

Андреев Николай Николаевич,  
Калиниченко Михаил Александрович

## КОМПЬЮТЕРНЫЕ ФИЛЬМЫ О ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ И НЕРЕШЕННЫХ ПРОБЛЕМАХ МАТЕМАТИКИ ФИЛЬМ ВОСЕМНАДЦАТЫЙ. КУСОЧНО ГЛАДКОЕ ВЛОЖЕНИЕ МНОГОГРАННИКА

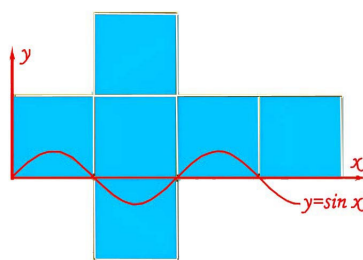
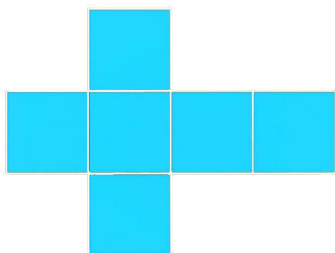
*Кадр 1. Заголовок.*

### КУСОЧНО ГЛАДКОЕ ВЛОЖЕНИЕ МНОГОГРАННИКА

*Кадр 2–9.*

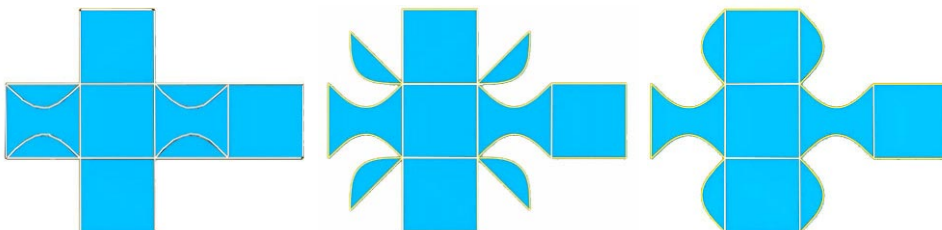
Можно ли развертку многогранника свернуть в замкнутое тело, границы которого будут состоять не из кусочков плоскостей, а из кусочков гладких поверхностей?

Возьмем куб с длиной ребра равной  $\pi$ . Развернем его в классическую крестообразную развертку и, специальным образом проведя оси координат, нарисуем функцию  $y = \sin x$ .



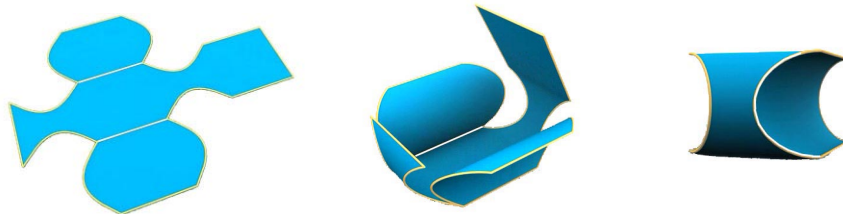
*Кадр 10–15.*

Переложим кусочки развертки, отсекаемые синусоидой, и симметричные им. Развертка не изменилась, так как условия склейки границ при перекладывании были сохранены.



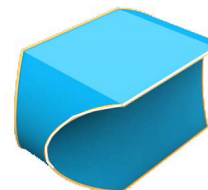
**Кадр 16–24.**

Из полученной фигуры можно сложить вот такое тело.



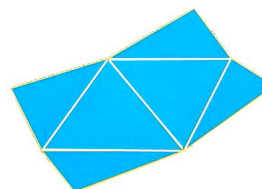
**Кадр 25–28.**

Однако рассмотренный пример, хотя и отвечает на поставленный вопрос, обладает одним недостатком. Его граница содержит два куска, унаследованных от куба, которые являются кусочками плоскостей. После построения этого примера конструкция, не обладающая указанным минусом, возникла очень быстро.



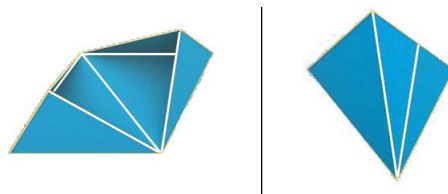
**Кадр 29–33.**

Возьмем прямоугольный лист бумаги, с отношением сторон равным  $\pi : 2$ . Из него, как из любого прямоугольного листа, можно свернуть треугольную пирамиду. Для этого соединим ребрами середины соседних сторон, а также проведем ребро, соединяющее середины длинных сторон.



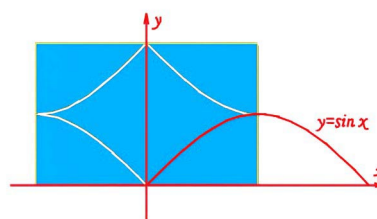
**Кадр 34–40.**

Складывая по этим ребрам, получим треугольную пирамиду.



**Кадр 41–47.**

Из этого же листа бумаги можно получить и другую фигуру, граница которой будет составлена из гладких поверхностей. Соединим середины соседних сторон «четвертинками» синусоид.



**Кадр 48–50.**

Согнем лист по этим ребрам.



**Кадр 51–55.**

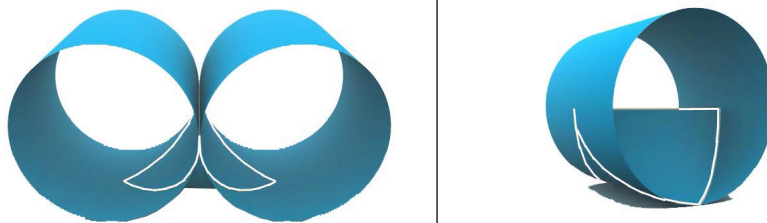
Получим вот такое красивое тело.





**Кадр 56–58.**

Оно является пересечением трех цилиндров: двух касающихся и одного, направленного в перпендикулярном направлении. Таким образом, граница фигуры состоит из трех кусочков цилиндров.



**Кадр 59. Литература**

1. Штогрин М.И. Кусочно гладкое вложение куба // Успехи математических наук. 2004. Т. 59, № 5. С. 167–168.
2. Штогрин М.И. Специальные изометрические преобразования поверхностей платоновых тел // Успехи математических наук. 2005. Т. 60, № 4. С. 221–222.

**Кадр 60. Титры.**

*Спасибо:* Николаю Петровичу Долбину,  
Михаилу Ивановичу Штогрину.

*Идея фильма:* Николай Андреев.

*Мультипликация:* Михаил Калининченко.

**Послесловие.**

Удивительно насколько юна математика. Казалось бы, такие примеры должны были быть построены если и не во времена Архимеда, то все равно очень давно. Однако примеры, которые мы рассмотрели, были построены только осенью 2004 года.



*Андреев Николай Николаевич,  
кандидат физико-математических  
наук, научный сотрудник  
Математического института  
им. В.А. Стеклова РАН,  
Калининченко Михаил Александрович,  
художник проекта.*



Наши авторы, 2008.  
Our authors, 2008.