Дубровский Владимир Натанович,
Поздняков Сергей Николаевич

ДИНАМИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ШКОЛЕ. ЗАНЯТИЕ 5. РАБОТА С ГРАФИКАМИ ФУНКЦИЙ СРЕДСТВАМИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Любую программу динамической геометрии, позволяющую строить геометрические места точек или хотя бы следы движущихся точек и имеющую встроенный калькулятор, можно использовать как графопостроитель. Для начала нужно построить оси координат Ox и Oy – две перпендикулярные прямые (рис. 1), отметить начало координат и точки, задающие масштаб на осях, то есть точки $A(1;\ 0)$ и $B(0;\ 1)$ (обычно берут $OA = OB$, хотя это необязательно), взять на оси Ox произвольную точку X и измерить отношение $x = OX/OA$, которое будет служить аргументом функции (как правило, программы позволяют измерять отношения с учетом направлений, то есть число x будет координатой точки X на оси OA.

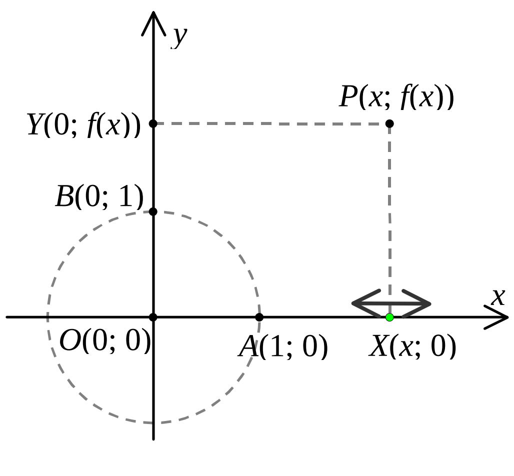


Рис. 1

После этого с помощью встроенного калькулятора вычисляют значение $f(x)$ требуемой функции, строят точку $Y(0; f(x))$ на оси y (она получается из B гомотетией с центром O и коэффициентом $f(x)$), затем точку $P(x; f(x))$ и, наконец, геометрическое место точки P при перемещении точки X по оси. Если программа позволяет редактировать использованную функцию, то полученная модель и будет графопостроителем, причем созданным своими руками.

Мы так подробно остановились на этом построении, потому что рекомендуем проделать его в классе на первых этапах изучения графиков, даже если используемая вами программа имеет готовый встроенный графопостроитель. Оно буквально следует определению графика функции и позволит ученикам «почувствовать на пальцах» это определение. Заметим, что в первых версиях The Geometer's Sketchpad («Живой геометрии») графопостроитель как таковой отсутствовал; он появился только в 4-й версии («Живой математике»), причем авторы сомневались, следует ли включать этот модуль в программу. Важным новшеством, появившимся в «Живой математике», а также в 3-й версии «Математического конструктора», о которой мы еще расскажем подробнее, является введение новых типов объектов – независимых числовых параметров и функций, облегчающих работу с графиками (в более ранних версиях все объекты были геометрической природы, а числа могли быть только результатами измерения геометрических величин – длин, площадей, углов – или операций с такими величинами).

Графики, построенные в программах динамической геометрии, обладают рядом полезных особенностей:

– в формулу функции легко вставить динамически изменяемые параметры и следить за эволюцией графика при их изменении (это особенно ценно при изучении задач с параметрами);

– удобно изучать преобразования графиков, сравнивая алгебраические преобразования аргумента и значения функции с геометрическими преобразованиями графика;

– зависимости, графики которых мы строим, можно задавать не только аналитически, формулой, но и непосредственно геометрически; например, можно построить прямоугольник фиксированного периметра с изменяемым основанием, а потом с помощью прямого измерения – график зависимости его площади от основания и т. п.;

– график можно использовать почти как обычные геометрические объекты в различных конструкциях: например, можно проследить за превращением секущей в касательную или смоделировать какой-нибудь метод приближенного нахождения нулей функции, а затем посмотреть, как он работает при изменении начального значения и количества итераций.

Выделяя самое главное, можно сказать, что графопостроитель в динамической геометрии служит средством взаимопроникновения аналитических и геометрических методов и способствует выработке у школьников чувства единства этих областей математики.

ИНСТРУМЕНТЫ ДЛЯ РАБОТЫ С ГРАФИКАМИ ФУНКЦИЙ

Меню с командами для построения графиков функций представлено на рис. 2.

Первая команда меню **Графики – Задать систему координат** – используется редко, потому что выполняется автоматически при выполнении команды **Построить график функции** (и других). С ее помощью на одном листе при необходимости можно задать несколько систем координат.

Команда **Форма сетки** позволяет перейти от стандартной декартовой системы координат, в которой масштабы по осям одинаковы (**Квадратная сетка**), к системе, у которой масштабы по осям можно сделать разными (**Прямоугольная сетка**); для кружковой работы интересно будет использовать полярные координаты (**Полярная сетка**).

Команда **Привязать точки к сетке** устанавливает режим, при котором вновь создаваемую точку можно поместить точно в ближайший узел сетки (точку с целыми координатами), а при попытке ее перемещения она автоматически «перескакивает» в соседний узел. Это бывает удобно, например, для построения более точных чертежей.

Построить точку с координатами... – эта команда позволяет создавать точки с заданными координатами, в качестве кото-

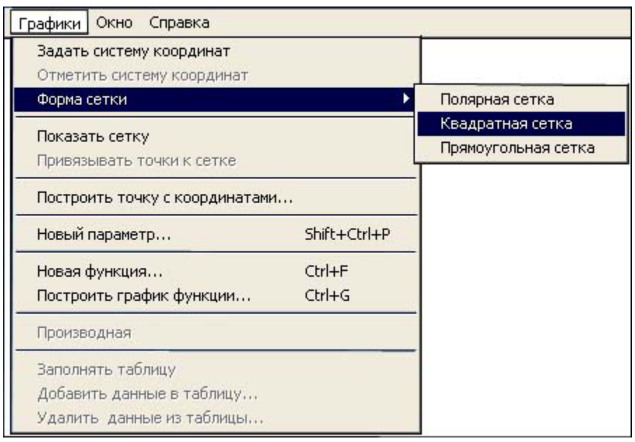


Рис. 2

рых могут использоваться как свободные параметры, так и любые числовые выражения, результаты измерений и вычислений.

Команда **Новый параметр** является принципиально важной – именно она создает «свободные» числа, задаваемые прямо с клавиатуры, а не как результат измерения. После создания такого параметра его можно отредактировать и подставить в него любое вычисление.

Команда **Новая функция** позволяет определить функцию аналитической формулой (для чего используется встроенный в программу редактор); формула выводится на экран. Как и параметр, в дальнейшем ее можно редактировать.

