

Рукушин Сергей Евгеньевич

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА СТИМУЛИРУЮЩИХ ЗАНЯТИЙ МАТЕМАТИКОЙ (Аналитический обзор зарубежных проектов)

### ВВЕДЕНИЕ

Начиная с середины 90-х годов, мы наблюдаем уменьшение веса отечественной методической школы математического образования в мировом образовании. Взаимовлияние исследований по методике обучения математике, проводимых в России и за рубежом, также невелико. Это видно и по библиографическим перечням в зарубежных журналах, и по дублированию тематики некоторых исследований. Положение отягчается тем, что результаты большинства исследований, проведенных в России, не переводятся на иностранные языки и, тем самым, остаются недоступными для зарубежных исследователей. Эти тенденции отмечались в докладе автора на Международном семинаре по математическому образованию (International Seminar: Bridging Policy and Practice, Mathematic Education of Mathematics Teachers. Park City, Utah, 2005), организованном IAS/PCMI (Institute for Advanced Studies, Princeton, and Park City Mathematical Institute) и рекомендациях семинара, которые можно найти на сайте <http://mathforum.org/pcmi/PCMI2005IntSeminar.pdf>.

Особенно актуальны эти тенденции для такой сравнительно молодой области знания, как использование информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в образовании. Количество публикаций на эту тему велико, и не всегда легко оценить степень фундаментальности тех или иных работ.

Чтобы преодолеть разобщенность методических исследований, связанных с преподаванием математики, в 2006 году в Трондхейме состоялся семинар под эгидой ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), целью которого было обсуждение проблемы стимулирования школьников к занятиям математикой как в рамках школы, так и вне её. По результатам семинара была подготовлена книга, в которой суммируется опыт разных стран в решении проблем, связанных с изучением и обучением математике. Один из разделов книги, вышедшей в издательстве Шпрингер [10], посвящен использованию ИКТ для стимулирования школьников к занятиям математикой.

О содержании этого раздела будет подробно рассказано в статье. Попутно будет сделана попытка согласования терминологии данной области в зарубежной и отечественной литературе.

### СРЕДСТВА ПОДДЕРЖКИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, СТИМУЛИРУЮЩЕЙ ЗАНЯТИЯ МАТЕМАТИКОЙ

Авторы книги в общей оценке роли компьютерных технологий ссылаются на работу [15], которая рассматривает *компьютерные технологии как катализатор преобразования социо-математических норм*. А именно утверждается, что технология подчеркивает *новый вид отношений между*

проблемой и знанием, специфичных как для типа задачи, так и для процесса её решения. Представляет интерес, что Мариотти – автор этой работы – ссылается на классическую работу Паперта [3], в которой тот подчеркивает беспрецедентные возможности, которые информационные технологии открывают для образования.

Этот вывод хорошо согласуется с тезисом, который разделяют большинство методистов, занимающихся данной тематикой:

*«Компьютерные технологии дают основу для развития новых видов занятий математикой, которые, прежде всего, реализуются вне рамок школьной программы».*

В этом утверждении объединяются два важных наблюдения:

- одно касается новых видов деятельности,
- второе – несовместимости этой новой деятельности с существующей системой обучения.

Сами виды деятельности можно объединить в следующие группы:

- работа с математическими публикациями и средствами информации, обращающимися как к широкой публике, так и к профессиональным математикам (лекции, телевизионные программы, книги, журналы и др.);
- участие в математических мероприятиях, адресованных как отдельным учащимся, так и их сообществам и семье (участие в конференциях, соревнованиях и т. д.);
- общеразвивающая математическая и междисциплинарная деятельность (загадки, игры, клубы, кружки, заочные школы и т. д.);
- использование сетевых ресурсов по математике (энциклопедий, словарей, дискуссионных форумов, динамических моделей, обучающих сюжетов, уроков и т. д.).

Эффективность первой группы может быть усилена средствами ИКТ, поскольку материалы могут быть представлены в электронной форме (текст, мультимедиа), а также посредством электронных коммуникаций можно передавать пользователям информацию о мероприятиях и предоставлять средства для обратной связи (дискуссионные форумы, блоги, вики и т. д.). Благодаря

развитой системе управления электронными ресурсами, пользователь может использовать эти возможности в любое время и в любом месте.

