

ЗАДАЧА-ЛАБОРАТОРИЯ «ЛАЗЕРНОЕ ШОУ»

В этом номере мы продолжаем публикацию головоломок на темы сюжетов конкурса «Конструируй, исследуй, оптимизируй». Головоломки можно решать с помощью карандаша и бумаги, а можно использовать задачи-лаборатории, которые предлагались на Конкурсе, и которые будут размещаться на дисковых приложениях к журналу.

В данном случае основой для серии головоломок стала задача «Лазерное шоу»:

«Зал дискотеки решено оборудовать 289 разноцветными лазерными светильниками четырех цветов и зеркалами, установленными так, что лучи одного цвета отражаются от зеркал, установленных на светильниках того же цвета, под углом 90 градусов. Когда дизайнеры стали разрабатывать схему расположения светильников, выяснилось, что расположение одноцветных светильников в вершинах прямоугольника неудачно, так как лучи, отражаясь, образуют «неинтересную» фигуру – прямоугольник, вместо ожидаемого переплетения в сложные фигуры. Вам требуется расположить как можно больше лазерных светильников четырёх цветов на поле 17×17 так, чтобы никакие четыре светильника одного цвета не находились в вершинах прямоугольника».

РАЗМИНКА

Задача 1. Будем раскрашивать клетки одним цветом по диагонали: голубой, зелёный, фиолетовый, жёлтый, далее цвета в том же порядке (рис. 1).

Сколько диагоналей при этом закрасим, пока не появится прямоугольник, вершины которого лежат в центрах покрашенных клеток?

Примечание. Здесь и далее рядом с условием задачи или головоломки приводится шаблон, на котором вы можете нарисовать свой вариант решения.

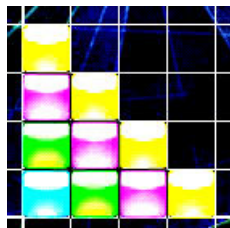
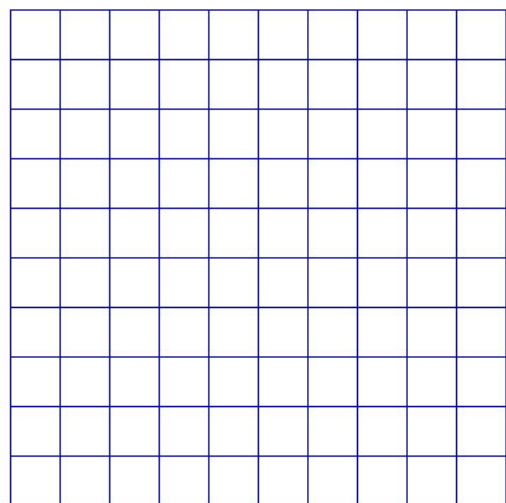


Рис. 1



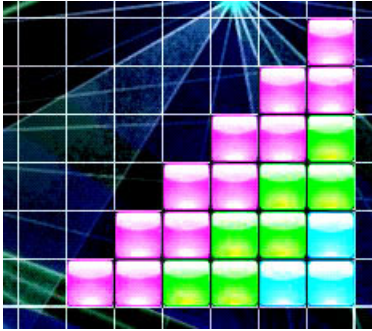
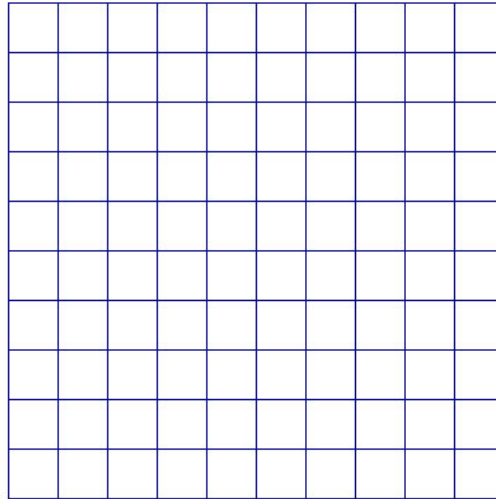


Рис. 2



Задача 2. Будем раскрашивать по две диагонали сразу, причём используем три цвета: голубой, зелёный, фиолетовый, далее цвета в том же порядке (рис 2).

Сколько диагоналей при этом закрасим, пока не появится прямоугольник?

Задача 3. Будем раскрашивать по две диагонали сразу, причём используем четыре цвета: голубой, зелёный, фиолетовый, жёлтый, далее цвета в том же порядке (рис. 3).

