Петриченко Даниил Николаевич,
Поздняков Сергей Николаевич,
Пухов Алексей Фёдорович

УРОК ПО ТЕМЕ «ГЕОМЕТРИЯ ОКРУЖНОСТИ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВИРТУАЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

В этой статье читатель продолжит знакомиться с использованием виртуальных средств для поддержки уроков геометрии. Читателю будет предложен интерактивный урок по теме «Геометрия окружности». Статья будет особенно интересна учителям, которые хотят «оживить» свои уроки внедрением информационных технологий в процесс обучения.

При создании подобной поддержки мы воспользовались продуктом отечественных разработчиков – программой «1С.Математический конструктор 2.2», созданной российской компанией 1С, известной своими программными продуктами, предназначенными для автоматизации управления и учета на предприятиях (например, «1С:Бухгалтерия», «1С:Предприятие» и др.), а также образовательными продуктами («1С:Репетитор», «1С:Школа» и пр.). Для просмотра описанных в статье материалов установка программы «1С.Математический конструктор 2.2» не требуется, однако может понадобиться установка виртуальной java-машины (или Java Runtime Environment – JRE) версии 5 или выше. При просмотре материалов с диска-приложения к журналу система самостоятельно определит, установлено ли нужное программное обеспечение и, в случае необходимости, произведет установку отсутствующих компонент. Кроме того, виртуальную java-машину (или JRE) можно бесплатно скачать с сайта производителя http://java.sun.com/javase/downloads/index.jsp.

Представленные интерактивные материалы выполнены в форме электронной рабочей тетради в рамках ИУМК (Инновационного Учебно-Методического Комплекса) «Геометрия 9. Динамическая геометрия» (подробнее об этом комплексе написано в статье «Применение методов визуализации изучаемых объектовв школьном курсе геометрии» этого номера журнала).

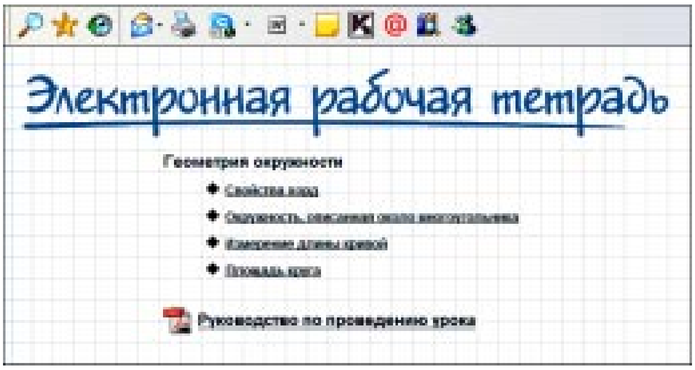


Рис. 1

Электронная рабочая тетрадь (рис. 1) предполагает следующий способ работы ученика: после изучения очередного раздела предлагается выполнить ряд упражнений различной сложности, основанных на применении изученных свойств фигур к предлагаемым конструкциям или видоизменению динамических объектов.

СВОЙСТВА ХОРД

Запустив с диска материалы, мы попадаем на краткое содержание раздела «Геометрия окружности» (см. рис. 1).

Перейдя по ссылке «Свойства хорд» мы попадаем на один из виртуальных уроков. Загрузка страницы может занять определенное время, которое требуется для загрузки размещенных на странице интерактивных моделей или, если быть точными, java-апплетов (на странице их будет два).

Урок начинается с изучения следующего свойства хорд окружности: «Хорды одной окружности равны тогда и только тогда, когда они равноудалены от центра». После чтения соответствующего раздела учебника ученику предлагается выполнить ряд заданий.

Задание 1

Первая динамическая модель на нашей странице позволяет провести ряд видоизменений вписанного шестиугольника, наблюдая за расстояниями от его сторон (хорд окружности) до центра окружности (рис. 2).

Сначала ученику предлагается переместить вершины вписанного шестиугольника вдоль окружности так, чтобы получить правильный шестиугольник.

Ученику нужно добиться, чтобы все хорды имели одинаковую длину. На рис. 3 показан вариант решения. Сведения в верхней части динамического чертежа можно использовать как подсказку о длине расстояний до сторон шестиугольника.

Далее предлагается построить шестиугольник, у которого противоположные стороны попарно равны, но разные пары имеют разные длины.

Для решения этой задачи можно подобрать положение двух противоположных сторон так, чтобы они были горизонтальными и одинаково удалёнными от центра, тогда положение остальных сторон определить будет легко. Пример такого расположения демонстрируется на рис. 4.