Команда **Построить график функции** открывает окно редактора, в котором функция задается, а затем одновременно выводит на экран и формулу функции и её график. Если нужно построить график ранее определенной функции, следует сначала выделить ее формулу, а затем выбрать в меню соответствующую команду (название которой в меню заменится на **График функции**).

Производная – это команда, вычисляющая (в символах) производную от выделенной функции. Важно, что при редактировании исходной функции автоматически изменяется её производная.

Последние три команды меню связаны с построением таблиц. Эти команды позволяют табулировать значения изменяющихся величин и могут быть использованы при проведении численных экспериментов. Данные таблицы можно представить графически в виде гистограммы. Мы оставим эти команды для самостоятельного изучения читателями.

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим процесс построения графика на примере функции $f(x) = \sin(x)\cdot x$.

Выберем в меню **Графики** команду **Построить график функции**. Откроется редактор для ввода формулы – усовершенствованный калькулятор, позволяющий вводить не только числовые выражения, но и формулы, использующие арифметические операции, элементарные функции, цифры, константы e и π, аргумент x, числовые параметры (рис. 3).

Отдельное подменю этого редактора позволяет задать общий вид уравнения, которое будет представлено графически – $y = f(x)$ (по умолчанию) или $x = f(y)$, а также аналогичные уравнения в полярных координатах.

Введём формулу $\sin(x)\cdot x$, используя клавиатуру редактора или компьютера (функцию sin можно выбрать из выпадающего меню раздела **Функции** в редакторе функций; можно и набрать sin на клавиатуре, причем достаточно набрать два символа «si» – после этого в окне автоматически появится выражение «sin()»). Ввод завершается нажатием кнопки **Готово** на клавиатуре редактора функций. В результате на экране появится формула функции и её график (рис. 3).

Заметим, что в нашем примере программа «догадывается», что при построении графика синуса аргумент нужно исчислять в радианах (а не в градусах). Разумеется, мы соглашаемся с таким переходом нажатием кнопки **Да (Yes)**. В некоторых случаях выбор единицы измерения углов приходится выполнять вручную: в меню **Правка** выбираем раздел **Настройки/Единицы**, а в нём – нужную единицу измерения (рис. 4).

Пусть теперь мы хотим построить график сложной функции $y = f(x+1)$, где $f(x)$ – рассмотренная выше функция, Опять выбираем команду **Построить график функции**. Но набирать в нем формулу не нужно: выделяем прямо на экране формулу $f(x) = \sin(x)\cdot x$ (в окне редактора появляется выражение $f()$), в скобки прямо с клавиатуры вставляем аргумент $x+1$ и нажимаем кнопку **Готово**. Результат показан на рис. 5.

Можно действовать и в другом порядке – сначала выделить формулу функции (или несколько формул), а затем выбрать команду **Новая функция**. Тогда в списке **Функции редактора** формул над элементарными функциями появятся и все выделен-

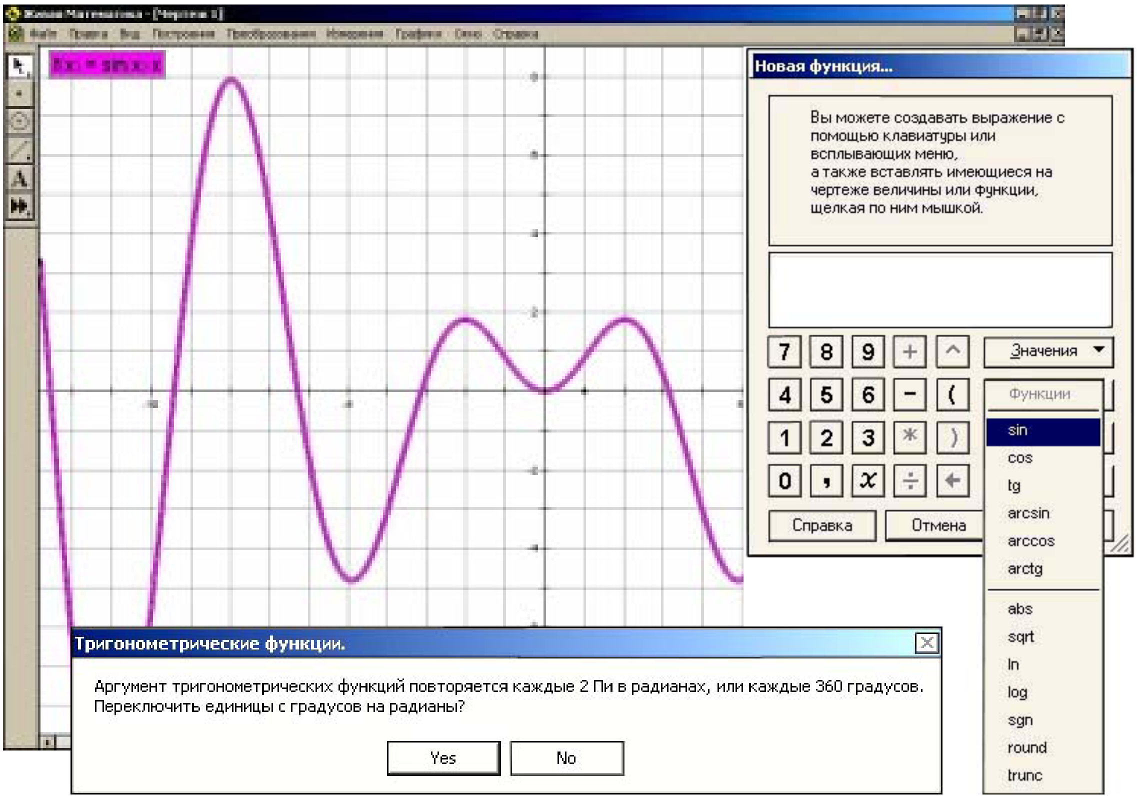
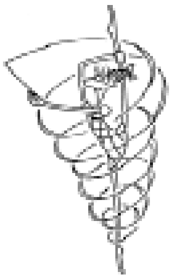


Рис. 3

ные формулы, которыми можно пользоваться при задании функций наравне со стандартными.