Сколько диагоналей при этом закрасим, пока не появится прямоугольник?

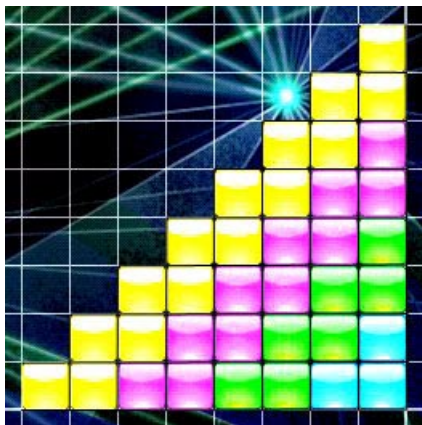
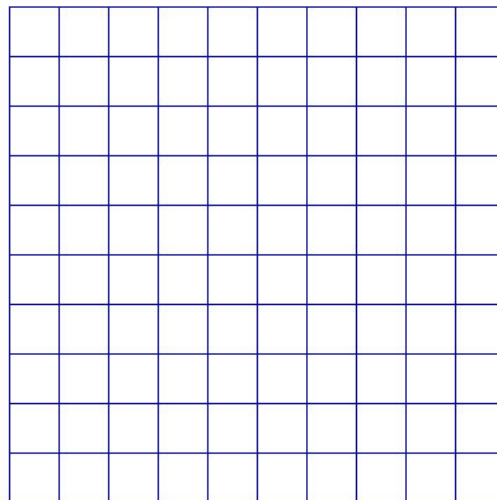


Рис. 3



Задача 4. Допустим, что мы закрасили квадрат 3×3 (рис 4) клетками одного цвета. Сколько прямоугольников при этом получится?

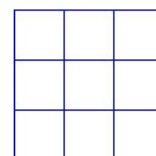
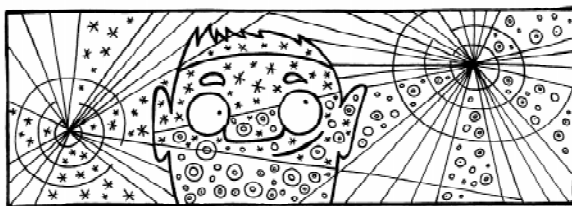


Рис. 4

ГОЛОВОЛОМКИ

Во всех головоломках, кроме 2, 4 и 7, используется только один цвет для раскраски. Заметим, что на черно-белых картинках он выглядит светлым на тёмном фоне поля.

Головоломка 1.

а) При такой раскраске 8 клеток квадрата 4×4 (рис. 5) нет ни одной четвёрки раскрашенных клеточек, образующих вершины прямоугольника. При этом, если закрасить любую клетку из оставшихся, такая конфигурация появится.

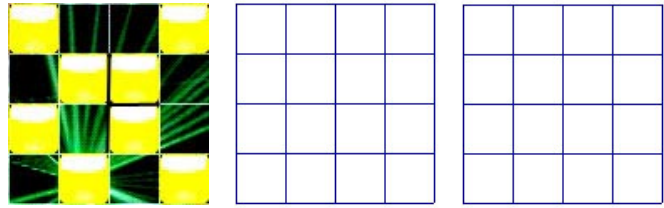


Рис. 5

Какое минимальное количество клеток можно закрасить так, чтобы нельзя было бы добавить ни одной закрашенной, чтобы не образовать «прямоугольник с закрашенными вершинами»? Какое максимальное?

б) Поставим дополнительное условие: клетки не должны иметь общих сторон. При этом, как и в предыдущей задаче, ни одна четвёрка клеток не должна находиться в вершинах прямоугольника, если закрасить любую клетку из оставшихся (чтобы она не имела общих сторон с уже закрашенными), прямоугольник появится. Кроме того, должна быть возможность добавить хотя бы одну клетку, не имеющую общих сторон с уже поставленными. На рис. 6 приведён пример такой раскраски для квадрата 5×5 .

Какое в этом случае минимальное количество клеток можно закрасить так, чтобы нельзя было бы добавить ни одной закрашенной, чтобы не образовать прямоугольник? Какое максимальное?