После этого предлагаются следующие задания:

– построить шестиугольник, у которого длины каждой тройки попарно несмежных сторон равны, но шестиугольник не является правильным;

– построить шестиугольник, у которого одна сторона является диаметром, а длины остальных равны;

– построить шестизвенную замкнутую (самопересекающуюся) ломаную, у которой три звена являются диаметрами окружности;

– построить шестизвенную замкнутую (самопересекающуюся) ломаную, у которой два противоположных звена являются диаметрами окружности.

Обратим внимание на то, как меняются в рабочей тетради постановки задач. Рассмотрим, например, такую задачу «Окружность пересекает стороны угла так, что её центр лежит на биссектрисе этого угла. Доказать, что окружность высекает на сторонах угла хорды равной длины». Задачи на доказательство в рабочей тетради неэффективны, они не предполагают взаимодействия ученика с виртуальными ин-

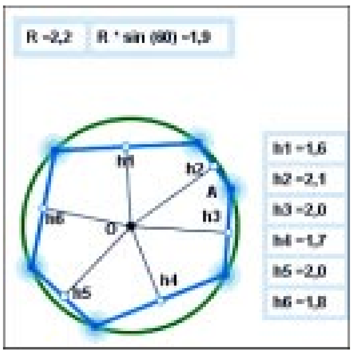


Рис. 2

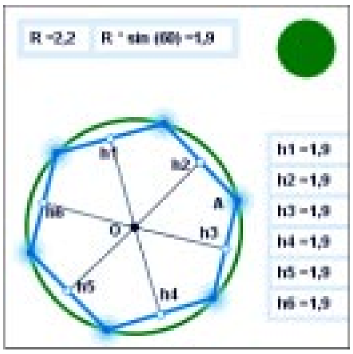


Рис. 3

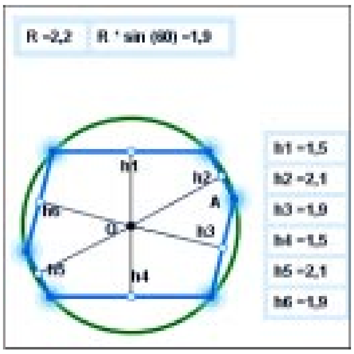


Рис. 4

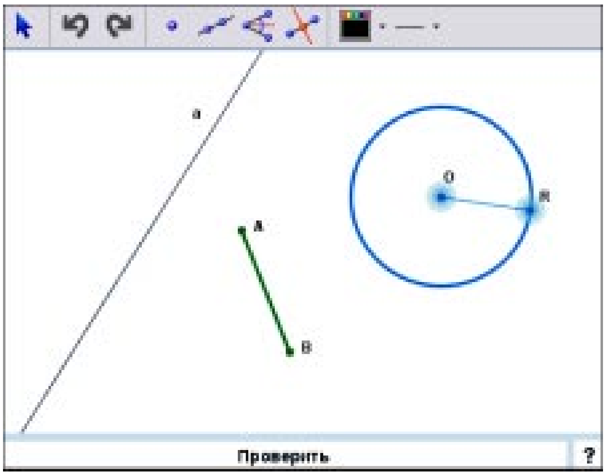


Рис. 5

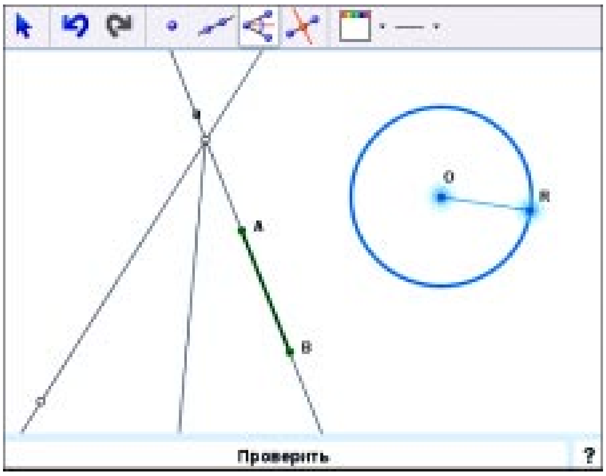


Рис. 6

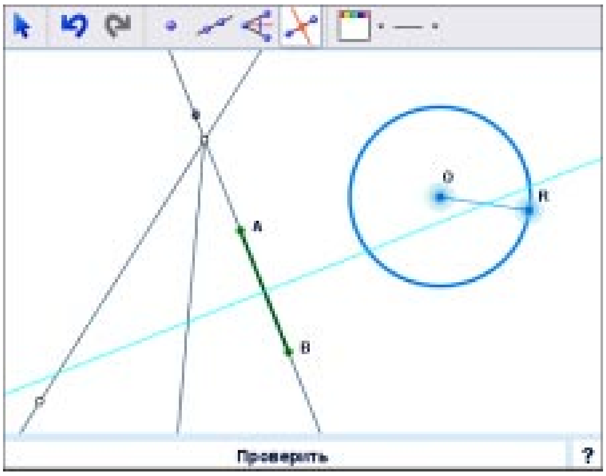


Рис. 7

струментами. Нужна конструктивная формулировка задачи. Например, следующая.