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАФИКА

Важную роль при изучении графиков играют их преобразования. К сожалению, несмотря на наличие в «Живой математике» специальных команд, строящих образы геометрических фигур при преобразованиях, применить их непосредственно к графику как целому нельзя. Приходится идти окольным путем: взять на графике произвольную точку, применить к ней

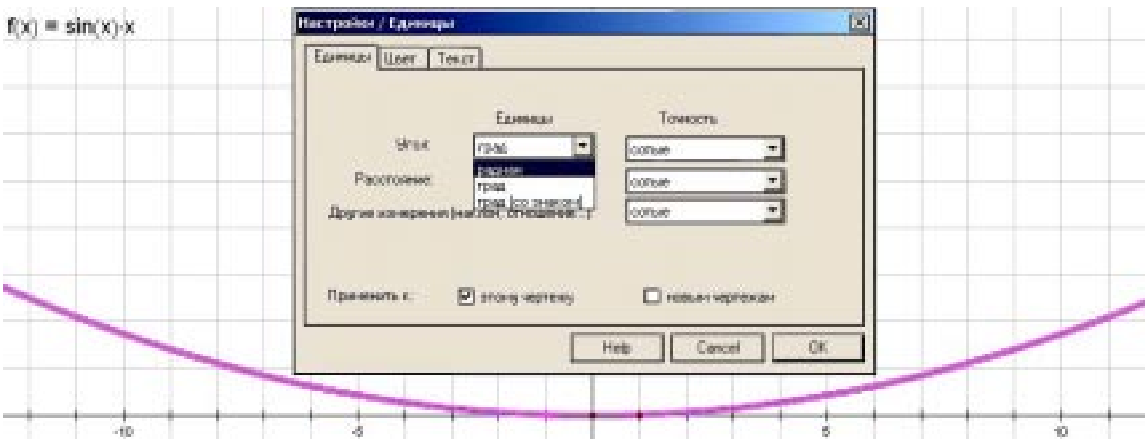


Рис. 4

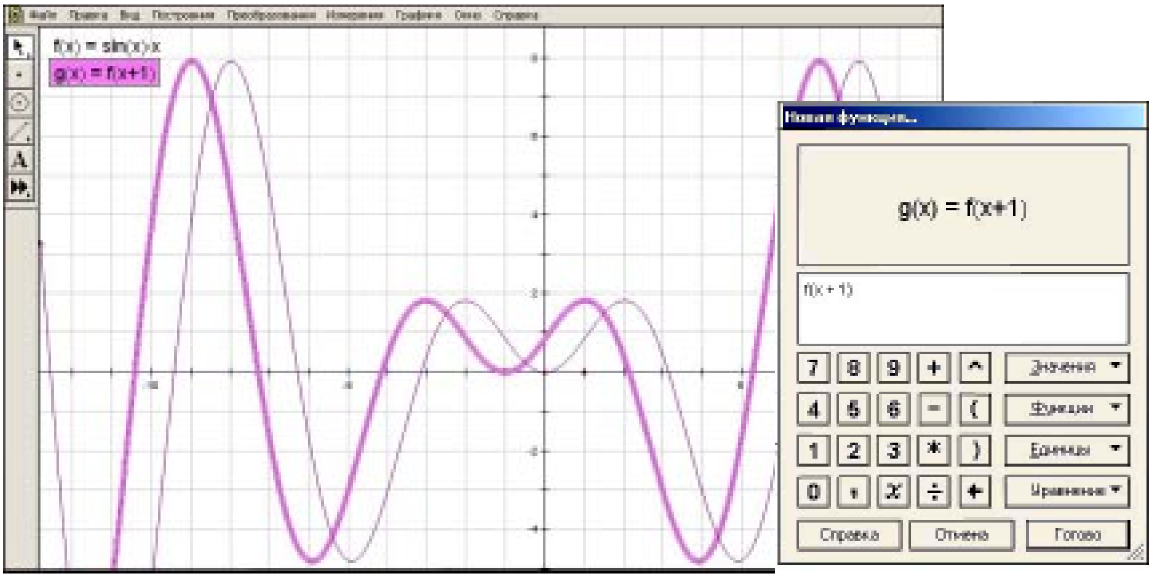


Рис. 5

нужное преобразование, а затем построить геометрическое место образа этой точки, когда она пробегает весь график.

Посмотрим, как это делается в случае параллельного переноса.

Для начала зададим вектор переноса, проведя произвольный отрезок OA из начала координат (рис. 6). Выделим по очереди его концы O и A и выберем в меню **Преобразования** команду **Отметить вектор**. Поместим произвольную точку M на график и перенесём точку на отмеченный вектор $\overrightarrow{OA}$ (команда **Перенести**). Теперь выделим точку M и ее образ M' и выполним команду **Геометрическое место**. Появится образ всего графика при переносе на $\overrightarrow{OA}$ (рис. 5). Перемещая конец A вектора переноса, мы будем перемещать и весь новый график.

Пример задания на перенос графика. Дан график некоторой функции и его образ при переносе. Составить функцию, график которой совпадает с преобразованным графиком.

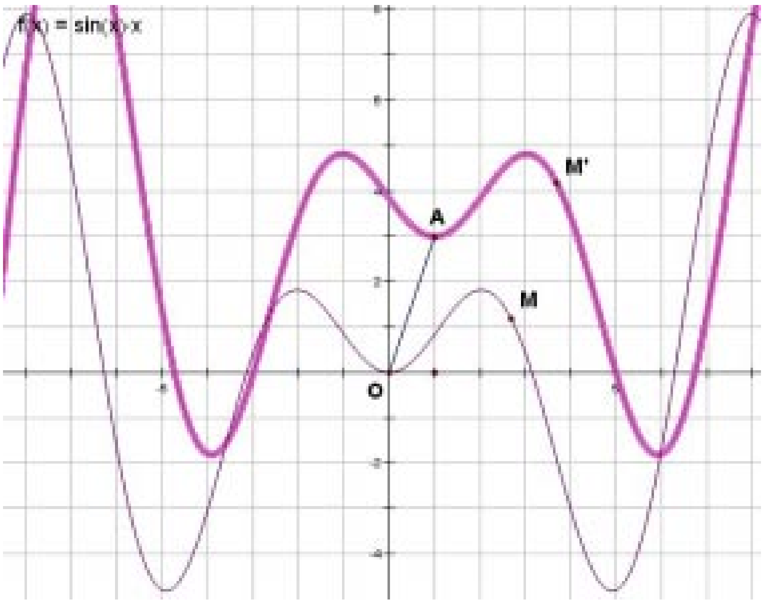


Рис. 6

При подготовке модели к этому заданию удобно включить режим **Привязывать точки к сетке**: тогда точка A будет всегда находиться в узлах сетки, в формуле можно будет обойтись целыми числами и проще добиться точного совпадения графиков.

На рис. 7 показан пример ошибочного решения (выделенный график).

Интересно поставить более общую задачу: записать такую функцию, чтобы её график совпадал с преобразованным при любом векторе $\overrightarrow{OA}$. (Для этого в формулу $y = f(x - a) + b$ в качестве a и b нужно подставить координаты вектора.)

Совет. Если решение найдено правильно, графики сольются. Чтобы различить их, можно использовать цвета, а исходный график лучше изобразить пунктиром.