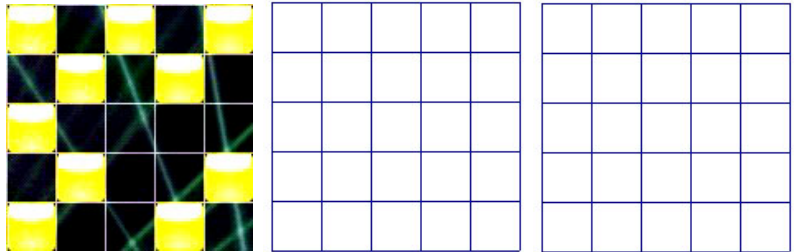


Рис. 6

в) Поставим ещё одно дополнительное условие: клетки квадрата 5×5 (рис. 7) не должны иметь общих вершин. При этом, как и в предыдущей задаче, ни одна четвёрка клеток не должна находиться в вершинах прямоугольника. Если закрасить любую клетку из оставшихся (чтобы она не имела общих сторон с уже закрашенными), прямоугольник появится. И должна быть возможность добавить хотя бы одну клетку, не имеющую общих сторон с уже поставленными.

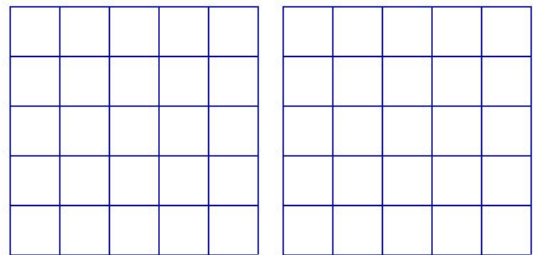


Рис. 7

Головоломка 2.

Какое наибольшее количество клеток двух цветов в квадрате 4×4 (рис. 8) можно закрасить так, чтобы ни одна из четверки раскрашенных клеток одного цвета не образовала вершины прямоугольника?

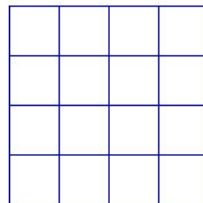


Рис. 8



Головоломка 3.

В квадрате 5×5 (рис. 9) раскрасьте не менее 12 клеток одним цветом так, чтобы ни одна из четверки раскрашенных клеток не образовала вершины прямоугольника.

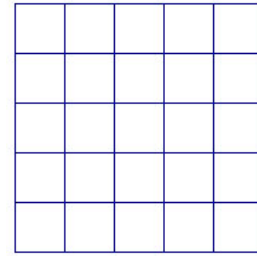


Рис. 9

Головоломка 4.

В квадрате 5×5 (рис. 10) раскрасьте не менее 21 клетки двумя цветами так, чтобы ни одна из четверки раскрашенных клеточек одного цвета не образовала вершины прямоугольника?

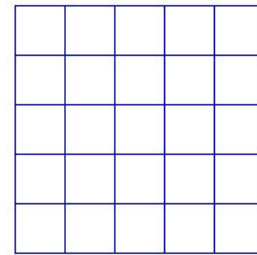


Рис. 10

Головоломка 5.

Сколько прямоугольников содержит фигура, составленная из клеток одного цвета в виде квадрата 4×4 (рис. 11), в центре которого квадратное отверстие 2×2 ?

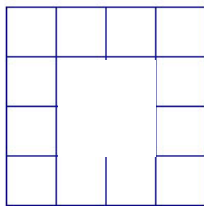


Рис. 11

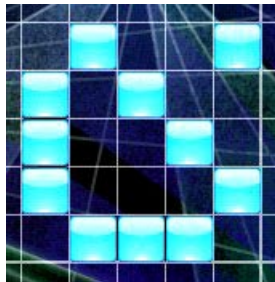
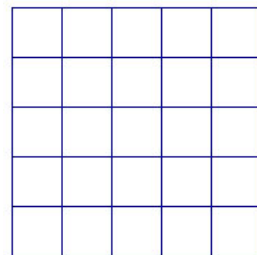
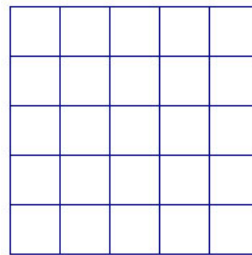


Рис. 12

Головоломка 6.

а) Какой прямоугольник самой большой площади можно получить, добавив ровно одну раскрашенную клетку (рис. 12)?

б) Какой прямоугольник самой маленькой площади можно получить, добавив ровно одну раскрашенную клетку?



Головоломка 7.

Раскрасьте все клетки квадрата 7×7 (рис. 13) в три цвета так, чтобы никакие три клетки одного цвета не лежали в вершинах прямоугольника.