Задание 2

Использовать инструменты построения биссектрисы и перпендикуляра к отрезку для нахождения такого положения окружности, чтобы онаотсекала на прямой *a* отрезок, равный по длине отрезку *AB*.

На рис. 5 показано, как выглядит рабочее поле модели с инструментальной панелью.

Решение этой задачи основано на приведённом выше свойстве равенства хорд, однако требует для своего воплощения конструктивной деятельности.

Сначала воспользуемся инструментом «биссектриса», для того чтобы определить прямую, на которой будет лежать центр искомой окружности. Для этого нужно выбрать инструмент построения биссектрисы (щелкнуть по соответствующему значку в горизонтальной панели инструментов), после чего «щелкнуть» сначала по отрезку *AB*, потом по прямой *a* (где-нибудь сверху) и еще раз по прямой *a* (уже ниже). Тогда мы получим биссектрису угла, образованного пересечением продолжения отрезка *AB* и прямой *a* (рис. 6).

Затем нужно найти центр окружности. Для этого построим срединный перпендикуляр к отрезку *AB*, «щелкнув» по значку «срединный перпендикуляр», а затем по точкам *A* и *B* (рис. 7).

Центр искомой окружности будет лежать на пересечении построенных выше биссектрисы и срединного перпендикуляра. После этого останется поместить окружность так, чтобы её центр попал в найденную точку, а заданный отрезок стал хордой окружности, и нажать кнопку «Проверить». В случае правильного ответа появится зеленый кружок, а в случае неправильного – красный (рис. 8).

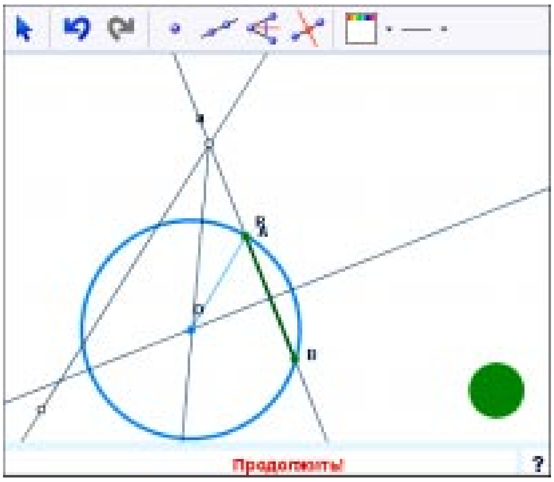
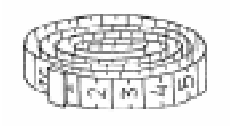


Рис. 8

Рис. 9



ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО МНОГОУГОЛЬНИКА

Рассмотрим теперь применение динамических моделей там, где сделать соответствующие построения без компьютерного инструмента невозможно. Для этого перейдём к материалам другого урока, нажав на ссылку «продолжить» в конце первой страницы (рис. 9).

В учебнике, к которому прилагается рабочая тетрадь, сформулирован признак многоугольника, около которого можно описать окружность. Для его усвоения в рабочей тетради предлагается следующее задание.

Задание

Дан пятиугольник, в котором проведены срединные перпендикуляры.

1) Перемещая вершины пятиугольника, сделайте так, чтобы около него можно было описать окружность. Достаточно ли трёх перпендикуляров для решения задачи (спрячьте два из них и проведите эксперимент)?

2) Перемещая вершины, превратите пятиугольник в замкнутую самопересекающуюся ломаную, которую можно вписать в окружность.

При решении этой задачи можно добиться такого положения срединных перпендикуляров, при котором все они пересекутся в одной точке. Этот поиск можно упорядочить, если спрятать два перпендикуляра и найти положение оставшихся трёх, при котором они проходят через одну точку, а затем перемещением четвёртой вершины добиться нужного положения всех срединных перпендикуляров. Проверить решение можно наложением окружности (рис. 11).

Следующим уроком, приведённым на диске, является урок, посвящённый геометрическим измерениям.