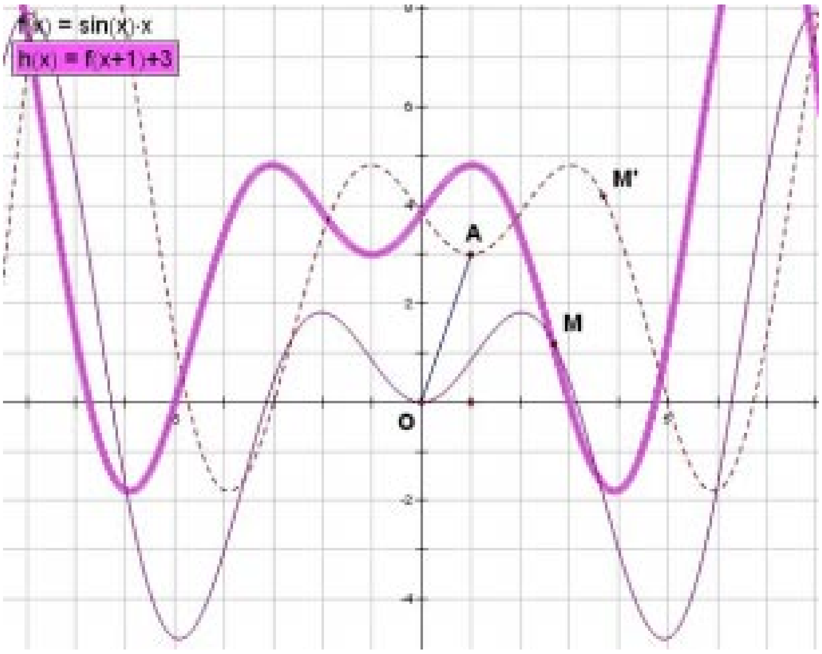
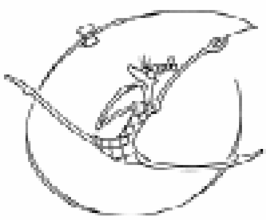


Рис. 7

ФУНКЦИИ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА



Одна из наиболее привлекательных с точки зрения школьного курса возможностей, предоставляемых графопостроителем в программах динамической геометрии, – это возможность построения графиков функций, зависящих от параметров. В частности, это позволяет визуализировать и реализовать в форме интерактивных инструментов графические методы решения алгебраических уравнений и неравенств с параметрами, весьма актуального сегодня типа задач.

Для примера рассмотрим построение графика функции $y = ax^2 + bx + c$, фактически представляющего все семейство квадратичных функций.

Сначала нужно завести в модели параметры. Для этого в меню **Графики** выберем команду **Новый параметр**. Появится окошко, в котором можно задать имя параметра и его начальное значение, переопределив значения, присваиваемые по умолчанию (параметры именуются t_1, t_2, t_3..., а их значения полагаются равными 1, рис. 8*а*). Изменим имя параметра на *a* (рис. 8*б*); затем аналогично введём параметры *b* и *c* (рис. 8*в*).

Далее вызовем команду **Построить график функции** и в окне редактора наберем

а) *б)* *в)*

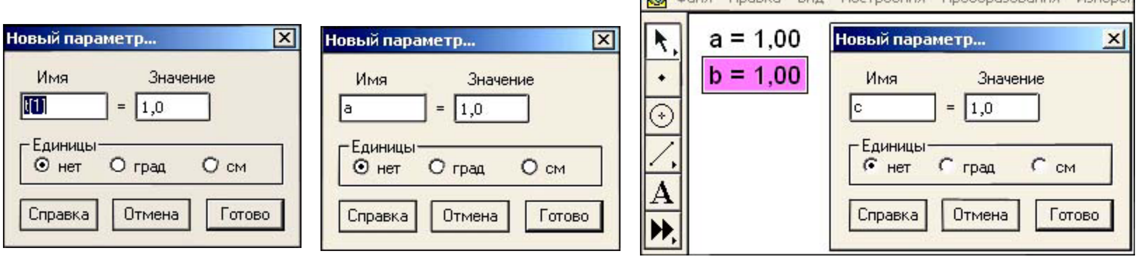
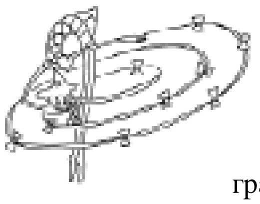


Рис. 8

выражение *y=a*x^2+b*x+c*; для ввода в формулу каждого из параметров *a*, *b*, *c* нужно «щёлкнуть» по нему мышью (рис. 9*а*). Наконец, нажав кнопку Готово (или Enter на клавиатуре компьютера), мы получим график квадратного трёхчлена $y = x^2 + x + 1$ (так как текущие значения параметров равны 1 (рис. 9*б*)). Для изменения значения параметра надо дважды щёлкнуть по нему и в появившемся окне (рис. 8*б*) ввести новое число.



АНИМАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ

Во многих ситуациях, в частности, при графическом исследовании алгебраических задач с параметрами возникает необходимость проследить за эволюцией графика функции, зависящей от одного или нескольких параметров при их изменении. В среде «Живая математика» это можно сделать многими способами.

Проще всего использовать клавиши «+» и «–». При нажатии на них параметр, соответственно, увеличивается или уменьшается на фиксированную величину – шаг, который задается в окне его свойств на вкладке **Параметр**. Вызвать это окно можно либо из контекстного меню параметра, которое открывается щелчком правой кнопкой на параметре (рис. 10), либо после выделения параметра командой **Свойства...** меню **Правка** или комбинацией клавиш «Alt»+«?». Удерживая клавишу «+» или «–» нажатой, мы заставим параметр меняться (практически) непрерывно со скоростью, определяемой шагом.

Можно организовать и анимацию – автоматическое изменение параметра. Для этого в его контекстном меню нужно выбрать команду **Анимация параметра** (эта же команда имеется в меню **Вид** и равносильна комбинации клавиш «Alt»+«`»; предварительно параметр нужно выделить). В результате немедленно начнется изменение параметра, а на экране появится панель **Управление движением** (рис. 11), на которой имеются кнопки пуска, остановки, изменения направления (с возрастания на убывание и обратно), паузы, а также окно, позволяющее задавать скорость изменения. Панель позволяет одновременно анимировать несколько параметров. На вкладке **Параметр** окна свойств параметра можно отрегулировать характеристики анимации: диапазон изменения параметра, величину шага *s* и его длительность *t* (за время *t* параметр будет изменяться на величину *s*), а также выбрать один из двух режимов – дискретный (каждый шаг происходит мгновенно) или непрерывный.

