cdot s+1)^2,t\right)$	$\{-1,-2\cdot(53\cdot s+1),-(4\cdot s^2-4\cdot s+1)\}$

Рис. 7

Ягунова Екатерина Борисовна,
кандидат биологических наук, доцент биолого-почвенного факультета СПбГУ; преподаватель математики Академического университета (лицей ФТШ).