

КИТАЙСКАЯ ПРОГРАММА SUPERSKETCHPAD ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ И ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

ЧТО ТАКОЕ SUPERSKETCHPAD?

SuperSketchpad (SSP) – программа динамической геометрии для преподавания и изучения математики, которая соединяет в себе черты многих программ. Ее английская версия еще находится в процессе развития.

Программу динамической геометрии легко использовать для создания динамических фигур на экране компьютера. Термин «динамический» означает, что при перетаскивании точки или линии по экрану другие зависящие от них точки, линии и т. п. могут быть изменены таким образом, что исходные характеристики фигуры остаются неизменными. Динамический характер геометрических фигур позволяет визуально изучать их свойства, видеть красоту геометрии и пробуждает интерес к геометрии, которая считается наиболее трудным предметом в школе.

U. Kortenkamp изложил основы Динамической Геометрии в своей докторской диссертации [1]. Первая программа динамической геометрии – это GSP (The Geometer's Sketchpad), которая применяется с 1987 года [2]. К настоящему времени существуют десятки программ динамической геометрии, включая GSP, Cabri-Geometry [3] и Cinderella [4].

Позитивное влияние программ динамической геометрии на математическое образование широко признано учителями и научными работниками в области математического образования. Чтобы удовлетворить растущие требования учителей, программа динамической геометрии должна соединить в себе черты многих программ и стать быстрее и проще в использовании [5–8]. Программа SSP создавалась с учетом этих условий специально для преподавания и изучения математики в школе. В данной статье демонстрируются основные функции программы SSP, ее последние версии, практика применения в китайских школах, в соответствующих курсах для учителей, теоретические и практические перспективы.

1. ГЛАВНЫЕ ФУНКЦИИ SSP

SSP имеет 8 базовых функций:

- ввод формул,
- графика,
- измерение,
- анимация,
- программирование,
- доказательство,
- вычисления,
- презентация.

1.1. ВВОД ФОРМУЛ

Ввод формул в компьютер – довольно сложная задача. Если вы пользуетесь для этого какой-либо стандартной программой фирмы Microsoft, то вам придется использовать разные модели для разных формул. Однако, используя SSP, вы можете набирать формулу в произвольной форме, а программа автоматически преобразует формулу в стандартную математическую форму. Например, вы можете вводить a/b , $2^{(1/2)}$, $\$xl\{AB\}$, $\$he\{\{n=1, 100\} 1/n\}$, $\$fc\{x+y=2; 2x-y=-3\}$ и т.д. Здесь xl, he, fc – первые буквы китайских слов, обозначающих вектор, сумму и уравнение соответственно. Программа выведет на экран следующие выражения (рис. 1).

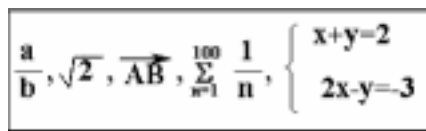


Рис. 1

Двойной щелчок в окне ввода текста подскажет, как вводить формулу. После окончания ввода вы можете передвигать это окно, менять как угодно его размер, даже увеличить на весь экран.

1.2. ГРАФИКА



SSP позволяет легко строить динамические фигуры, графики функций, заданных как обычным способом, так и параметрическими уравнениями или уравнениями в полярных координатах. Также можно создавать гистограммы, рисовать кривые 2-го порядка, кривые, проходящие через несколько данных точек, рисование «вручную» и т. д.

Наиболее приятна для начинающих возможность пользоваться «умным» пером для создания геометрических объектов. Сначала вы можете нарисовать точку A и отрезок AB , протаскив курсор от A к другой точке B , как это обычно делает учитель на доске. Если вы переместите курсор к середине отрезка, SSP выдаст подсказку, «средняя точка», что означает «Вы собираетесь отметить среднюю точку?» Для положительного ответа достаточно одного щелчка левой кнопкой мыши. Также вы можете на-

рисовать окружность двойным щелчком левой кнопки (D) с последующим удержанием ее вплоть до точки (E), определив таким способом радиус окружности. Подобным образом строится касательная к окружности, выходящая из точки (A). Можно построить другую точку F и основание перпендикуляра (G), опущенного из F на AB (рис. 2).

Также вы можете нарисовать график функции $y = a \cdot \sin(b \cdot x + c)$, где a , b , c – переменные. Вам нужно только написать строку в один прием:

```
«Function(y=a*sin(b*x+c), -10, 10, 500, );
Variable(a, );Variable(b, );Variable(c, );»
```

Параметры в команде Function: выражение $y=a \cdot \sin(b \cdot x + c)$, задающее функцию, левый конец отрезка для переменной x (-10), правый конец отрезка (10) и число точек на графике (500). Используя движки на линейках параметров, можно следить, как изменяется график с изменением параметров (рис. 3).

1.3. ИЗМЕРЕНИЕ

SSP может измерять величину угла, длину отрезка, площади плоских фигур, выводить формулы для вычисления этих величин, координаты точек, уравнения окружности и кривых 2-го порядка. Все эти ве-