Наконец, можно создать виртуальную кнопку «Анимация» (меню **Правка/Кнопки**), при нажатии на которую будет запускаться анимация заданного объекта с заданными характеристиками. Этот способ

а) *б)*

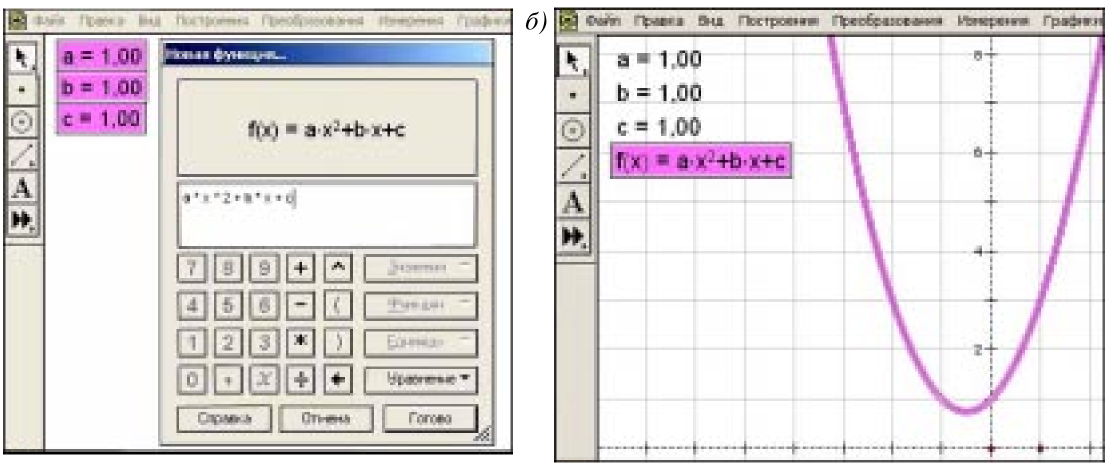


Рис. 9

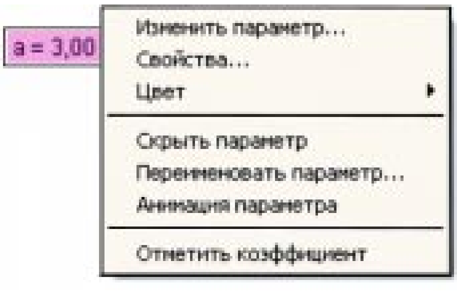


Рис. 10

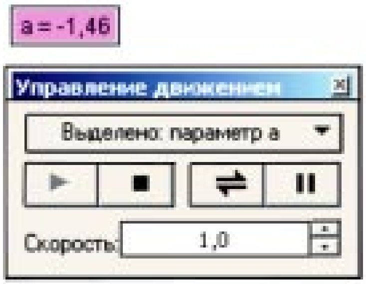


Рис. 11

имеет свои преимущества, особенно при создании презентаций, но на нём мы сейчас останавливаться не будем.

В ранних версиях программ динамической геометрии, где все величины имели в качестве своих «предков» геометрические объекты, анимация параметров осуществлялась с помощью «движков» (или слайдеров). *Движок* – это геометрическая конструкция, содержащая свободно перемещаемую по некоторой линии (отрезку, прямой, окружности и т. п.) точку-бегунок. Измеряется какая-нибудь связанная с этой точкой величина, и результат измерения используется как параметр. Этот способ сохраняет актуальность и в «Живой математике»: он позволяет, во-первых, визуализировать параметр и механизм его анимации, а во-вторых, устанавливать нужное значение параметра, передвигая «бегунок» мышью.

Простейший движок – это точка, взятая на оси координат; в качестве изменяемого значения параметра можно взять ординату этой точки. Часто удобнее пользоваться специально построенным движком. Например, таким: строится отрезок AB, на нем берется точка C и измеряется отношение AC/AB (для чего последовательно выделяют точки A, B и C и выполняют команду **Отношение** из меню **Измерения** (рис. 12 *а*)). Полученная величина m и используется в качестве параметра. Такой параметр имеет фиксированный диапазон изменения – от 0 до 1. Это не всегда удобно. Изменить диапазон можно, вычислив с помощью встроенного калькулятора подходящую функцию от параметра. Например, величина $p = 10m - 5$ (рис. 12*б*) будет изменяться от –5 до 5. Открыть калькулятор можно командой **Вычислить** меню **Измерения** или комбинацией клавиш «Alt»+«=». Чтобы сделать диапазон бесконечным, можно использовать функцию $1/x$; можно с самого начала вычислить отношение AC/CB – оно изменяется от 0 до ∞.