Деятельность второй группы может быть поддержана виртуальными ресурсами (CD-ROM или Интернет), предоставляющими информацию о событиях или позволяющими зарегистрироваться и общаться с другими участниками онлайн.

Третья группа может быть поддержана как всеми упомянутыми выше ресурсами, так и основанными на использовании интерактивных ресурсов прямого доступа или записанных на CD-ROM (в форме динамических моделей).

Последняя группа может обеспечиваться всеми видами ресурсов, включая те, которые не могут использоваться иначе, как с помощью компьютерных технологий (программирование, создание мультимедийных проектов, моделирование, проведение исследований и т. д.).

#### **ТИПОЛОГИЯ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ**

В цитируемой работе выделяются три основных типа образовательного программного обеспечения (ПО), которое предоставляет детям возможность испытать себя в математической проблематике:

1. Программы для поддержки различных общеразвивающих видов деятельности, основанных на использовании математических задач.
2. Оживляемые с помощью средств мультимедиа сюжеты, в которых детям предлагают исследовать некоторую проблему и решить задачи, стимулирующие интерес к математике
3. Разнообразное программное обеспечение для поддержки творческой деятельности, которое позволяет детям конструировать своё информационное окружение, используя среди других возможностей различные математические структуры, такие как математические модели, геометрические тела и преобразования.

В качестве примеров первого типа ПО приводятся следующие ресурсы:

1. Millie's Math House (Математический дом Милли) ([http://www.kidsclick.com/descrip/millies\\_math.htm](http://www.kidsclick.com/descrip/millies_math.htm)).

2. Mighty Math Number Heroes (Могущественные герои чисел) ([http://www.kidsclick.com/descrip/mm\\_numhero.htm](http://www.kidsclick.com/descrip/mm_numhero.htm)).

3. Thinking Things collection (Коллекция интеллектуальных вещей) (<http://www.kidsclick.com/descrip/tt3.htm>).

4. JumpStart Learning System (Учебная система быстрого старта) (<http://www.knowledgeadventure.com/>).

5. ADIBOU (АДИБУ) (<http://www.adibou.com/>).

6. Math Rabbit's collection (Математическая коллекция брата Кролика) (<http://www.learningcompany.com/>).

Второй тип иллюстрируется книгами с оживляемыми историями, такими как Disney's Mulan, Arthur's Computer Adventures (Компьютерные приключения Артура), The Cat in the Hat (Кошка в шляпе), Winnie the Pooh and Tiger Too (Винни Пух и Тигра) ([www.superkids.com/aweb/pages/reviews/e\\_read/3/sw\\_sum1.shtml](http://www.superkids.com/aweb/pages/reviews/e_read/3/sw_sum1.shtml)).

В качестве примеров ПО третьего типа предлагается рассматривать любое программное обеспечение, в котором можно заниматься конструированием, например KidPix, Read, Write and Type (Читайте, пишите, печатайте) ([www.learningcompany.com/](http://www.learningcompany.com/)).

Чтобы пробудить математическое любопытство в очень маленьких детях большую роль играют все виды электронных игр с интеллектуальным содержанием, такие как LEGO, шахматы, шашки, карты, ТИС-ТАС-ТОЕ, загадки, лабиринты и пр. В качестве примеров приводятся:

[www.funbrain.com/](http://www.funbrain.com/) (англ.),

[www.crocodilus.org/](http://www.crocodilus.org/) (фр.),

[www2.toulouse.iufm.fr/rallye/](http://www2.toulouse.iufm.fr/rallye/) (фр.),

[www.chessmaster.com/us](http://www.chessmaster.com/us) (англ.).

Компьютерные игры очень привлекательны для маленьких учеников из-за их мультимедийных особенностей (цвета и мультипликации), высокого уровня адаптации, обеспечивающей детям свободу выбора деятельности, дружественной обратной связи, удобного в работе интерфейса, который они могут персонализировать. Главный

фактор, привлекающий детей в играх, – интерактивность.

### РОЛЬ ИКТ В РЕАЛИЗАЦИИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ

Основными элементами, на которых основано стимулирующее действие ИКТ для занятий математикой, авторы книги считают *разнообразие ресурсов и высокий уровень их адаптируемости к потребностям различных категорий учеников*.

