

## УРОК ПО ТЕМЕ «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВИРТУАЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

В данной статье мы расскажем о том, как можно провести урок геометрии, используя интерактивные средства виртуальной геометрии. Статья будет особенно интересна учителям, которые хотят «оживить» свои уроки внедрением информационных технологий в процесс обучения.

Для создания подобной поддержки урока геометрии мы воспользовались продуктом отечественных разработчиков – программой «1С.Математический конструктор 2.2», созданной российской компанией 1С, известной своими программными продуктами, такими как, например, «1С:Бухгалтерия», «1С:Предприятие» и др., предназначенными для автоматизации управления и учета на предприятиях, а также образовательными продуктами («1С:Репетитор», «1С:Школа» и пр.). Для просмотра описанных в статье материалов установка программы «1С.Математический конструктор 2.2» не нужна, однако, вам может понадобиться установка виртуальной java-машины (или Java Runtime Environment – JRE) версии 5 или выше. При просмотре материалов с диска-приложения к печатному журналу «Журнал в журнале. Компьютерные инструменты в образовании. Выпуск № 3 за 2008 год» система самостоятельно определит, установлено ли у Вас нужное программное обеспечение и, в случае необходимости, произведет установку отсутствующих компонент. Кроме того, виртуальную java-машину (или JRE) можно бесплатно скачать с сайта производителя – <http://java.sun.com/javase/downloads/index.jsp>.

Представленные интерактивные материалы выполнены в форме электронной рабочей тетради в рамках ИУМК (Инновационного Учебно-Методического Комплекса) «Геометрия 9. Динамическая геометрия».

Итак, обратимся к материалам электронной рабочей тетради. Как уже упоминалось выше, их можно найти на прилагаемом к журналу диске. Так как тема «Геометрические преобразования» весьма обширна, мы остановимся на отдельном разделе данной темы, а именно «Центральная симметрия».

Запустив с диска материалы, мы попадаем на краткое содержание по разделу «Центральная симметрия» (см. рис. 1).

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Сначала щелкнем по ссылке «Определение центральной симметрии». В результате перед нами появится первая страница нашего раздела. Загрузка страницы может занять определенное время, которое требуется для загрузки всех размещенных на дан-

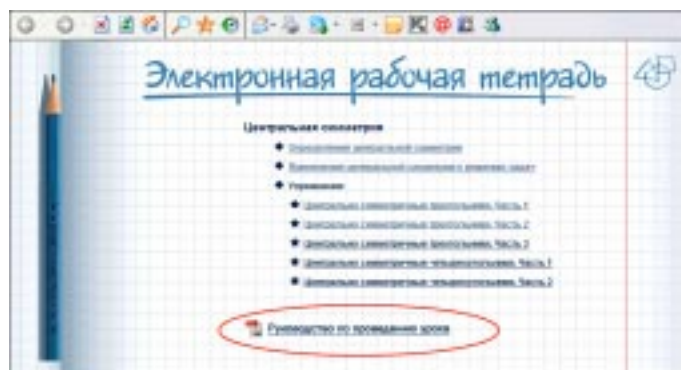


Рис. 1

ной странице интерактивных моделей или, если быть точным, java-апплетов (на нашей странице их будет три).

### Задание 1

На появившейся странице мы сразу же видим определение центральной симметрии и описание построения точки, симметричной данной относительно заданной точки. Следом за определением идет первое интерактивное задание, которое наглядно демонстрирует только что введенное понятие (рис. 2). Остановимся на нем подробнее.

Перед нами синий треугольник 1, который можно перемещать, потянув за вершину  $M$ , и поворачивать, потянув за вершину  $N$ . Кроме того, мы имеем центр симметрии –  $O$ , который также можно перемещать. Наконец, у нас есть неподвижный зеленый треугольник 2.

Наша задача – подобрать такое положение треугольника 1 и центра симметрии  $O$ , чтобы результатом симметрии треугольника 1 относительно точки  $O$  был треугольник 2.

Для начала можно рассмотреть простой случай и совместить центр симметрии с вершиной треугольника 2 (см. рис. 3).

Тогда не очень сложно представить, как нужно расположить треугольник 1, чтобы в результате представленной симметрии он обратился бы в треугольник 2.