а) *б)*

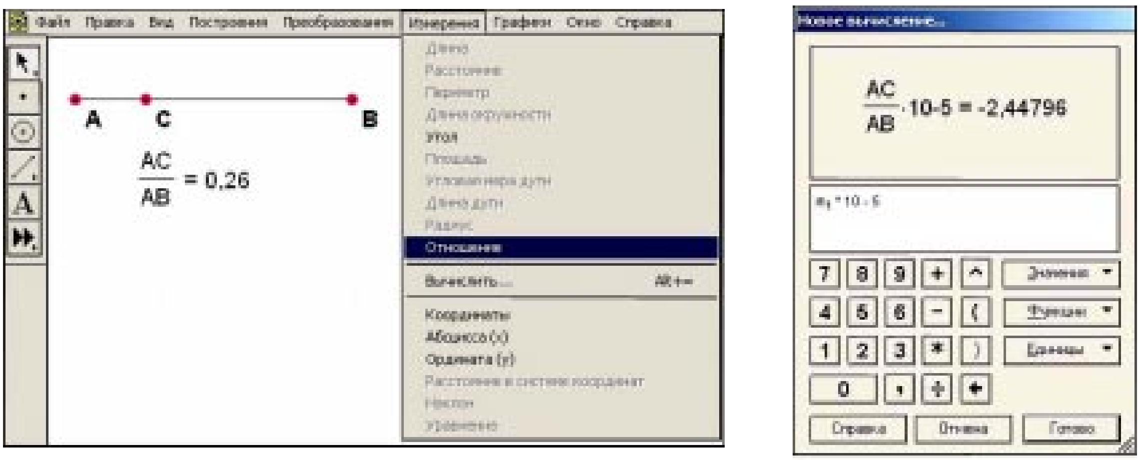


Рис. 12

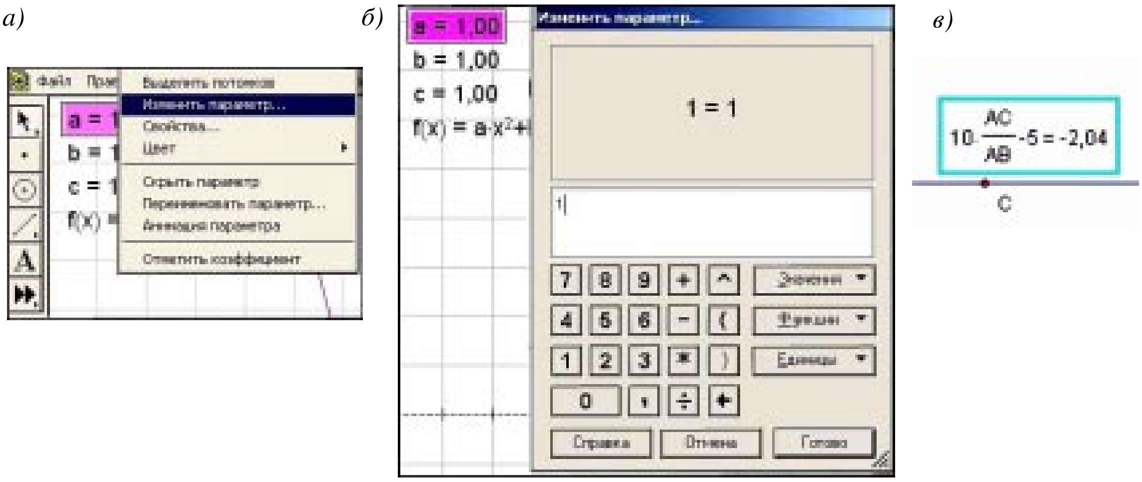


Рис. 13

Созданный движок можно использовать для изменения коэффициентов ранее построенного графика.

Вернемся к нашей модели графика функции $y = ax^2 + bx + c$. Построим отдельный движок для каждого из коэффициентов. Достаточно сделать один движок, а затем размножить его с помощью копирования и вставки (выделяем отрезок, точку-бегунок и параметр и выполняем последовательно команды **Копировать** и **Вставить** из меню **Правка**). Теперь нужно переопределить коэффициенты квадратного трёхчлена, подставив вместо них созданные параметры. Для этого в контекстном меню коэффициента выбираем команду **Изменить параметр...** (рис. 13 *а*). Открывается редактор-калькулятор с текущим значением коэффициента (рис. 13 *б*). Выделяем это значение и щёлкаем по новому значению (параметру, заданному движком (рис. 13 *в*)). Коэффициент примет новое значение и будет изменяться при перемещении бегунка. Аналогично поступаем и с двумя другими коэффициентами. Итоговый вид модели показан на рис. 14.

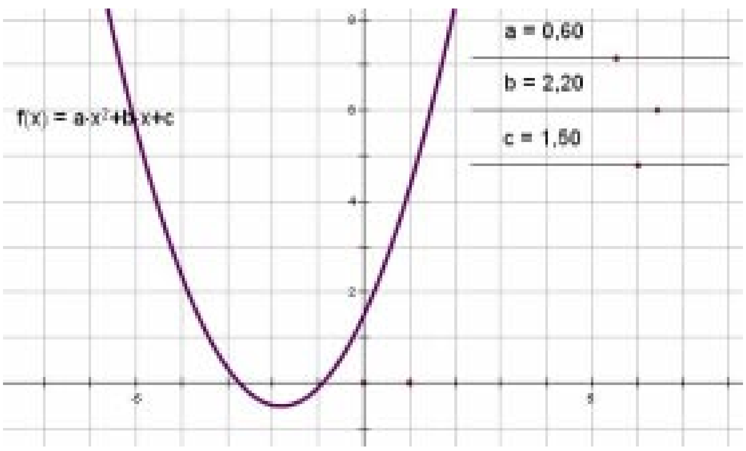


Рис. 14

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ В «МАТЕМАТИЧЕСКОМ КОНСТРУКТОРЕ»

В этом разделе мы расскажем о средствах работы с графиками функций в программе «1С:Математический конструктор». Прежде всего отметим, что такие средства появились только в 3-й версии программы. Более того, была разработана специальная версия интерфейса этой программы, приспособленная прежде все-

го для построения графиков. Эту версию можно бесплатно загрузить из раздела *Инструменты учебной деятельности* сайта Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов (*http://school-collection.edu.ru/catalog/*). Эта версия может незначительно отличаться от приводимого ниже описания, так как программа постоянно совершенствуется.

Внешний вид окна программы показан на рис. 15. Сравнивая его с изображениями версии 2.0, о которой рассказывалось в предыдущих статьях этой серии, вы увидите, что набор кнопок на инструментальных панелях изменился: на «передний план» вынесены команды-инструменты, связанные с графиками. (Сразу оговоримся, что все старые геометрические команды – и ряд новых – в программе остались, только передвинулись в меню.) Итак, познакомимся с «функционально-графическими» командами МК; ниже они перечислены в соответствии с нумерацией на рисунке. Обратим внимание, что «Математический конструктор» предоставляет практически те же возможности по работе с графиками, что и «Живая математика» и, в дополнение к ним, еще целый ряд новых полезных команд.

1, 2. *Функция* и *Функция двух переменных*. Открывают редактор для задания функции одной или двух переменных. Аналог команды **Новая функция** ЖМ (новшеством является наличие функций двух переменных).

3. *Параметр*. Аналог команды **Новый параметр** ЖМ. Отличие в том, что окно параметра снабжено стрелками для его изменения (на рис. 15 показан параметр *p*). Эти стрелки по отношению к параметру играют роль клавиш «+» и «–» в ЖМ. Отметив в диалоговом окне свойств параметра соответствующую опцию, можно вывести на экран движок, связанный с этим параметром.

4. *Координаты точки* – команда измеряет и выводит на экран абсциссу и ординату указанной точки.

