

*Колганов Роман Анатольевич,  
Поромов Сергей Сергеевич,  
Ульянцев Владимир Игоревич,  
Царёв Фёдор Николаевич*

## ЗАДАЧА «ОБОБЩЕННЫЕ ЧИСЛА-БЛИЗНЕЦЫ»

Этой статьей мы продолжаем цикл публикаций олимпиадных задач для школьников по информатике и программированию с разборами. Решение таких задач и изучение разборов поможет Вам лучше подготовиться к олимпиадам по информатике.

В этой статье рассматривается задача «Обобщенные числа-близнецы», которая предлагалась в четвертой Интернет-олимпиаде сезона 2009–2010 (олимпиада состоялась 31 октября 2009 года). Интернет-олимпиады по информатике проводятся Санкт-Петербургским государственным университетом информационных технологий, механики и оптики в двух номинациях – базовой и усложненной. Базовая

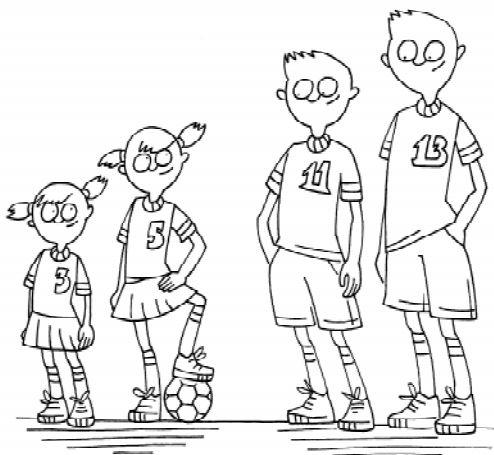
номинация рассчитана на начинающих участников олимпиад, поэтому в ней предлагаются более простые задачи, а в усложненной номинации предлагаются задачи уровня городских и всероссийских командных олимпиад по программированию. Сайт этих олимпиад находится по адресу <http://neerc.ifmo.ru/school/io/>.

### УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

В теории чисел *простыми числами-близнецами* называют пару таких простых чисел  $(p, q)$ , что  $q - p = 2$ . Например, пары  $(3, 5)$  и  $(11, 13)$  являются парами простых чисел-близнецов. Назовем *обобщенными числами-близнецами* пару простых чисел  $(p, q)$ , где  $q - p = k$ ,  $k$  – некоторое натуральное число. Например, для  $k = 4$  пара  $(3, 7)$  является парой обобщенных чисел-близнецов.

Существует предположение, что пар простых чисел-близнецов бесконечно много, однако это не доказано. Безусловно, выяснить по заданному  $k$ , сколько пар обобщенных близнецов содержит множество всех натуральных чисел, не менее сложная задача, чем аналогичная задача об «обычных» близнецах.

Ваша же задача несколько проще – выяснить по заданному  $k$ , сколько пар



обобщенных близнецов содержит множество натуральных чисел от 1 до  $n$ .

Формат входного файла

В первой строке входного файла через пробел заданы два натуральных числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq n, k \leq 10^4$ ).

Формат выходного файла

В выходной файл выведите число пар простых чисел  $(p, q)$ , таких, что  $1 \leq p < q \leq n$  и  $q - p = k$ .

*Примеры входных и выходных данных*

twins.in	twins.out
17 2	3
10000 1	1
20 7	0

**РАЗБОР ЗАДАЧИ**

Для начала, заметим, что всего возможных пар натуральных чисел, не превышающих  $n$  и различающихся на  $k$  ровно  $n - k$ .

Так как ограничения на  $n$  и  $k$  сравнительно не велики, то решение будет основано на переборе и проверке всех таких пар. Напомним, что число  $m$  является простым, если оно делится нацело только на себя и на 1.

Легко заметить, что если число  $m$  не является простым (такие числа называются составными), то оно делится на некоторое  $k$ , большее 1, но меньшее, либо равное квадратному корню из  $m$ . Потому, для проверки числа на простоту достаточно написать следующую функцию (листинг 1).

Эта функция работает за время  $O(\sqrt{m})$ . Поэтому, если с ее использованием проверить на простоту все  $n - k$  пар чисел-кандидатов, то суммарное время работы будет  $O(n\sqrt{n})$ . Такое решение укладывается в заданные ограничения по времени.

Основной код программы будет выглядеть следующим образом (листинг 2).

В заключение отметим, что, используя решето Эратосфена [1] для проверки чи-

**Листинг 1.** Функция проверки числа на простоту (язык программирования Pascal)

```
function isPrime(m : integer) : boolean;
var
  i : integer;
begin
  i := 2;
  while (i * i <= m) do begin
    if (m mod i = 0) then begin
      isPrime := false;
      exit;
    end;
  end;
  isPrime := true;
end;
```

**Листинг 2.** Основной код программы (язык программирования Pascal)

```
read(n, k);
ans := 0;
for i := 2 to n - k do begin
  if (isPrime(i)) and (isPrime(i + k)) then begin
    ans := ans + 1;
  end;
end;
writeln(ans);
```

сел на простоту, время работы алгоритма можно улучшить до  $O(n \log \log n)$ . Детальная разработка и реализация этого под-

хода остается читателю в качестве упражнения.

### Источники

1. Статья «Решето Эратосфена» в Википедии.  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D1%88%D0%B5%D1%82%D0%BE\\_%D0%AD%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D0%BD%D0%B0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D1%88%D0%B5%D1%82%D0%BE_%D0%AD%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D0%BD%D0%B0)

*Члены жюри Интернет-олимпиад по информатике базового уровня:*

*Колганов Роман Александрович, студент третьего курса кафедры «Компьютерные технологии» (КТ) СПбГУ ИТМО, преподаватель спецкурса «Олимпиадное программирование» в гимназии № 261,*

*Поромов Сергей Сергеевич, студент четвертого курса кафедры КТ СПбГУ ИТМО, финалист чемпионата мира по программированию среди студентов 2010 года,*

*Ульянцев Владимир Игоревич – студент четвертого курса кафедры КТ СПбГУ ИТМО,*

*Царёв Фёдор Николаевич, аспирант кафедры КТ СПбГУ ИТМО, чемпион мира по программированию среди студентов 2008 года.*



Наши авторы, 2010.  
Our authors, 2010.