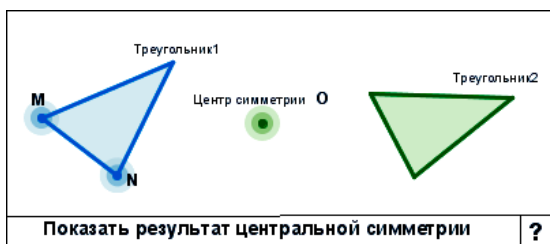


Рис. 2

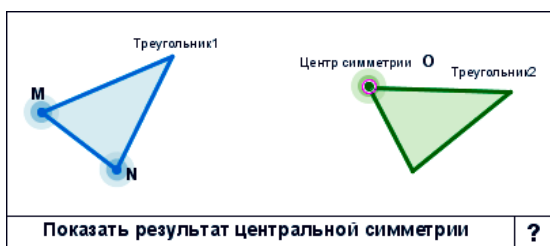


Рис. 3

Теперь пришло время заметить еще одну деталь данной модели, которую мы не упомянули в самом начале. В нижней части модели расположена надпись-кнопка «Показать результат центральной симметрии», при щелчке на которую мы можем увидеть результат симметрии треугольника 1 относительно точки  $O$  при данном расположении этих объектов (образ треугольника 1 темно синего цвета будет передвигаться всякий раз, когда мы будем менять положение треугольника 1 или центра симметрии). Таким образом, мы можем находить разные другие (более сложные) удовлетворяющие условию задачи варианты расположения треугольника 1 и точки  $O$ , и при этом полагаться не только на наш глаз. Например, как на приведенном ниже рис. 4.

Можете поэкспериментировать и найти свои положения треугольника 1 и точки  $O$ . Если мы щелкнем по кнопке «Спрятать!», то темно синий треугольник (образ треугольника 1 относительно точки  $O$ ) исчезнет.

### Задание 2

Если мы достаточно «поиграли» с этой задачей, можем переходить к следующей. Перед нами прямая  $a$  (синего цвета) и две точки: Центр симметрии (синего цвета) и точка  $X$  (зеленого цвета) (рис. 5).

Все объекты можно свободно перемещать по рабочей области модели, причем прямую  $a$  можно двигать, как потянув ее саму, так и потянув выделенную на ней точку.

Наша задача – с помощью точки  $X$  построить прямую, симметричную прямой  $a$  относительно Центра симметрии.

Для этого мы будем перемещать точку  $X$  на глаз в то место рабочей области, где, как мы предполагаем, должна располагаться искомая прямая. В том случае, если тра-

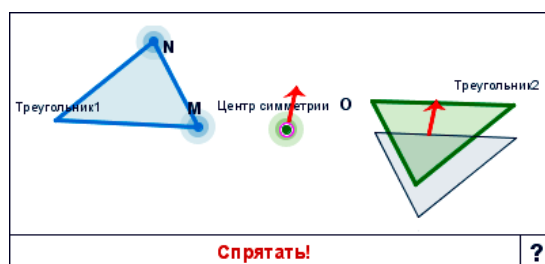


Рис. 4

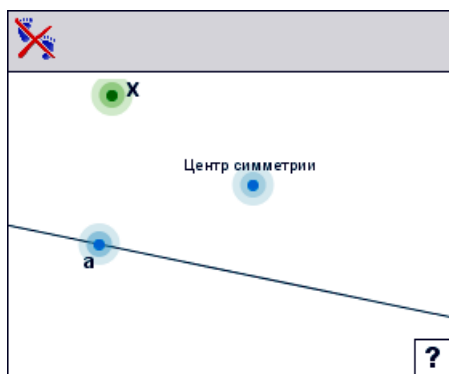


Рис. 5

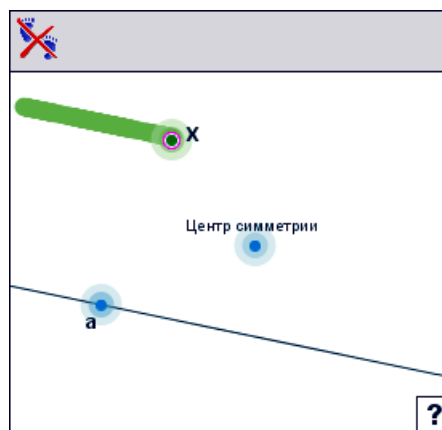


Рис. 6

ектория нашего движения будет верна, точка  $X$  будет оставлять следы на рабочей области, соответствующие искомой прямой (см. рис. 6). В противном случае, точка  $X$  не будет оставлять никаких следов.

