

*Кочетков Михаил Евгеньевич*

## ИНТЕРАКТИВНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ МОДУЛЬ «МНОГОГРАННИКИ, РАЗВЁРТКИ И СЕЧЕНИЯ»

### КОНЦЕПЦИЯ ПРОГРАММНОГО МОДУЛЯ

Применение информационных технологий и, в частности, цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) в настоящее время является одним из наиболее популярных направлений модернизации системы образования. Немалую роль в этом сыграл и проект «Информатизация системы образования» (ИСО), первый этап которого прошёл в 2005–2008 гг.

Несмотря на то, что уже издано немало качественных цифровых образовательных ресурсов, рядовой покупатель под ярлыком инновационного средства обучения вполне может приобрести нечто бесполезное. «Рынок наводняется учебными пособиями, которые, по сути, представляют собой попытку реанимации программированного обучения, украшенного движущимися картинками, музыкальным оформлением и мультимедийными эффектами. Внешне они могут иметь атрибуты инноваций, но, по сути, остаются ближайшими родственниками тривиальных учебных курсов» [1].

В этом кроется одна из причин того, что у некоторых учителей формируется твёрдое предубеждение перед компьютерными инструментами в целом.

Разработчик программного продукта не всегда является профессионалом в сфере образования, но покупатель имеет право быть уверенным в том, что купленный им продукт уже несёт определённую идею, пригодную в обучении, и не требует серьёзной

адаптации педагогом. Поэтому важно, чтобы авторы очередного цифрового образовательного ресурса обязательно публиковали комментарии и материалы к своему проекту. Это полезно, в первую очередь, для пользователя, так как он должен быть готов к использованию ресурса, и также для разработчика, так как позволяет ещё раз оценить идею своего продукта.

С этой целью далее будут рассмотрены возможности интерактивного программного модуля «Многогранники, развёртки и сечения». Основная задача продукта: развитие пространственного мышления и умения самостоятельно вести поисковую деятельность. Модуль ориентирован на применение при изучении многогранников в курсе стереометрии 10–11 классов. Для более полной реализации развивающих возможностей математики полезно использовать продукт уже в 5–6 классах.

Модуль актуален и потому, что содержание стереометрии сложно. Геометрия в пространстве оперирует объектами, которые требуют развитого воображения. Наиболее сложными из них являются многогранники и такие тела, как цилиндр, конус и сфера. Также при изучении фигур в стереометрии возникают целые классы новых задач: на построение разверток, сечений. Очевидно, что это создаёт дополнительные трудности у учащихся, которые обладают недостаточно развитым пространственным воображением или не планируют выбирать профессии, связанные с математикой. Естественный способ смягчить эту проблему –



*Геометрия  
в пространстве  
оперирует объектами,  
которые требуют развитого воображения.*

использовать наглядные пособия. Как правило, класс состоит из 20–25 человек, а модели нередко присутствуют в малом количестве, поэтому полноценно поработать с фигурой каждый учащийся не может – этот процесс отнял бы слишком много времени.

В этих условиях полезно использовать модуль «Многогранники, развёртки и сечения», предоставляющий возможность работать с моделями пространственных объектов.

Интерактивность продукта состоит в том, что все объекты, с которыми работает пользователь, могут быть изменены. При этом, по-разному применяя один и тот же инструмент, можно получать непохожие результаты. Это делает возможным свободное конструирование и изменение объектов.

Прежде чем перейти к рассмотрению рекомендаций по применению модуля, отметим основные возможности модуля:

- демонстрация пространственных моделей;
- конструирование фигур;
- создание собственной коллекции моделей;
- построение развёрток фигур;
- создание интерактивных роликов по получению развёрток;
- построение сечений фигур.

