

Сатюков Роман Валерьевич,
Ульянцев Владимир Игоревич,
Царёв Фёдор Николаевич

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ИНФОРМАТИКЕ И ПРОГРАММИРОВАНИЮ

Этой статьёй мы начинаем цикл публикаций олимпиадных задач для школьников по информатике и программированию с разборами. В основном, в этих публикациях будут рассматриваться задачи Интернет-олимпиад по информатике базового уровня, проводимых Санкт-Петербургским государственным университетом информационных технологий, механики и оптики. Сайт этих олимпиад находится по адресу <http://neerc.ifmo.ru/school/io/>.

Решение таких задач и изучение разборов поможет Вам повысить уровень практических навыков программирования и подготовиться к различным олимпиадам по информатике и программированию.

В этой статье рассматривается задача «Раскраска кубиков», которая предлагалась на восьмой Интернет-олимпиаде базового уровня сезона 2008-2009.

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Недавно маленькому Вове подарили набор, состоящий из желтых кубиков. Вова долго играл с ними и, наконец, сложил из них прямоугольный параллелепипед размером $w \cdot h \cdot l$ кубиков.

Затем Вова решил, что данная конструкция будет гораздо красивее, если она будет красной, поэтому он покрасил ее. Несколько позже, разобрав ее, Вова заметил, что у части кубиков окрашенной в



красный цвет оказалась лишь одна грань, у некоторых кубиков в красный были покрашены две грани и т. д.

Теперь маленького Вову интересует вопрос, сколько же кубиков имеют ровно k красных граней.

Формат входного файла

Во входном файле даны четыре целых числа – w , h , l и k соответственно ($1 \leq w, h, l \leq 100$, $0 \leq k \leq 6$).

Формат выходного файла

В выходной файл выведите одно число – число кубиков, имеющих ровно k красных граней.

Примеры входных и выходных данных

painting.in	painting.out
2 2 2 3	8
3 1 1 4	1

РАЗБОР ЗАДАЧИ

Для решения этой задачи необходимо выписать явные формулы для ответов. Упорядочим размеры заданного параллелепипеда, так чтобы выполнялись неравенства $w \leq h \leq l$. Заметим, что вид формулы зависит только от того, сколько из чисел w, h, l равны единице. Формулы, по

Листинг 1. Заполнение массива **a**
`fillchar(a, sizeof(a), 0);`

```
// Грани z=1 и z=l
for i := 1 to w do begin
  for j := 1 to h do begin
    inc(a[i][j][1]);
    inc(a[i][j][l]);
  end;
end;

// Грани y=1 и y=h
for i := 1 to w do begin
  for j := 1 to l do begin
    inc(a[i][1][j]);
    inc(a[i][h][j]);
  end;
end;

// Грани x=1 и x=w
for i := 1 to h do begin
  for j := 1 to l do begin
    inc(a[1][i][j]);
    inc(a[w][i][j]);
  end;
end;
```

которым вычисляется ответ на задачу, приведены в таблице (табл. 1).

Задачу можно решить и «программистским» методом. Введем систему координат так, чтобы координаты центров всех кубиков имели вид (x, y, z) , где $1 \leq x \leq w$, $1 \leq y \leq h$, $1 \leq z \leq l$. Заведем трехмерный массив **a[x][y][z]** – число покрашенных граней у кубика с координатами центра (x, y, z) . Элементы этого массива (изначально заполненного нулями) вычисляются следующим образом: необходимо перебрать кубики на всех шести гранях параллелепипеда и прибавить к соответствующим элементам массива **a** единицу.

В листинге 1 приведен фрагмент решения, соответствующий заполнению массива **a**.

После этого циклами по всем кубикам можно вычислить ответ (см. листинг 2).

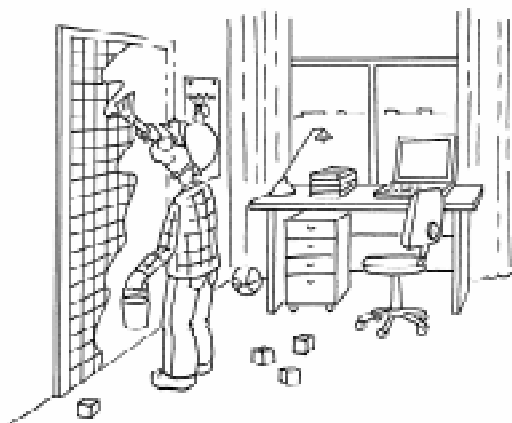


Табл 1. Явные формулы для ответа на задачу

	$w, h, l > 1$	$w = 1; h, l > 1$	$w = h = 1; l > 1$	$w = h = l = 1$
$k = 0$	$(w - 2) \cdot (h - 2) \cdot (l - 2)$	0	0	0
$k = 1$	$2 \cdot ((w - 2) \cdot (h - 2) + (l - 2) \cdot (h - 2) + (w - 2) \cdot (l - 2))$	0	0	0
$k = 2$	$4 \cdot (w + h + l - 6)$	$(h - 2) \cdot (l - 2)$	0	0
$k = 3$	8	$2 \cdot (h + l - 4)$	0	0
$k = 4$	0	4	$l - 2$	0
$k = 5$	0	0	2	0
$k = 6$	0	0	0	1

Листинг 2. Вычисление и вывод ответа

```
ans := 0;
for i := 1 to w do begin
  for j := 1 to h do begin
    for p := 1 to l do begin
      if (a[i][j][p] = k) then begin
        inc(ans);
      end;
    end;
  end;
end;
writeln(ans);
```

Время работы первого варианта решения есть $O(1)$, то есть оно не зависит от входных данных. Время работы второ-

го варианта решения составляет $O(w \cdot h \cdot l)$, то есть оно пропорционально объему параллелепипеда.

*Сатюков Роман Валерьевич,
аспирант кафедры «Компьютерные
технологии» СПбГУ ИТМО,
золотой призер чемпионата мира
по программированию среди
студентов 2007 года.*

*Ульянцев Владимир Игоревич,
студент третьего курса кафедры
«Компьютерные технологии»
СПбГУ ИТМО, член жюри
Интернет-олимпиад по
информатике базового уровня.*

*Царёв Фёдор Николаевич,
аспирант кафедры «Компьютерные
технологии» СПбГУ ИТМО,
чемпион мира по программированию
среди студентов 2008 года, член
жюри Интернет-олимпиад по
информатике базового уровня.*



Наши авторы, 2009.
Our authors, 2009.