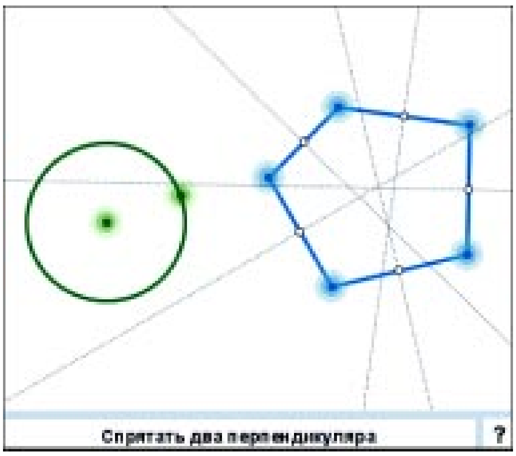


Рис. 10

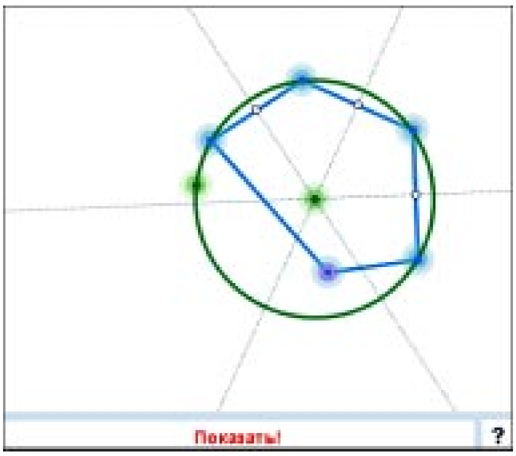
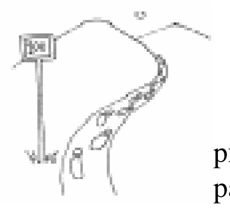


Рис. 11



ИЗМЕРЕНИЕ ДЛИНЫ КРИВОЙ

При изучении геометрии полезны практические работы, связанные с измерением геометрических величин. Выполнение таких работ формирует необходимые представления для дальнейших обобщений и формализаций.

Так, при изучении понятия длины кривой кривую можно приблизить ломаной. Уже на этом этапе ученикам полезно обнаружить, что наилучшие приближения будут в том случае, когда вписанная ломаная наиболее близка к ломаной из отрезков касательных (а не состоит из отрезков одинаковой длины, например). Рассмотрим следующий сюжет (в который можно попасть по ссылке «продолжить», размещенной в конце документа).

Задания

Измерение длины дуги параболы. Найдите такие положения пяти точек на параболе, чтобы длина ломаной была как можно ближе к длине кривой (рис. 12).

При выполнении этого задания стоит обратить внимание на то, что длина вписанной в параболу ломаной всегда меньше длины кривой, поэтому длину ломаной надо стараться увеличить.

Главное, на что нужно будет обратить внимание учеников, после того как они найдут лучшие приближения: построенная ломаная будет близка к ломаной, построенной из отрезков касательных (рис. 13, 14).

В заключение рассмотрим сюжет, который посредством визуализации измерений развивает числовую интуицию у учеников. Известно, что подсознательно каждый человек стремится «линеаризовать» окружающие зависимости, поэтому он часто ошибается в оценке роста величин, меняющихся нелинейно. Компьютерные чертежи позволяют ученику наглядно почувствовать, что означает нелинейный рост величины. Одним из важных наблюдений должно стать то, что площади кругов растут пропорционально квадратам радиусов. Предлагаемое задание представляет собой небольшую вариацию этого сюжета, в котором нужно определить связь площадей колец с радиусами.

ПЛОЩАДЬ КРУГА

(Сюжет находим, переходя по ссылке «продолжить», размещенной в конце документа).

Задание. Разбиение круга концентрическими окружностями

Двигая границы колец A_1, A_2 и A_3, можно следить за изменением величин радиусов. Расставьте точки A_1, A_2 и A_3 так, чтобы их координаты были равны площадям соответствующих колец.