Таким образом, мы можем тренировать наши способности предугадывать результаты центральной симметрии. Теперь, когда искомая прямая построена, мы можем стереть ее, нажав на кнопку «Удалить все следы» (перечеркнутое изображение человеческих следов), расположенную в левом верхнем углу и, поменяв положение прямой или Центра симметрии, строить новую прямую!

### Задание 3

Если мы достаточно потренировали наш глаз, мы можем обратиться к следующему заданию, где мы сможем провести параллель между преобразованиями центральной симметрии и параллельным переносом (в случае, если учебной программой не предусмотрено пока изучение параллельного переноса, рекомендуется пропустить это задание) (рис. 7).

Перед нами треугольник  $ABC$ , который мы можем свободно перемещать по рабочей области модели. Кроме того, мы имеем результаты двух последовательно примененных центральных симметрий, сначала к самому треугольнику  $ABC$ , а потом к образу первой центральной симметрии. Центры симметрий также можно перемещать и следить за результатами этих изменений. Помимо этого, мы имеем вектор переноса и со-

ответственно результат переноса треугольника  $ABC$  на этот вектор (оба этих объекта имеют зеленый цвет). Вектор переноса можно перемещать, также можно менять его размер и направление.

Наша задача – найти (изменить) вектор переноса так чтобы результат параллельного переноса треугольника  $ABC$  совпал бы с результатом второй центральной симметрии.

Эта модель наглядно иллюстрирует характерное свойство центральной симметрии, расположенное чуть выше, чем сама модель.

### ПРИМЕНЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Теперь мы можем перейти к следующей части нашего раздела. Для этого мы дохо-

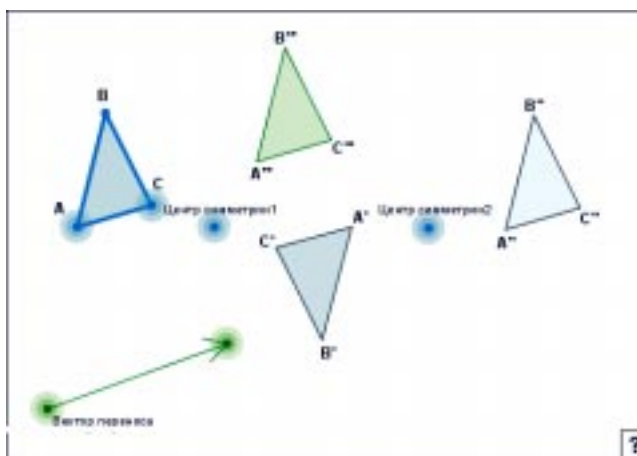


Рис. 7



Рис. 8

дим до самого конца нашей страницы и переходим по ссылке «продолжить» (см. рис. 8).

Перед нами появляется страница, на которой мы видим только одну модель. Дождемся, пока она загрузится, и начнем разбирать модель. Мы видим две окружности, точку  $A$  и отрезок  $KT$  с обозначенной на нем серединой. Отрезок  $KT$  можно перемещать, потянув его как за самого себя, так и за точки-концы отрезка (см. рис. 9).