#### **ДЕМОНСТРАЦИЯ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ФИГУР, СОЗДАНИЕ КОЛЛЕКЦИИ**

Как правило, инновационные средства обучения, к которым относятся и цифровые образовательные ресурсы, требуют значительных изменений в методике препода-

вания предмета. Нередко это становится одним из препятствий при их внедрении в реальную работу учителей. В этом случае было бы полезно, чтобы цифровые образовательные ресурсы обладали определённой долей совместимости с традиционной методикой. Это не означает, что разработчики должны жертвовать инновационными идеями. Речь идет, в первую очередь, о простоте их освоения и использования теми, кто не очень опытен в применении современных средств обучения. При разработке программного модуля «Многогранники, развёртки и сечения» особое внимание уделялось доступности продукта для пользователей разного уровня.

Далее будут рассмотрены инструменты, которые могут эффективно использоваться даже без существенной перестройки методики обучения.

Продукт предоставляет возможность исследовать интерактивные модели. Инструмент «рука» позволяет осуществлять простейшие манипуляции с фигурой: поворот модели осуществляется при нажатой правой кнопке мыши, а передвижение – при нажатой левой. За изменение масштаба отвечают режимы «увеличить» и «уменьшить». Эти инструменты можно применять как к одной из фигур, так и ко всей модели. Возможно изменение цвета отдельных граней и всей фигуры в целом.

Модуль имеет встроенную коллекцию моделей, которую можно расширять. Для просмотра базы можно воспользоваться панелью «показать коллекцию».

Описанные инструменты могут быть использованы при введении определений многогранников. Желательно занятия проводить в компьютерном классе, и тогда учащиеся самостоятельно смогут рассмотреть и проанализировать модель и на её основе составить предположения о существенных признаках изучаемой фигуры. После работы с моделями необходимо уделить внимание формулированию определений.

Так могут быть получены понятия многогранника, правильного многогранника, разных видов призм и пирамид, всех Платоновых тел. При этом, в отличие от чертежа, модель, с которой могут работать уча-

щиеся, более реалистична. Достоинство такого способа также в том, что в коллекции найдётся немало примеров и контрпримеров, а если их будет недостаточно, учитель отдельно или вместе с учениками сможет конструировать свои фигуры (см. рис. 1).

Это самый очевидный способ применения данного программного модуля, хотя он и не показывает всех возможностей.

На основе имеющихся многогранников пользователь может создавать новые фигуры. Для этого существуют инструменты «построить на грани пирамиду», «построить на грани призму», «выбрать точку» и «перенос». К этой группе можно отнести и инструмент «рассечение», о котором будет рассказано в соответствующем разделе. Применяя их, можно получать звёздчатые многогранники или другие фигуры, достаточно сложные, но не теряющие гармоничности.

Эта группа инструментов несколько более сложна в использовании, так как в итоге можно получить не только невыпуклое, но и вырожденное тело, исследовать которое инструментами программного модуля может быть невозможно. Таких ситуаций следует избегать, а при конструировании сложной модели, сохранять промежуточные результаты.

Тем не менее, инструменты этой группы могут быть эффективны при построении нестандартных тел. Такая необходимость может возникнуть, например, при подготовке модели для задачи на сечение неправильной пирамиды. В этом случае нужно выбрать подходящую правильную пирамиду и точки. Затем с помощью инструмента «Перенос», изменить форму основания пирамиды, сделать её наклонной. Как и для любого реального инструмента, для переноса характерен свой механизм работы: вектор переноса лежит в плоскости, параллельной экрану, и, чтобы деформация была предсказуема, необходимо следить за положением фигуры на экране.

Примером применения модуля в курсе стереометрии 11 класса является задача на определение



*Модель имеет встроенную коллекцию моделей ...*

правильных многогранников: «удалите многогранники, не являющиеся правильными» (см. рис. 2). Её можно предлагать на этапе выявления существенных признаков правильного многогранника, а если есть возможность провести занятие в компьютерном классе, то как задание на актуализацию определения.

Модель для этой задачи есть в коллекции программного модуля под названием задача № 1.

### ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЁРТОК И СЕЧЕНИЙ ФИГУР

Создавать фигуры можно, например, с помощью конструктора, придуманного Фредом Бассети [2]. Однако для построения развёрток и сечений модуль предоставляет инструменты, найти которым достаточно эффективные аналоги в реальности непросто.

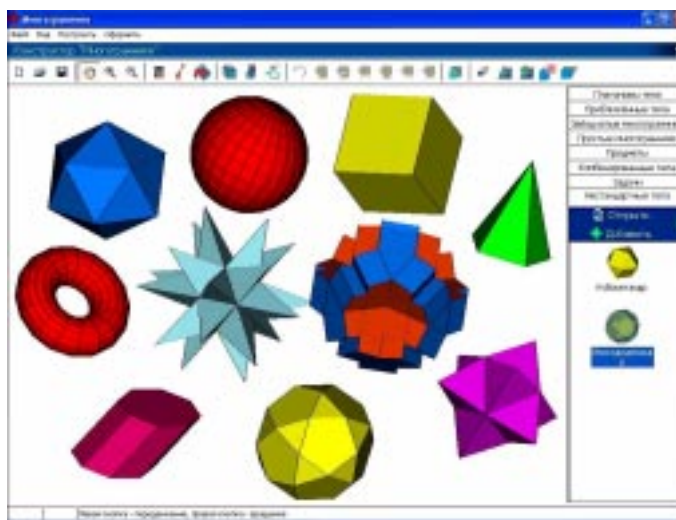


Рис. 1

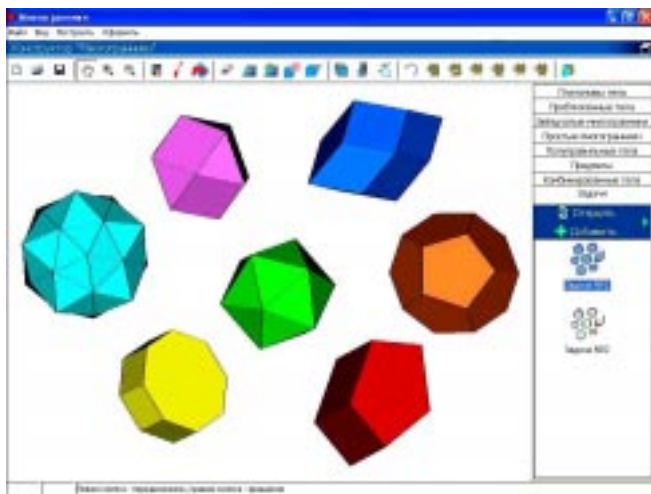


Рис. 2

сто. Ведь было бы слишком расточительно, изучая сечения куба, приобрести несколько твёрдых моделей и разрезать их. В этой ситуации компьютерные средства более удобны.

Изучению понятия развертки и формированию умений по ее построению в школьной практике нередко уделяется мало времени. Как правило, всё ограничивается выполнением практических работ по склеиванию многогранников. При этом необходимо заметить, что задачи на развёртки способствуют развитию пространственного мышления и поэтому полезны для любого учащегося. Кроме того, подобные задания нередко встречаются на школьных математических олимпиадах.

Для построения разверток многогранников и осуществления обратного процесса «сворачивания» многогранника используются инструменты «удалить ребро», «ав-



*...проведение практической работы при изучении развёрток.*

томатическая развертка», «ручное сворачивание».

Самый очевидный способ применения этих возможностей модуля – это проведение практической работы при изучении развёрток. Смысл её – в формировании более наглядного и доступного ученикам понятия развёртки.

Могут быть даны задания нескольких типов:

- на построение развёртки по образцу;
- на построение развёртки, отличной от образцов;
- на построение всех возможных развёрток фигуры.

Эти задачи могут быть выполнены для разных многогранников, но стоит помнить, что построение развёрток фигур с большим числом граней занимает больше времени.

Примером может служить задание: «Даны развертки куба. Получите развертку куба, отличную от данных». Основная его цель: развитие конструктивного мышления. Выполняя это задание, учащийся сможет получить наглядное представление о развёртке и способах её построения. Модель для задачи хранится в коллекции модуля под именем «задача № 4».