Благодаря этим свойствам, ИКТ могут предоставить соответствующий стимул как математически одаренным детям, так и детям со специальными потребностями или имеющим проблемы в изучении математики. Некоторые из этих детей не могут по различным причинам посещать школу. Для них компьютерные технологии становятся единственными окнами в мир математики.

Кеннвелл [13] анализирует четыре различных роли, которые ИКТ может играть в обеспечении дифференцированного подхода к обучению:

1. *ИКТ как средство объединения деятельности учеников для достижения поставленной цели* – разные ученики работают над различными аспектами проблемы в процессе проектной деятельности.

2. *ИКТ как средство верификации*: интерактивность ИКТ позволяет способным ученикам двигаться вне стандартных путей изучения материала, делать и проверять собственные догадки во время исследования (*прим. авт.*: здесь мы используем термин *верификация* вместо использованного в статье оборота «*by response*» – в соответствии с [2]).

3. *ИКТ как средство поддержки*: ресурсы ИКТ, как правило, могут адаптироваться к уровню понимания ученика, поддерживая его соответствующими реакциями.

4. *ИКТ как средство различного представления знания*: ИКТ – образовательные ресурсы могут быть созданы в различных форматах (изображения, слова, представления), чтобы быть подходящими для изучения учениками с разными особенностями

интеллекта (*прим. авт.:* здесь мы используем термин *представление знания*, который на наш взгляд более точно отражает указанную сущность роли ИКТ в обучении, вместо использованного в статье оборота «*by resource*» в соответствии с [7]).

Подчеркивается важная роль ИКТ-ресурсов для компенсации препятствий, возникающих у детей с ослабленным зрением или слухом. Эти ресурсы позволяют им работать на более высоком уровне, которого они иначе не были бы в состоянии достигнуть.

Представляет интерес выделенная авторами связь между особой ролью ИКТ для обучения математике и теорией множественного интеллекта [8]. Проблема развития математического мышления с использованием ИКТ решается посредством перемещения акцента на моделирование и компьютерный эксперимент как методы математической деятельности, в которой соединяется математическая проблематика и работа с различными компьютерными инструментами, обеспечивающие ученику обратную связь.

Применение компьютерных инструментов позволяет ученику, использующему ИКТ в обучении, продвинуться дальше, чем простое использование компьютерных тренажеров для «натаскивания» (в оригинале «kill-and-drill»<sup>1</sup>).

Переходя из класса в класс, школьники сталкиваются с новыми проблемами, такими как выбор профессии, которая может потребовать более высокого уровня математических знаний, чем дает школа. Для таких школьников существует множество электронных ресурсов, которые помогают готовиться к конкурсам и экзаменам.

Взрослые также могут найти много полезных и интересных вариантов для занятий математикой: использовать различные ресурсы по занимательной математике, читать популярную математическую электрон-

ную литературу, использовать возможности для продолжения обучения. Наконец, все, кто профессионально использует математику, могут обнаружить в создаваемых технологических средствах новые интересные возможности для применения в своей профессии.

## ТИПОЛОГИЯ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ СРЕДСТВ ПОДДЕРЖКИ ОБУЧЕНИЯ<sup>2</sup>

Поскольку один цифровой инструмент может использоваться как для творческой деятельности, так и для поддержки экспериментальной деятельности и принятия решений, типология цифровых инструментов должна отражать соответствующие аспекты знания, такие как развитие, представление и распространение.

Согласно работе [12], выделяются:

– *семантические инструменты организации данных* (например, базы знаний и картографические данные),

– *динамические инструменты моделирования* (например, электронные таблицы и микромиры),

– *интерпретационные инструменты* (например, инструменты поиска и инструменты визуализации),

– *инструменты конструирования знания* (например, инструменты для создания гипермедиа и мультимедиа материалов),

– *инструменты для поддержки общения* (например, инструменты для организации асинхронной и синхронной конференц-связи).