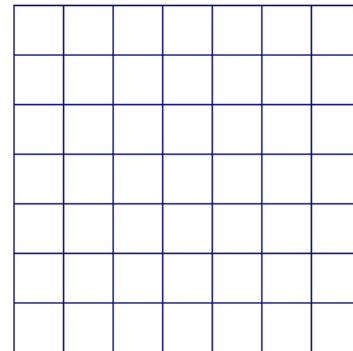


Рис. 13

Головоломка 8.

В фигуре на рис. 14 закрасьте одну клетку, чтобы получилось 4 прямоугольника с вершинами в серединах закрасенных клеток.

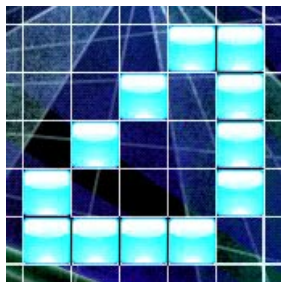
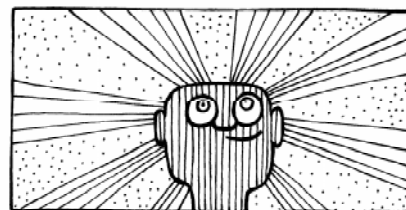
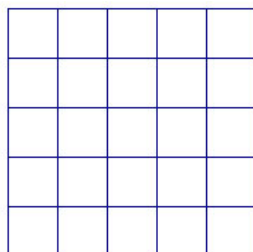
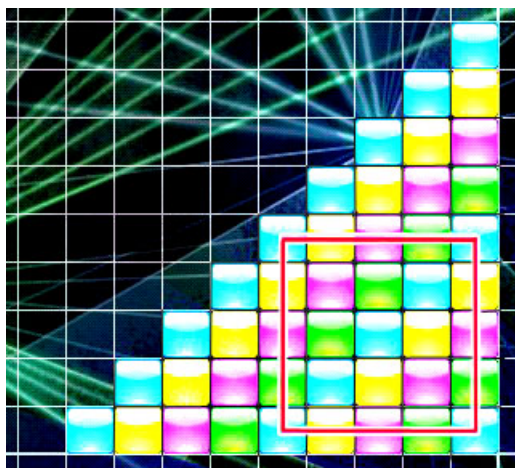


Рис. 14

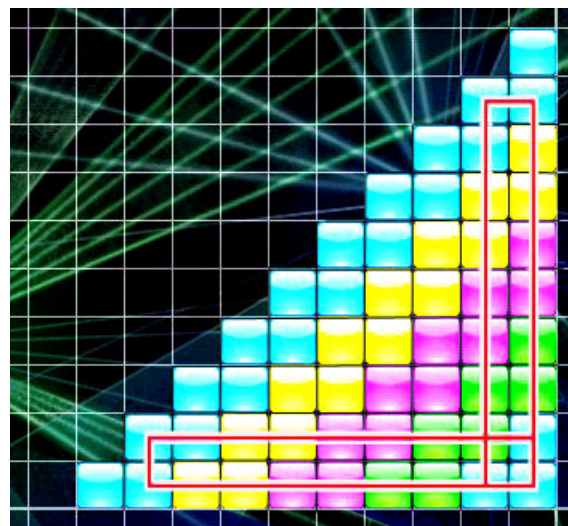


РЕШЕНИЯ РАЗМИНКИ

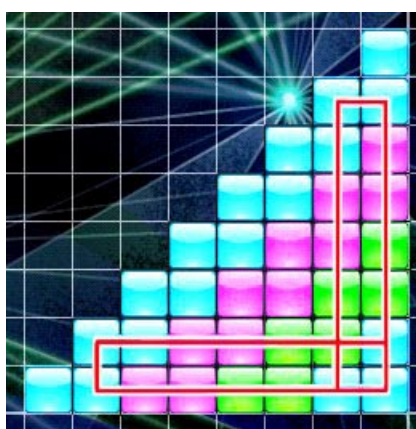
Задача 1.
9 диагоналей.



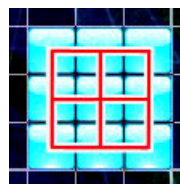
Задача 3.
10 диагоналей.



Задача 2.
8 диагоналей.



Задача 4.
9 прямоугольников.



Решения головоломок размещены на
3 стр. обложки.

© Наши авторы, 2011.
Our authors, 2011.

*Иванов Сергей Георгиевич,
кандидат педагогических наук,
ассистент кафедры
ВМ-2 СПбГЭТУ «ЛЭТИ».*