Полезны и другие конструктивные задачи, в которых с помощью развёртки, можно проверить сформированность понятия о фигуре: «Даны три многоугольника. Какой из них является разверткой правильной треугольной пирамиды?». Модель для неё хранится в коллекции модуля под именем «задача № 3».

Особое внимание при работе с программным модулем стоит уделять тому, чтобы свои предположения учащиеся сначала формулировали и только затем, самостоятельно работая с инструментами и моделями, проверяли их.

С помощью программного модуля можно решать задачи на развёртки, которые популярны как в математических кружках, так и на олимпиадах.

В качестве примера можно использовать модель под названием «задача № 5» (см. рис. 3). При этом предлагается следующее

задание: «Дан куб и две его развёртки. Раскрасьте развёртки так, чтобы при сворачивании получился куб с цветами граней, как у данного». Это довольно простая задача, но с помощью инструментов «раскрасить многогранник» и «раскрасить грань» учитель может создавать и более сложные задачи. Для этого можно увеличить количество цветов многогранника, уменьшить количество раскрашенных многоугольников развёртки, предложить более сложную фигуру.

Целесообразно также представить пример применения модуля в исследовательской работе на вывод формулы площади поверхности конуса ( $S_{\text{кон}}$ ).

Структура соответствующего фрагмента урока:

1. Беседа с целью актуализация знаний о конусе – его определении, элементах, возможных сечениях.

2. Беседа с целью постановки проблемы: «как найти площадь поверхности конуса», а также поиск тела, способного выступить в качестве модели конуса.

3. Беседа с целью выявления подхода к нахождению  $S_{\text{кон}}$ .

4. Работа с программным модулем с целью проверки двух способов.

5. Беседа с целью обсуждения результатов и выявления формулы площади поверхности конуса.

Модель для этой работы находится в коллекции под именем «задача № 6» (см. рис. 4). Подробнее остановимся на этапах связанных с применением модуля.

Во время постановки проблемы с учащимися необходимо обсудить возможность моделирования конуса с помощью других фигур. Полезно предлагать учащимся строить аналогии между определениями фигур, сравнивать их существенные признаки и элементы. В итоге должна быть сформулирована идея о моделировании конуса с помощью пирамиды с большим числом углов у многоугольника, являющегося основанием. При этом важно разграничить модель и понятие реального конуса.

Выводы нужно проиллюстрировать с помощью программного модуля.

На этапе выявления подхода к нахождению площади боковой поверхности следует задать вопрос: «Какой ещё, помимо самой фигуры, геометрический объект сохраняет площадь поверхности этой фигуры?». Если возникнут затруднения можно напомнить о том, из чего можно склеить многогранник. В результате будет получен ответ, что площадь поверхности сохраняет развёртка. Найдя её площадь, учащиеся найдут и площадь поверхности пространственной фигуры. Далее следует работа по получению развёртки модели конуса в программном модуле. В итоге будет выявлена её форма. На этом этапе разумно организовать работу в группах, так как для некоторых учащихся по форме развёртки будет непросто догадаться о том, что нужно опираться на формулы площадей сектора и круга.

Поскольку в модуле нет инструментов для подсчёта длин отрезков или площади граней, то сам вывод формулы должен быть произведён или самостоятельно учащимися в тетрадях, или у доски. После вывода формулы результаты нужно обсудить.

Аналогичным образом можно организовать вывод формулы площади поверхности усеченного конуса, цилиндра.