Кроме того, Йонассен считает особенно важным использовать компьютеры в конструктивистском<sup>3</sup> плане, «вовлекая учеников в представление знания, манипулирование им и рефлексии о том, что они знают, не сводя работу с компьютером к механическому воспроизведению того, что им говорят» [12: с. 10]. Ученики должны пытаться использовать эти инструменты преж-

<sup>1</sup> Авторы продолжают так «...и достигнуть высших уровней по таксономии Блума», под таксономией Блума [21] здесь понимается движение по следующей цепочке уровней познания: «знание – понимание – применение – анализ – синтез – оценка».

<sup>2</sup> Отметим, что используемый теперь повсеместно термин «компьютерные инструменты в образовании» впервые был введен группой отечественных ученых, основавших одноименный журнал.

<sup>3</sup> На идеологию конструктивизма в настоящее время опираются многие создатели учебного ПО, в нашей стране этому направлению привержена методическая школа академика А.Л. Семенова.

де всего как инструменты для поддержки мышления (mindtools).

Согласно [12], степень, в которой конкретный тип цифрового инструмента используется как «инструмент поддержки мышления» (mindtool), зависит от того, обеспечивает ли этот тип инструмента и в какой степени развитие интеллектуальных навыков, среди которых он подчеркивает следующие:

– *критические интеллектуальные навыки*, которые вовлекают главные навыки оценки, анализа и связи;

– *творческие интеллектуальные навыки*, которые связаны с общими навыками разработки, синтеза и воображения;

– *сложные интеллектуальные навыки*, которые включают три главных типа навыков: проектирование, решение проблемы и принятие решения.

Хотя степень, в которой цифровой инструмент используется как «инструмент поддержки мышления» (mindtool) зависит от особенностей ученика, поставленной задачи и используемой информационной среды обучения, различные типы цифровых инструментов могут поддерживать развитие различных интеллектуальных навыков.

Анализ работы [12] показывает, что, в то время как основные интеллектуальные навыки могут быть поддержаны инструментами семантической организации, динамического моделирования и конструирования, интерактивные инструменты могут обеспечить развитие навыков оценки, формирования логических связей и воображения. Кроме того, хотя инструменты поддержки общения, главным образом, развивают навыки оценки, разработки и синтеза, они могут также развить навыки проектирования, решения проблем и принятия решений, особенно когда используются асинхронные инструменты конференц-связи.

Компьютерные технологии позволяют познакомиться с новыми видами математической деятельности, которые не являются частью традиционного школьного учебного плана. Согласно [20], увеличение числа инструментов для решения математических задач является одним из самых важных со-

бытий в развитии информационных технологий для математиков. Автор подчеркивает, что доступность для студентов инструментов математического моделирования, таких как Mathematica, AgentSheets, StarLOGO и MAPLE, позволяет им заняться экспериментальными исследованиями.

## ОБЩЕЕ ИНФОРМАЦИОННОЕ ПРОСТРАНСТВО

Понятие общего информационного пространства сформулировано в работе [6] и, применительно к использованию в изучении и преподавании математики, развито в работах [4; 5]. Основными категориями общего информационного пространства являются:

– «общий контекст» (наличие у данного сообщества людей общего контекста для общения, который позволяет им общаться, используя небольшой объем дополнительной информации);

– «практикующие сообщества» (сообщества людей, объединенных общим контекстом, использующим информационное пространство для повышения эффективности своей деятельности);

– «границные объекты» (средства, являющиеся способом фиксации общего контекста и средством передачи информации между участниками общего информационного пространства);

– «работа оглашения» (дополнительная работа, которая требуется от участников для поддержания функционирования общего информационного пространства).

В представляемой работе авторы вводят термин «числовые рабочие пространства» (Numerical Working Spaces), которые можно рассматривать как частный случай общих информационных пространств, создаваемых специально для поддержки различных сообществ, связанных «математическими» интересами и функционирующих в сети Интернет.

Числовые рабочие пространства (ЧРП) являются частью сети Интернет и открывают новые возможности для стимулирования интереса к математике. Они обеспечивают

ученику уникальную возможность извлечь пользу из всех инструментальных средств ИКТ одновременно, а именно, они:

- включают программное обеспечение для проведения экспериментов и моделирования,

- содержат распределенные базы данных (базы математических, педагогических и дидактических знаний, банки задач, банки решений задач, философских и концептуальных проблем и т. д.),

- являются местом для общения и обсуждения решений математических задач.