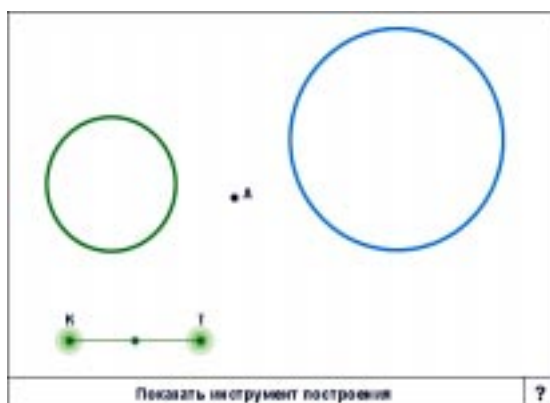


Рис. 9

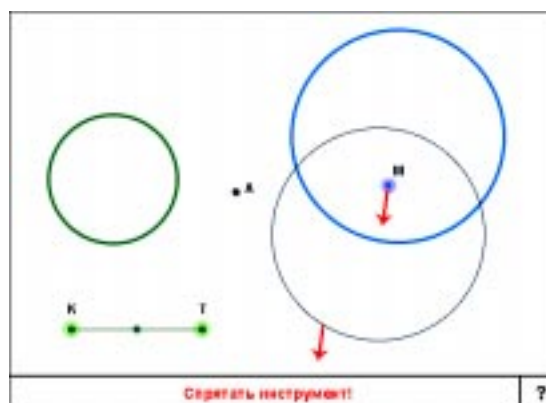


Рис. 10

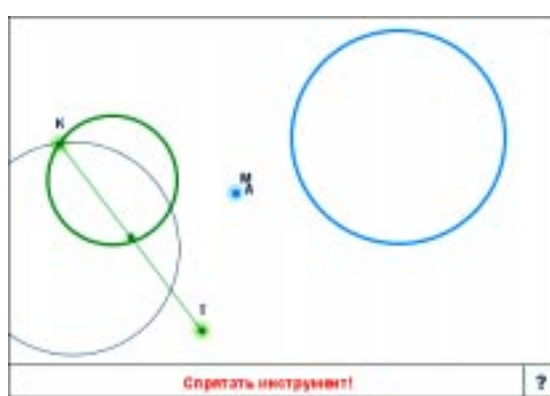


Рис. 11

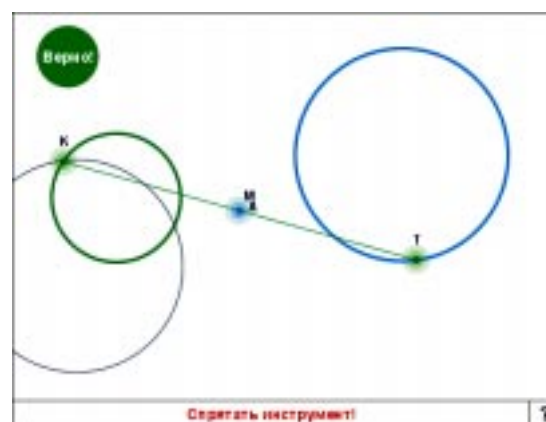


Рис. 12

Наша задача – расположить отрезок  $KT$  так, чтобы его концы лежали на соответствующих окружностях, а середина – в точке  $A$ . Как мы видим, наша задача не связана напрямую с понятием центральной симметрии, однако, сейчас мы узнаем, как ее можно достаточно быстро решить, используя это понятие.

В нижней части рабочей области модели мы видим кнопку «Показать инструмент построения». Если мы нажмем на эту кнопку, то перед нами появится точка  $M$ , которую можно свободно передвигать по рабочей области, а также результат центральной симметрии большей окружности (синего цвета) относительно появившейся точки  $M$  (см. рис. 10).

Теперь, когда у нас есть такой мощный инструмент, мы можем совместить точку  $M$

и точку  $A$ . В результате образ бóльшей окружности (синего цвета) пересечется с меньшей окружностью (зеленого цвета), и точки пересечения будут соответственно первой и второй возможностью для расположения одного из концов отрезка  $KT$ . Переместим точку  $K$ , как показано на рис. 11.

Теперь нам остается перенести точку  $T$  так, чтобы середина отрезка совпала с точкой  $A$ . Если мы добьемся достаточно хорошей точности попадания, появится уведомление о том, что мы выполнили задание (см. рис. 12).

Аналогично можно построить и второй вариант для отрезка  $KT$ : если мы изначально совместили бы точку  $K$  и второе пересечение окружностей.

### УПРАЖНЕНИЯ

Теперь в плане нашего урока решение упражнений. Переходим по ссылке «продолжить», расположенной в конце текущей страницы, и попадаем на первую страницу упражнений.

#### Задание 1

Перед нами появляется упражнение, связанное с построением треугольника, симметричного относительно заданной точки и требующее от нас определенной точности построения искомого треугольника. Для этого нам нужно переместить точки  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  на их места и нажать кнопку «Проверить», в результате чего треугольник на этих вершинах построится, и мы узнаем, правильно ли мы его построили. Кстати, точки  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  при нажатой кнопке «Проверить»