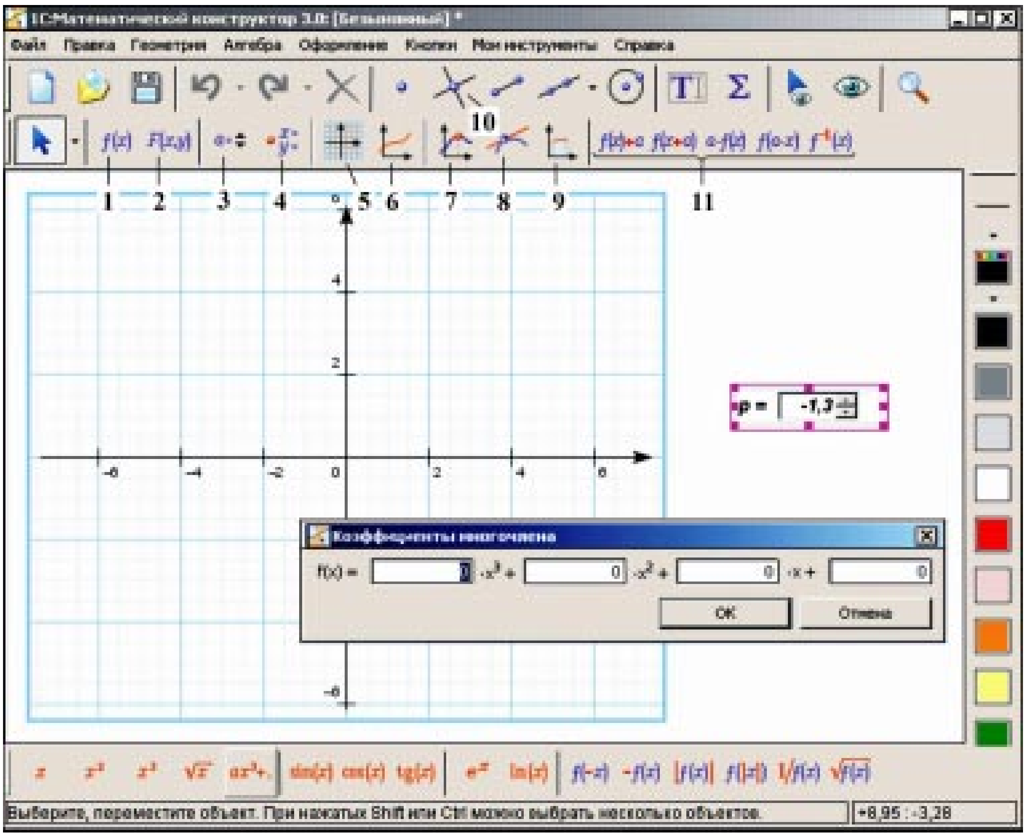


Рис. 15

5. *Фрейм* – создает в указанном месте «фрейм» – прямоугольную область с системой координат.

6. *График* – аналог команды **График функции** ЖМ; строит график ранее определенной функции. Если выбрать этот инструмент и указать им на функцию $F(x;y)$ двух, а не одной переменной, то строится кривая, задаваемая уравнением $F(x;y) = 0$.

7. *Локальный экстремум* – если щелкнуть этим инструментом на некоторой точке графика, то на нем будет отмечена точка максимума или минимума, ближайшая к указанной точке.

8. *Касательная* – щелкнув этим инструментом на точке графика, вы построите касательную к графику в указанной точке (если она существует).

9. *Область над/под графиком* – назначение команды ясно из ее названия; в диалоге свойств можно выбрать границы отрисовки этой области по осям x и y и другие параметры.

10. *Точка пересечения* – строит точки пересечения двух графиков; также можно построить пересечение графика с прямой или окружностью. В частности, с помощью этой команды можно построить нули функции.

11. *Преобразования графиков*. Возможны следующие виды преобразований: сдвиги и растяжеия по осям (команда запросит численные параметры этих преобразований), взятие обратной функции, квадратного корня из функции и др. – вид преобразования ясен из надписи на кнопке.

Слева от кнопок преобразований на нижней панели инструментов помещаются кнопки для быстрого построения графиков элементарных функций. Графики указанных на этих кнопках функций строятся одим нажатием на кнопку. Единственное исключение – кнопка «ax^3+..». Она открывает диалоговое окно, в котором нужно задать коэффициенты кубического многочлена (см. рис. 15).

Процесс построения графика произвольной функции состоит из следующих шагов: выбираем инструмент **Функция**, указываем место на листе, где будет располагаться ее формула, и набираем формулу в открывшемся окне редактора выражений; затем выбираем инструмент **График** и указываем нужную формулу. Если на листе только один «фрейм», то график будет построен на нем, если несколько – нужно будет еще указать тот из них, на котором мы хотим построить график, либо свободное место на листе, где появится новый фрейм. Для большинства задач, особенно на первых порах, достаточно одного фрейма. Также можно построить одной командой график наиболее подходящей элементарной функции, а затем отредактировать ее формулу.

Еще несколько полезных команд, связанных с графиками, находятся в меню **Алгебра**. Среди них команда построения кривой, заданной параметрически (в виде $x = x(t)$, $y = y(t)$), и команды операций над множествами (объединения, пересечения, разности, симметрической разности), которые можно применять и к областям, ограниченным графиками.

На упомянутом выше сайте в подразделе *Коллекция иллюстраций (моделей) и тестов по разделу «Графики функций»* раздела *Математический конструктор* можно найти подборку заданий на графики, созданных с помощью МК.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ

Вернемся к «Живой математике» и посмотрим, как с ее помощью создать инструменты, позволяющие визуализировать некоторые понятия, связанные с функциями, и совместить их изучение с конструктивной деятельностью.

Обычно перед обсуждением свойств функции и связи между ними и свойствами производной функции учитель математики формирует приёмы чтения графика. С помощью средств динамической геометрии эти приёмы можно превратить в алгоритмы, которые ученики могут реализовать в виде инструментов, применимых к различным функциям.

Например, рассмотрим задачу нахождения области значений функции по её графику. Чтобы построить это множество, нужно спроектировать все точки графика на ось ординат. Как это сделать?

Выберем произвольную точку на графике функции, проведем из нее перпендикуляр к оси ординат и отметим точку пересечения перпендикуляра и оси. Выделив точку на графике и её проекцию на ось y, построим геометрическое место проекций. Это и будет область значений функции. На рис. 16 *а* показано применение этого алгоритма к построенной ранее параболе, зависящей от параметров.

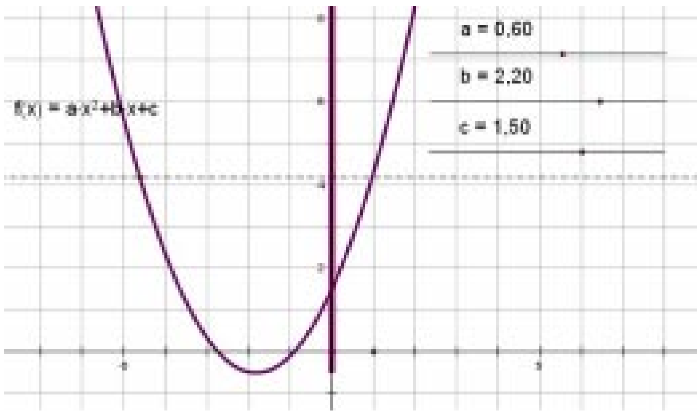
Если изменить функцию, то изменится и область её значений (рис. 16 *б*). Таким образом, мы действительно получили инструмент, строящий область значений любой функции, заданной графически.

Выполним более сложное конструктивное задание.

Задание. Найти и реализовать алгоритм построения промежутков убывания функции.

Для выполнения этого задания заметим, что промежутки убывания функции совпадают с промежутками отрицательности (или неположительности, что в данном контексте то же самое) её производной.