Таким образом, эти пространства приспособляемы ко всем вариантам занятий математикой, независимо от их формы, давая любому человеку возможность познаться с новыми математическими идеями, углубить математические знания и провести экспертизу своих знаний.

ЧРП являются также хорошим инструментом для подготовки учебных групп или отдельных школьников к математическим соревнованиям.

### Примеры ЧРП

*ActiveMath* ([www.activemath.org](http://www.activemath.org)).

Эта сетевая, многоязычная платформа соединяет современные подходы к электронному обучению (elearning) с интеллектуальными системами обучения. Отдельные курсы классифицируются по различным признакам, таким как:

- цели обучения,
- сценарии обучения,
- компетенции (умения, готовность к изучению нового материала и пр.),
- предпочтения ученика, определенные им самим.

В ходе обучения, осуществляемого на основе модели ученика, ученик может взять инициативу на себя, исследовать и корректировать деятельность, наблюдая за своей моделью (моделью ученика), созданной системой. Структуры исследованных математических областей могут визуализироваться, в *ActiveMath* также работает система текстового и семантического поиска.

Такая платформа помогает ученикам участвовать более явно в процессе конструирования знания [16]. Поскольку *ActiveMath*

поддерживает использование нескольких систем компьютерной алгебры, ученик может использовать различные компьютерные инструменты для семантической организации, динамического моделирования, интерпретации и конструирования знания, чтобы облегчить как решение проблем математического характера, так и решение проблем управления процессом обучения.

Дальнейшие исследования покажут, как различные аспекты работы ученика с *ActiveMath* (создание учебных материалов и обучение на их основе с возможными модификациями содержания) влияют на познавательные, метакогнитивные и эмоциональные результаты электронного обучения.

*MathForum* (<http://mathforum.org>)

*MathForum* – другой пример числовых рабочих пространств, содержит следующие элементы:

1. «Задача недели» предлагает новую стимулирующую нестандартную математическую задачу, которая может решаться в режиме онлайн или оффлайн, с возможностью обратной связи с преподавателем.

2. «Спросите у доктора Математик», в этом разделе все участники могут получить совет от добровольцев: профессионалов и экспертов.

3. «Математические инструменты» позволяют использовать и обсуждать разнообразные интерактивные инструменты, для того чтобы лучше овладеть математическими понятиями.

4. «Teacher2Teacher» приглашает педагогов со всего мира сотрудничать по разнообразным проблемам обучения и изучения математики (читается «Teacher To Teacher», то есть «Учитель – учителю»).

5. Другие возможности ресурса включают онлайн-наставничество и повышение квалификации учителей, онлайн семинары и сотрудничество с практикующими учителями.

Большинство этих услуг было создано на основе грантового финансирования и инициативной поддержки. Некоторые из этих услуг теперь оказываются за номинальную плату, позволяющую оплачивать эксплуатационные расходы.

**Другие примеры ЧРП:**

<http://www.cijm.org/> (фр.);

<http://www.mathkang.org/default.html>  
(фр., сайт Международного комитета конкурса «Кенгуру»);

<http://cemc.uwaterloo.ca/> (англ., Учебный центр математики и информатики университета Ватерлоо);

<http://www.amt.edu.au/mcya.html> (англ., Австралийский центр поддержки математического образования);

<http://www.math.toronto.edu/oz/turgor/>  
(англ., международный ресурс Турнира городов, организованного нашим выдающимся соотечественником Николаем Николаевичем Константиновым).

Главным в функционировании общих информационных пространств являются новые формы делового общения между их участниками. Изучение этих возможностей объединено направлением методических исследований, которое получило название «Совместное обучение с компьютерной поддержкой» (в оригинале – Computer Supported Collaborative Learning: CSCL).

Использование общих информационных пространств для поддержки обучения математике наталкивается на различные препятствия. В своем анализе проблем, связанных с обучением математике онлайн, Нэсон и Вудрафф [17] выделяют два препятствия для создания и поддержки таких сообществ:

– неспособность большинства школьных задач математики «из учебника» вызвать плодотворное обсуждение (содержательная проблема);

– ограниченные возможности используемых инструментов для представления знания (технологическая проблема).