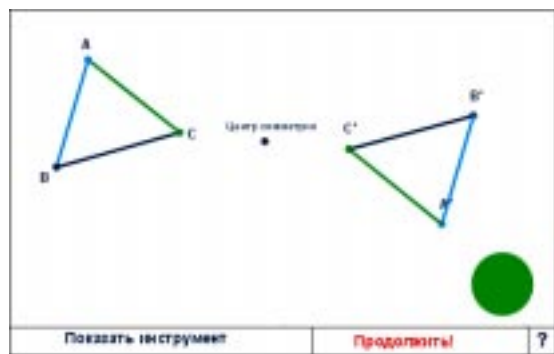


Рис. 14

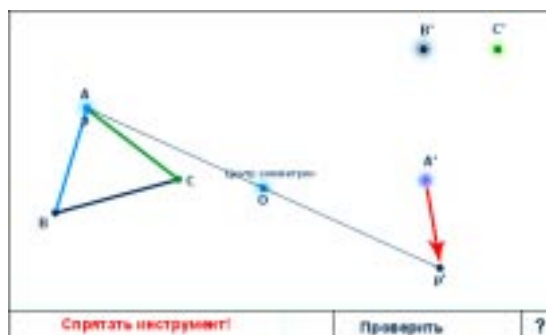


Рис. 13

невозможно передвинуть: это сделано, для того чтобы избежать подгон ответа под правильный. В нашем арсенале имеется удобный инструмент, который позволяет строить точки, симметричные относительно заданной, при этом мы можем перемещать центр симметрии и точку, которую отражаем, а образ строится автоматически. В результате мы с легкостью строим все три вершины искомого треугольника. На рис. 13 показано построение одной из точек искомого треугольника.

Аналогично мы строим и остальные вершины искомого треугольника.

В результате, если мы все сделали правильно, получаем следующую картину (см. рис. 14).

#### Задание 2

Мы с успехом выполнили задание, переходим к следующему (см. рис. 15).

Наша задача – переместить треугольник  $A'B'C'$  так, чтобы он был центрально симметричен треугольнику  $ABC$  относительно точки  $A$ . Если мы будем тянуть за вершину  $C'$ , то мы будем перемещать треугольник  $A'B'C'$ , за вершину  $A'$  – поворачивать. При нажатии на кнопку «Проверить» система



Рис. 15

будет сообщать нам, правильно ли мы расположили треугольник  $A'B'C'$ , при этом сигнал зеленого цвета означает правильно, красного – неправильно.

Если мы справились с этим заданием, мы можем переходить к следующему на этой странице или к любому из предложенных на следующих четырех страницах. Все они однотипные, отличаются только формами симметричных фигур (следующие две страницы посвящены треугольникам, а последние две – квадратам), а также условиями того, относительно какой точки нужно строить симметрию. В некоторых заданиях имеется кнопка, при нажатии на которую мы можем показывать/скрывать дополнительные построения в том случае, когда текущих недостаточно для точного построения симметрии.

#### **КОММЕНТАРИИ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ЭЛЕКТРОННОЙ РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ**

Как уже упоминалось выше, загрузка каждой страницы может занимать определенное время. Это связано с работой виртуальной java-машины, которая непосредственно «проигрывает» каждую динамическую модель. Поэтому авторы ресурса рекомендуют дождаться полной загрузки страницы перед использованием (то есть отчетливого отображения всех моделей на странице). В некоторых ситуациях (если пользователи замечают вялую работу моделей с длительными задержками в функционировании) рекомендуется перегружать браузер, в котором просматриваются страницы, то есть просто закрыть браузер и запустить

заново нужную страницу. В случае длительного «зависания» браузера, когда он не отвечает на действия пользователя, не нужно пугаться. Вам надо будет вручную прервать работу браузера. Если Вы – пользователь операционной системы Windows XP, то для ручного прерывания процесса нажмите одновременно клавиши CTRL+ALT+DEL. В появившемся диспетчере задач (task manager) перейдите на вкладку «Приложения» («Applications»), и в списке найдите зависшее приложение (браузер), выделите его и нажмите кнопку «Снять Задачу» («End Task»). Через некоторое время работа браузера будет завершена, и Вы сможете продолжить работу с системой.

При работе с динамическими моделями можно заметить, что некоторые объекты на рабочей области можно передвигать, а некоторые – нет. Так, для наглядности, передвигаемые точки выделены цветными ореолами, а при наведении курсора мыши на любой передвигаемый объект он выделится неоновым голубым цветом. Все остальные недвижимые объекты на рабочей области никак не будут реагировать на курсор мыши.

Если щелкнуть по передвигаемому объекту, он выделится розоватым цветом, и можно передвигать его курсором мыши. Для более точного расположения объекта можно воспользоваться следующей возможностью: «отпустить» перемещаемый объект (при этом выделение розовым цветом на нем останется) и далее работать с помощью стрелочек на клавиатуре. Для того чтобы снять выделение, нужно щелкнуть курсором мыши по рабочей области модели.



Наши авторы, 2008.  
Our authors, 2008.

*Пухов Алексей Фёдорович,  
аспирант математико-  
механического факультета СПбГУ.*