Если большие радиусы концентрических колец взять равными 1, 2, 3, то площа-

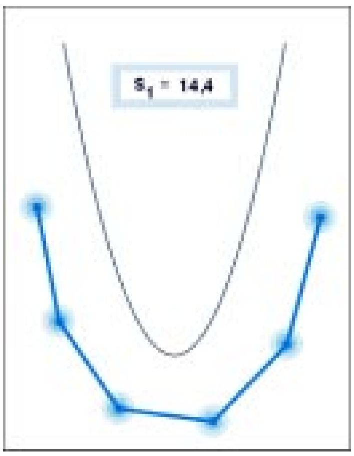


Рис. 12

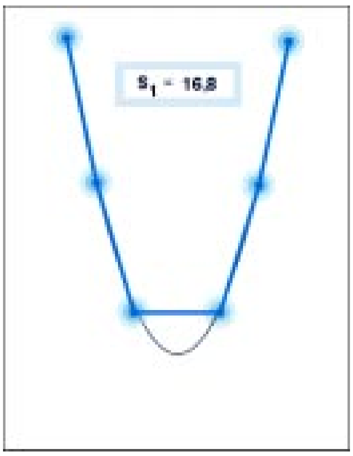


Рис. 13

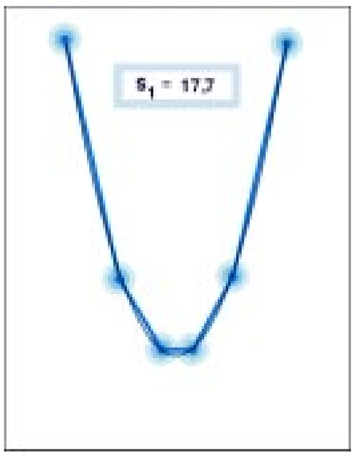
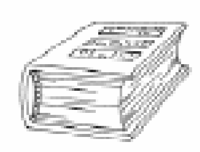


Рис. 14

ди кругов будут π, 4π, 9π, а площади колец соответственно – π, 3π, 5π. Нетрудно заметить, что это – последовательность нечётных чисел, поэтому связь между радиусами и площадями колец получается не квадратичной, а линейной. Мы получили геометрический образ суммы арифметической прогрессии, членами которой являются площади колец.



ТЕХНИЧЕСКИЕ КОММЕНТАРИИ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ЭЛЕКТРОННОЙ РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ

Загрузка каждой страницы может занимать определенное время. Это связано с работой виртуальной java-машины, которая непосредственно «проигрывает» каждую динамическую модель. Поэтому авторы ресурса рекомендуют дождаться полной загрузки страницы перед использованием (то есть отчетливого отображения всех моделей на странице). В определенных ситуациях (если пользователи замечают вялую работу моделей с длительными задержками в функционировании) рекомендуется перегружать браузер, в котором просматриваются страницы. То есть просто закрыть браузер и запустить заново нужную страницу.

При работе с динамическими моделями можно заметить, что некоторые объекты на рабочей области можно передвигать, а некоторые – нет. Так, для пущей наглядности, передвигаемые точки выделены цветными ореолами, а при наведении курсором мыши на любой передвигаемый объект можно заметить, что он выделится неоновым голубым цветом (цвет cyan). Все остальные недвижимые объекты на рабочей области никак не будут реагировать на курсор мыши.

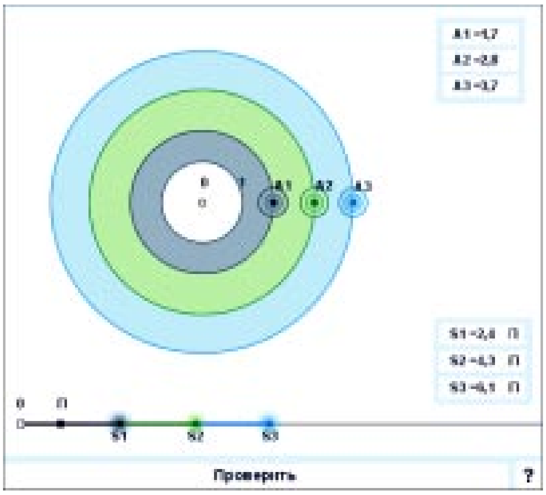


Рис. 15

Если мы щелкнем по передвигаемому объекту, он выделится розоватым цветом, и мы сможем передвигать его курсором мыши. Для более точного расположения объекта мы можем воспользоваться следующей возможностью: «отпустить» перемещаемый объект, при этом выделение розовым цветом на нем останется. И далее работать с помощью стрелочек на нашей клавиатуре. Если мы хотим снять выделение, мы можем щелкнуть курсором мыши по рабочей области модели.

Петриченко Даниил Николаевич,
аспирант математико-механического факультета СПбГУ,

Поздняков Сергей Николаевич,
доктор педагогических наук, профессор кафедры ВМ-2 СПбГЭТУ «ЛЭТИ»,

Пухов Алексей Фёдорович,
аспирант математико-механического факультета СПбГУ.