а)



б)

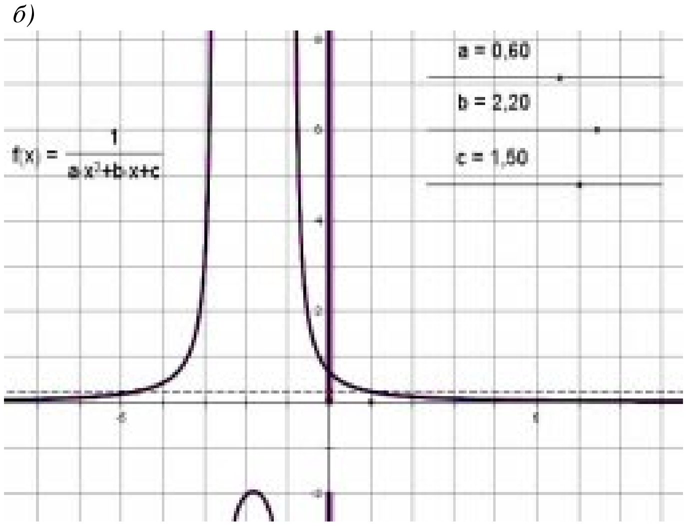
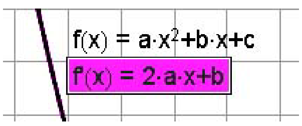


Рис. 16

а)



б)

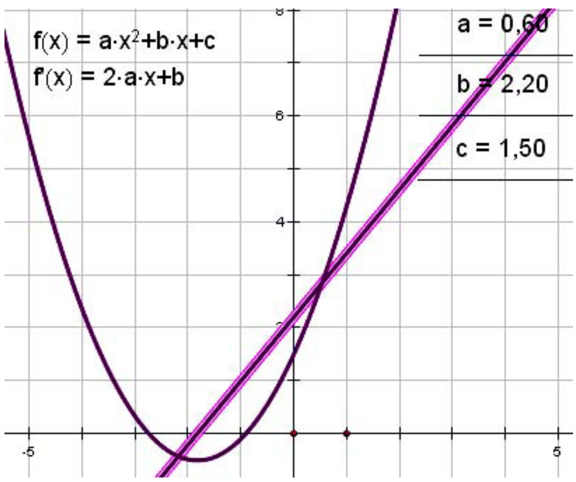
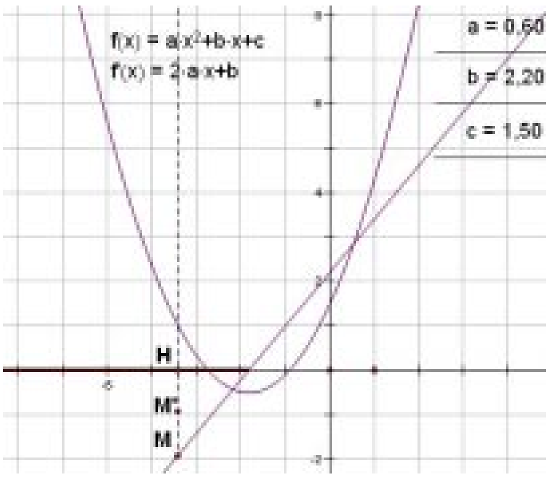


Рис. 17

а)



б)

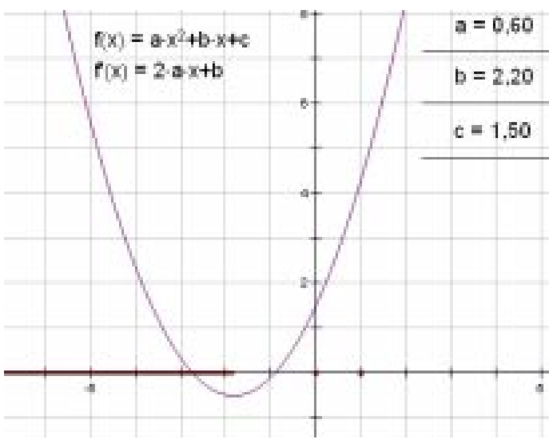


Рис. 18

Шаг 1. Построим график производной данной функции. Для этого выделим её формулу на экране и выполним команду **Производная** в меню **Графики**. На рис. 17*а* показан результат выполнения этой команды для квадратичной функции с параметрами, которая использовалась в предыдущих сюжетах.

Шаг 2. Выделим вычисленную производную и построим в той же системе координат ее график командой **График функции** из меню **Графики** (рис. 17 *б*).

Шаг 3. Замечаем, что если из точек графика производной провести вертикальные лучи, направленные вверх, то они пересекут ось абсцисс тогда и только тогда, когда точки этого графика лежат в нижней полуплоскости. Это и есть путь к решению.

Возьмём произвольную точку графика производной M и сделаем её параллельный перенос на вектор (0;1). Построим луч MM' и найдём точку его пересечения H с осью абсцисс. Наконец, построим геометрическое место точек пересечения (выделив эту точку, а также точку на графике, из которой проводился луч, и выполнив команду **Геометрическое место**).

На рисунке 18 *а* показан результат, а на рис. 18 *б* окончательный вид чертежа после скрытия дополнительных построений (в том числе, и графика производной).

УПРАЖНЕНИЯ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Постройте график сложной функции $g(x) = |f(|x|)|$ на примере функции $y = \sin(x)$.

2. График обратной функции:

а) постройте график функции $y = \sqrt{x}$ (обозначение функции $y = \mathrm{sqrt}(x)$);

б) постройте произвольную точку на графике и с помощью команд меню **Измерения** найдите абсциссу и ординату этой точки;

в) выделите вычисленные координаты в обратном порядке (сначала ординату, потом абсциссу) и выполните команду **Построить точку по координатам**;

г) выберите обе точки и выполните команду **Геометрическое место**.

Проведите эксперименты с заменой исходной функции функциями $y = x^3$, $y = \sin(x)$.

3. Целочисленные параметры.

Измените созданный выше манипулятор для построения графика квадратичной функции с параметрами a, b и c, меняющимися в диапазоне от –5 до 5, так чтобы параметры пробегали только целые значения из этого интервала.

Указание. Отредактируйте формулу вычисления параметра (m_i*10–5), добавив перед ней функцию округления (round).

4. Изучите действие функции sgn («сигнум» или знак) на график произвольной функции на примере функции из первого рассмотренного в занятии сюжета: $y=\mathrm{sgn}(\sin(x)*x)$. Сделайте сюжет «Промежутки знакопостоянства», умножив функцию на достаточно малый коэффициент, например 0,1: $y=0{,}1*\mathrm{sgn}(\sin(x)*x)$.

5. Сделайте манипулятор для осуществления отражений графика относительно горизонтальных и вертикальных осей.

6. Изучите самостоятельно инструмент построения таблиц в ЖМ.

7. Создайте инструмент построения промежутков убывания и возрастания функции в «Математическом конструкторе». Вместо вычисления производной, используйте команду построения касательной.

Дубровский Владимир Натанович,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики СУНЦ МГУ им. М.В. Ломоносова,

Поздняков Сергей Николаевич,
доктор педагогических наук, профессор кафедры ВМ-2 СПбГЭТУ «ЛЭТИ».