Они ратуют за то, чтобы в CSCL использовались инновационные подходы, допускающие использование реальных математических задач, которые

– вовлекали бы обучаемых в моделирование, выявляющее математическую сущность задач,

– способствовали развитию инструментов, позволяющих по-новому представить математические проблемы и организовать более конструктивный диалог, поддерживаемый компьютерными средствами [17: с. 104].

**СРЕДСТВА ЭЛЕКТРОННОЙ  
КОММУНИКАЦИИ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ  
СОВМЕСТНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ**

Авторы [10] обращают внимание на новый механизм стимулирования понимания математики, являющегося относительно независимым от фактора математических способностей. Недавняя работа [14] показала важную роль коммуникаций в процессах обучения, ориентированных на обеспечение понимания математики. «Когда студентам дают возможность общаться в рамках математики, включаются интеллектуальные навыки и процессы, которые крайне важны для развития математической грамотности» [19: с. 296]. Мы можем тогда сказать, что выражение математических мыслей является частью построения математического понимания. Однако эти коммуникативные действия должны быть подлинными, чтобы оказать должное влияние на обучаемых. Использование информационных и коммуникационных технологий может стать важным инструментом, чтобы обеспечить содержательную коммуникативную деятельность.

Рассмотрение процесса коммуникации при решении задачи как новый подход к обучению придает ещё большее значение проектам подобным проекту MathForum.

Проект «Solving Problems within a Virtual Environment» («Решение задач в виртуальной среде») был начат группой педагогов из нескольких университетов Квебека [9]. Этот проект обеспечивает связь между программами подготовки учителей и школами, предоставляя виртуальный банк математических задач и информационную среду для их обсуждения и коммуникации.

Основанный в сети Интернет проект CAMI ([www.umoncton.ca/cami](http://www.umoncton.ca/cami)) был создан в 2000 году, его идеологическую основу составляют следующие три положения:

1) решение стимулирующих задач – основная часть изучения математики;

2) коммуникация играет существенную роль в достижении более высокого уровня понимания математики;

3) ИКТ могут помочь создать новый стиль обучения математике, привлекающий

больше учеников к богатым математическим ресурсам.

Недавние исследования сообщают о положительном эффекте виртуальной среды, связанной с решением математических задач. Например, Проект NRICH (<http://nrich.maths.org/public/>) был создан в 1996 году на основе оригинальной идеи предоставить самым талантливым ученикам богатые онлайн-ресурсы, которые не доступны в школах. Авторы проекта «Математический рост» так описывают результаты исследования:

1. Такие онлайн-ресурсы подходят не только для самых способных учеников, но будут полезны ученикам разных способностей.

2. Интеллектуальный рост не сводится только к изменению содержания, но касается и методического подхода к обучению, который должен предлагать возможности для исследования, открытия и коммуникации.

3. Эффективная организация общения является ключевым фактором для снятия барьеров к включению в работу и изучения предмета [18].

WIMS – вебсервер интерактивной математики (теперь уже многоцелевой сервер) был создан во Франции (<http://wims.univ-mrs.fr/>), но имеет версию на английском языке, доступную, по адресу <http://wims.univ-mrs.fr/wims/wims.cgi?lang=en&+session=G0C668C6D3.1&+module=home>.

Этот виртуальный инструмент для распространения материалов был создан одним человеком – Gang Xiao – профессором университета Nice University. Теперь сервер используется и наполняется многими его коллегами с различных факультетов. Среди них большинство составляют преподаватели математики в колледжах, лицеях и университетах.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ. РЕЗУЛЬТИРУЮЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

В анализируемой работе формулируются главные проблемы и направления работы для тех исследователей, кто занимается проблемами компьютерной поддержки пре-

подавания математики. Выделенные аспекты делятся на несколько групп. Двумя наиболее важными из них являются концептуальные и содержательные проблемы внедрения ИКТ.

#### **Концептуальные вопросы**

1. Разработка содержательных материалов, стимулирующих изучение математики с помощью компьютерных технологий.

2. Продвижение созданных материалов: как сделать эти материалы известными потенциальным пользователям (ученикам, педагогам и широкой публике), варьируя параметры доступа, внедряя системы поиска и пр.

3. Создание методики конструирования общих информационных пространств, стимулирующих математическую деятельность, и технологий управления ими.