Стоит упомянуть об интерактивных роликах, которые может создавать пользователь. Программный модуль позволяет со-

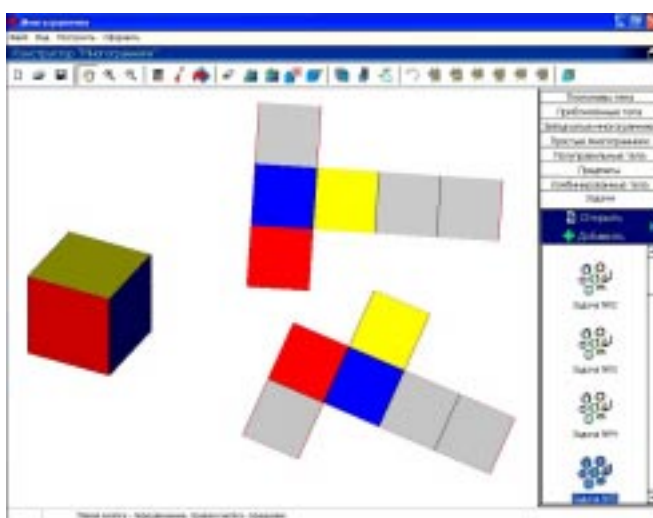


Рис. 3

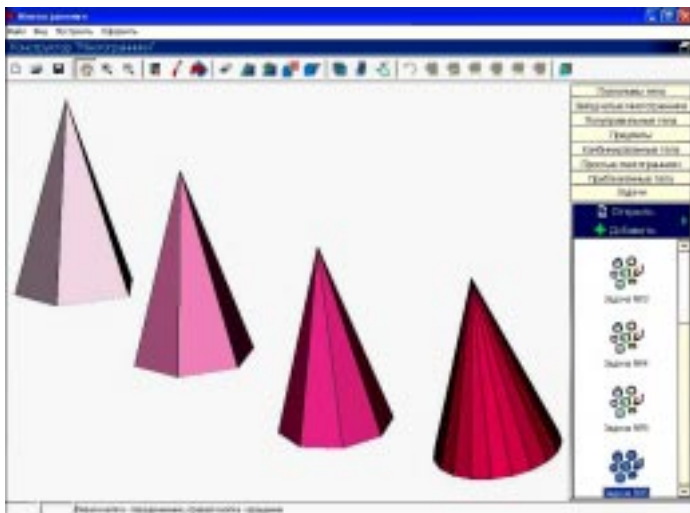


Рис. 4

здавать ролики по получению разверток и по «сворачиванию» многогранников из разверток. Результаты можно сохранять в файлах. Таким образом, педагог может создавать демонстрационные материалы – примеры сворачивания и разворачивания фигур. Учащиеся могут сохранять свои личные достижения.

В отличие от видеофрагментов эти материалы интерактивны. Помимо возможности в любой момент остановить их просмотр, проиграть в обратном и в прямом порядке, модуль позволяет, просматривая ролик, работать с объектом – поворачивать, изменять размеры. Для того чтобы просмотреть

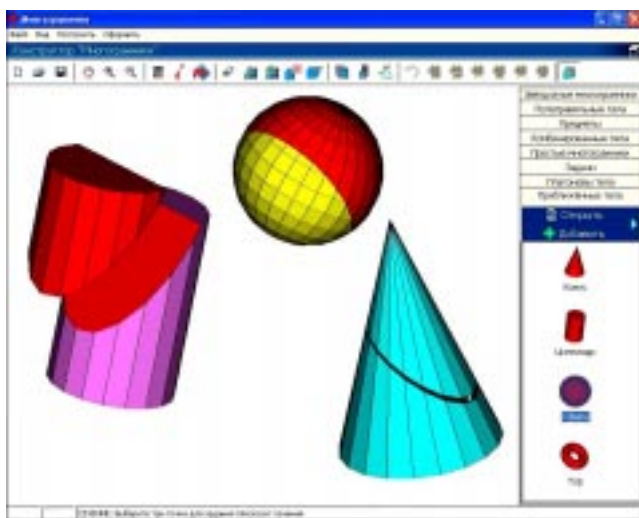


Рис. 5

ролик, нужно воспользоваться кнопкой «Открыть ролик» на соответствующей панели и указать на файл, его хранящий. Режим проигрывания доступен только, если в данный момент в пространстве модуля находится одна фигура и загружен соответствующий ей ролик.