4. Развитие средств для доступа к богатым ресурсам различных групп пользователей (инструменты для сбора и каталогизации, создание Интернет-порталов, создание международной сети, основанной на идеях стимулирующей математики и стимулирующей информационной среды).

Выделенные проблемы должны быть изучены с точки зрения финансовых потребностей, теорий обучения, организации и контроля, доступа, безопасности и этических проблем, надежности хранения содержания, интерактивности, адаптируемости, скорости.

#### **Содержательные вопросы**

В настоящее время уже сложились направления, в которых ИКТ усиливает стимулирующее влияние математики. Все они связаны с существенным обновлением информационной среды обучения математике, введением в неё стимулирующих компонентов, основанных на компьютерных средствах.

Отметим наиболее известные из таких направлений:

– соревнования по программированию (основанные на тех или иных идеях математики), возможна и организация соревнований по информатике без формального программирования;

– использование систем динамической геометрии как средства «предметного программирования» (например, конструирование алгоритмов построения конкретных геометрических фигур или их комбинаций);

– использование инструментов для конструирования, исследования, рефлексии (LOGO, Geometer's Sketchpad, CABRI);

– использование систем компьютерной алгебры;

– работа с многофункциональным программным обеспечением, например, ПО для поддержки статистики;

– использование электронных таблиц, которые позволяют школьникам как экспериментировать с различными данными, так и участвовать в постановке новых задач;

– использование реальных данных, собранных в сети Интернет;

– участие в математических клубах и виртуальных сообществах в сети Интернет;

– интерактивные игры с математическим содержанием (например, магические квадраты, sudoku).

Одна из важных особенностей интеграции ИКТ в область педагогических исследований состоит в постоянном развитии технологических инструментов, основанных на новых педагогических идеях. Например, упомянутый выше [mathforum.org](http://mathforum.org) развил новый проект под названием VMT (виртуальная математическая команда, <http://mathforum.org/vmt/TheVMTProject.pdf>).

#### **ПОСЛЕ ЗАКЛЮЧЕНИЯ. ОТЕЧЕСТВЕННЫЕ РЕСУРСЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ**

Хотелось бы отметить, что многие приведенные в этой статье исследования сделаны позже, чем соответствующие отечественные. В качестве примера можно привести монографию «Информационная среда обучения» [1], вышедшую в 1997, в которой сформулированы многие из приведенных выше результатов (опубликованных позже). Также следует отметить ресурсы, которые не вошли в этот обзор, но представляют не меньший интерес:

– сайт Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО) [www.mcsme.ru](http://www.mcsme.ru), на котором собрана практически вся популярная отечественная литература по математике (и ссылки на другие полезные ресурсы);

– сайт проекта «Задачи», созданный МЦНМО совместно с московской школой № 57, [www.problems.ru](http://www.problems.ru), на котором находится хорошо организованная система математических задач, легко адаптируемая к пользователю, позволяющая как решать задачи и проверять себя, читая решения и ответы, так и участвовать в поиске новых решений задач и расширении системы, также сайт имеет ссылки на другие полезные ресурсы по стимулирующей математике;

– сайт «Математические этюды» [www.etudes.ru](http://www.etudes.ru), созданный группой инициативных молодых людей под руководством математика Н.Н. Андреева, на котором можно познакомиться с важными геометрическими (и не только) идеями, представленными в форме компьютерных фильмов, рассказывающих о трудных и нерешенных математических задачах;

– дистанционный конкурс «Конструируй-Исследуй-Оптимизируй» (сайт конкурса [www.kio.spb.ru/kio](http://www.kio.spb.ru/kio)), в котором участникам предлагаются сюжеты-лаборатории, связанные с изучением частных решений трудных или нерешенных задач, имеющих важное значение для формирования научного мировоззрения учащихся в области информатики и математики; в процессе решения участники конструируют решения, стараясь сделать их оптимальными по указанным параметрам;

– дистанционные олимпиады по математике (сайт [olymp.ifmo.ru](http://olymp.ifmo.ru)), в которых участники могут испытать свои силы перед прохождением очной олимпиады, открывающей двери в технические вузы;

– визуализаторы алгоритмов дискретной математики (сайт <http://rain.ifmo.ru/cat/>), сделанные под руководством С.Е. Столяра и позволяющие понять суть многих важных алгоритмов на основе работы с динамическими моделями (апплетами).