Программный модуль также может быть применён и как средство проверки предположений в задачах на сечение.

Могут быть предложены задания на исследование сечений цилиндра, конуса или сферы, однако в этом случае необходимо отдельно обратить внимание, что

каждое из этих тел моделируется приближённо. Ещё до того как полностью задана секущая плоскость, её положение отображает динамический эскиз (см. рис 5). Используя этот инструмент, также можно проиллюстрировать понятие усечённого конуса.

Немало внимания в школьном курсе обычно отводится сечениям куба. В качестве другого примера можно привести следующую задачу: «Дан куб. Сколькими способами можно разделить куб так, чтобы две получившиеся части были бы равны по объёму? В каком случае площадь сечения будет наибольшей?»

В этом случае программный модуль служит удобным средством для проверки гипотез, но в то же время не даёт учащемуся всей информации полностью, так как средства измерения площадей и объёмов отсутствуют. Это свойство модуля является достоинством, так как акцент делается именно на конструировании знания, верность которого затем можно доказать традиционными способами.

Такая особенность актуальна и для указанной задачи: когда найдено сечение в форме правильного шестиугольника, учащимся предлагается уже без программного модуля доказать утверждение, что он будет наибольшим по площади.

Аналогично могут быть поставлены задачи о сечениях других фигур.

Однако инструмент может применяться ещё до регулярного изучения стереометрии в старшей школе. В качестве примера, который может быть интересен младшему школьнику, приведём следующее задание: «Дана модель карандаша. Как получить подобный предмет из заготовки?»

Соответствующая модель хранится в коллекции под названием «задача № 2».

При использовании программного модуля важно знать, что рассечение невыпуклых фигур не предусмотрено, а при работе с приближённо моделируемыми телами не следует сильно уменьшать модели, так как это может привести к проблемам при использовании инструментов.

Вместе с другими средствами конструирования рассечение представляет большие возможности для выполнения творческих работ. Это могут быть и модели предметов реального мира (для младших школьников) и разные нестандартные тела, примеры которых можно найти в разделах коллекции модуля «предметы» и «комбинированные тела».

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Интерактивный программный модуль «Многогранники, развёртки и сечения» продолжает развиваться. Планируется добавление новых инструментов как для конструирования фигур, так и для их численного анализа: подсчёта площадей, объёмов, длин рёбер. Особое внимание будет уделено простоте и доступности программного модуля, – ведь сложных профессио-

## Литература

1. Беренфельд Б. С., Бутягина К. Л. Инновационные учебные продукты нового поколения с использованием средств ИКТ // Вопросы образования, 2005. № 3. С. 104–145.
2. Матиясевич Ю. В. Модели многогранников // Квант, 1978. № 1. С. 8–17.

*Кочетков Михаил Евгеньевич,  
студент IV курса физико-  
математического факультета  
Калужского государственного  
педагогического университета  
им. К.Э. Циолковского.*



*...задания на исследование сечений цилиндра,  
конуса или сферы...*

нальных математических систем немало, а удобных для обучения модулей всё ещё недостаточно. Среди удачных иностранных продуктов в этой сфере можно отметить Cabri 3D (<http://www.cabri.com/>) и Archimedes Geo3D (<http://www.raumgeometrie.de/drupal/en>). Отечественные разработки чаще всего представляют наборы интерактивных моделей, но стоит выделить комплекс «Стереометрия 10–11» (<http://www.cordismedia.ru/>).

Выше были рассмотрены основные рекомендации по использованию программного модуля «Многогранники, развёртки и сечения» в обучении математике. Естественно, можно найти и другие способы применения этого средства, а для знакомства с продуктом этого достаточно.

Подводя итог, важно отметить, что геометрия в пространстве обладает большим развивающим потенциалом, а использование компьютерных средств делает её более понятной для учащихся, обладающих недостаточно сформированным воображением, и открывает новые творческие возможности для интересующихся стереометрией.



Наши авторы, 2009.  
Our authors, 2009.