И этот перечень далеко не полон.

## Литература

1. М.И. Башмаков, С.Н. Поздняков, Н.А. Резник. Информационная среда обучения. СПб: «Свет», 1997.
2. Манцеров Д.И. Среда KD-Verifier 2: верификация решений задач по математике // Компьютерные инструменты в образовании, 2006. № 4.
3. Пейперт С. Переворот в сознании. Дети, компьютеры и плодотворные идеи. Пер. с англ. М.: Педагогика, 1989.
4. Поздняков С.Н. Конструирование общего информационного пространства. Материалы IX Междун. конфер.-выставки. ИТО99: 9–12 ноября. 1999 г. Тезисы докладов. М: МИФИ, 1999.
5. Web-sudoku как пример конструирования общего информационного пространства // Компьютерные инструменты в образовании, 2005. № 6.
6. Vannon L., Budker S. Constructing Common Information Spaces, 1997.
7. Bogdanov M., Pozdnyakov S., Pukhov A. Multiplicity of the knowledge representation forms as a base of using a computer for the studying of the discrete mathematics // The 9th International conference «Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives». Vilnius Pedagogical University, 16–17 May 2008.
8. Campbell L., Campbell B., Dickinson D. Teaching and Learning Through Multiple Intelligences. Pearson. 2006.
9. Charbonneau L. Solving Mathematical Problems within a Virtual Environment // Paper presented at the XVIII ICIE International Conference, Québec, Qc, 5–9 November 2000.
10. Freiman V., Kadjevich D., Kuntz G., Pozdnyakov S., Stedoy I.: Challenging mathematics beyond the classroom enhanced by technological environments (в книге Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom: Chapter 3). Springer Science + Business Media, LLC 2009.
11. Ivanov S., Pozdnyakov S. Computers in productive teaching of mathematics or how information technologies can support intellectual freedom of the learner. The 10-th International Congress on Mathematical Education, National presentation: Russia, Selected materials, Copenhagen, Denmark, July 4–11, 2004. P. 115–124.
12. Jonassen D.H. Computers as Mindtools for Schools: Engaging Critical Thinking (2nd ed.), Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2000.
13. Kennewell S.: Meeting the standards in using ICT for secondary teaching: A guide to the ITT NC, RoutledgeFalmer, 2004.
14. Lampert M. and Cobb P. Communication and language. In Kilpatrick, J., Martin W.G., Schifter D. (eds.) A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics. P. 237–249, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 2003.
15. Mariotti M.A. The Influence of Technological Advances on Students' Mathematical Learning, in English L.D. (ed.) Handbook of International Research in Mathematics Education, LEA. 2002. P. 695–724.
16. Melis E., Haywood J., Smith T.J. LeActiveMath. In W. Nejdil and K. Tochtermann (eds.) First European Conference on Technology Enhanced Learning (ECTEL 2006). Lecture Notes in Computer Science, 4227. P. 660–666. Berlin: Springer, 2006.
17. Nason R., Woodruff E. Online Collaborative learning in Mathematics: Some Necessary Innovations. In: T. S. Roberts, Online Collaborative Learning: Theory and Practice. Information Science Publishing 2004. P. 103–131.
18. Piggott J.S. Developing a framework for mathematical thinking. In: Conference Proceedings, «Critical Thinking», University of the West Indies, 2004.
19. Pugalee D.K. Using communication to develop students' mathematical literacy, Mathematics Teaching in the Middle School, 6, 5, 2001. P. 296–299.
20. Rubin A. Technology meets mathematics education: envisioning a practical future, 1999.
21. Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals. P. 201–207 / B.S. Bloom (Ed.) Susan Fauer Company, Inc. 1956.
22. Jonassen D.H. (ed.) Handbook of Research on Educational Communications and Technology (2nd ed.), Mahwah, NJ: Erlbaum, 2004.



Наши авторы, 2009.

Our authors, 2009.

*Рукишин Сергей Евгеньевич,  
доцент кафедры математического  
анализа РГПУ им. А.И. Герцена.*