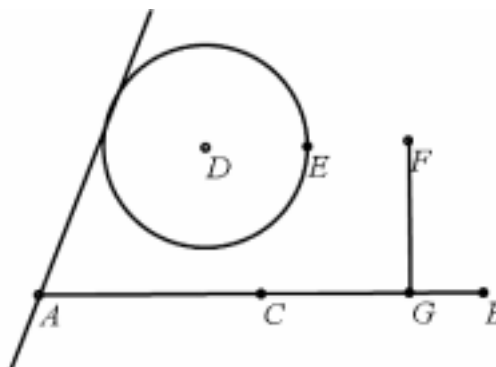


Рис. 2

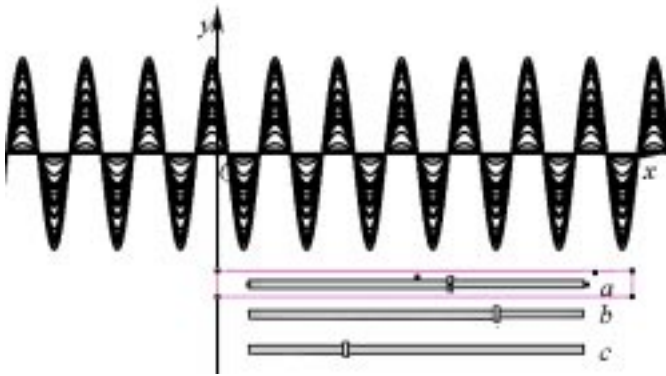


Рис. 3

личины могут меняться одновременно с изменением соответствующего объекта.

Рассмотрим два примера.

Первый пример показывает, как производить измерения, связанные с окружностью. Рисуем окружность, как это было описано выше. Затем открываем командное окно, находим измерительные команды, задаем двойным щелчком каждую из команд

- «MeasureNormalOfCircle();»,
- «MeasureGeneralOfCircle();»,
- «MeasureCentreOfCircle();».

Программа покажет уравнения окружности в стандартной и общей форме и координаты ее центра (рис. 4).

Второй пример связан с интересной задачей. Вы рисуете четырехугольник и делите его каждую сторону на три равные части командой «DivisionPoint(,,);» с параметрами 2 и 1/2. Затем, соединя точки на противоположных сторонах, разрезаете четырехугольник на 9

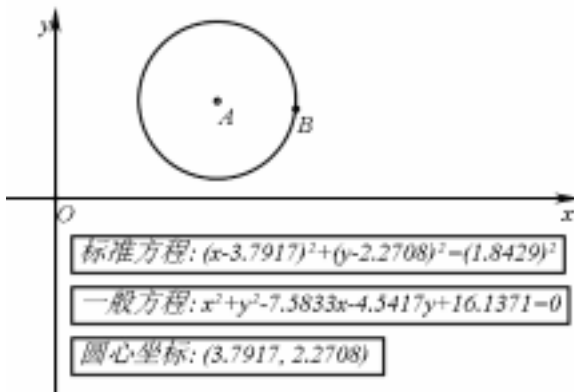
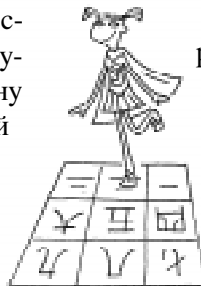
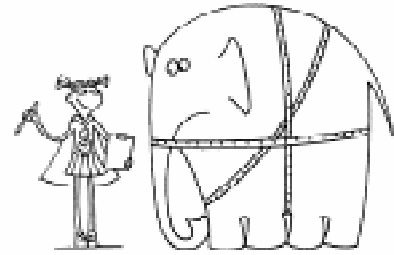


Рис. 4



частей. В центре получается малый четырехугольник. Можно измерить площади большого и малого четырехугольника, отметив их вершины в одном направлении и вводя команду «MeasureArea(, ,);». Вы получаете два выражения m000 and m001; их имена генерируются программой в виде m000, m001, m002, ... Теперь вы можете даже вычислить m000/m001, оно равно 9. При перемещении вершин четырехугольника выражения m000 and m001 меняются динамически, однако их отношение m000/m001 остается неизменным (рис. 5). Можно ли это доказать? В китайском языке слово «Zhengming» можно перевести и как «доказать» и как «показать».

1.4. АНИМАЦИЯ

Мы можем рисовать фигуру, которая меняется одновременно с изменением связанных с ней параметров. Можем также нарисовать образ фигуры при зеркальном отражении, вращать ее вокруг точки или перемещать вдоль прямой. Можем проследить за движением точки и определить траекторию.

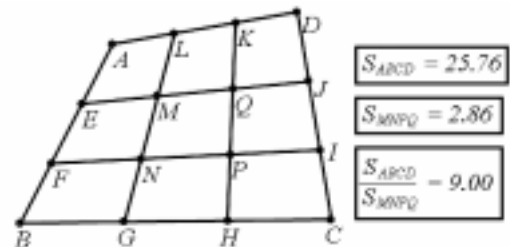


Рис. 5

Исследуем траекторию произвольной точки на отрезке, концы которого (A и B) скользят по двум взаимно перпендикулярным прямым. Выберем в качестве осей координат эти прямые и нарисуем прямоугольник $OACB$. При движении AB точка C описывает окружность радиуса AB и обратно, движение точки C по окружности приводит к соответствующему скольжению AB . Следовательно, мы можем нарисовать окружность с центром в O , отметить точку C и опустить перпендикуляры из C на оси (основания перпендикуляров – A и B). Затем с помощью правой кнопки мыши находим команду анимации для C . Когда C движется по окружности, концы отрезка AB скользят по осям. Мы

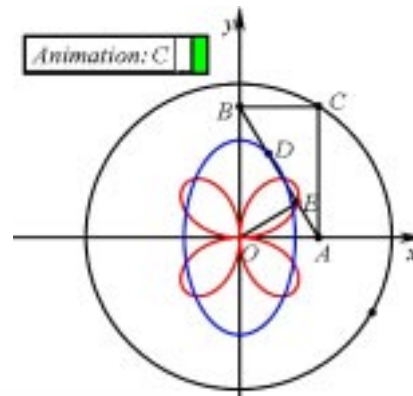


Рис. 6

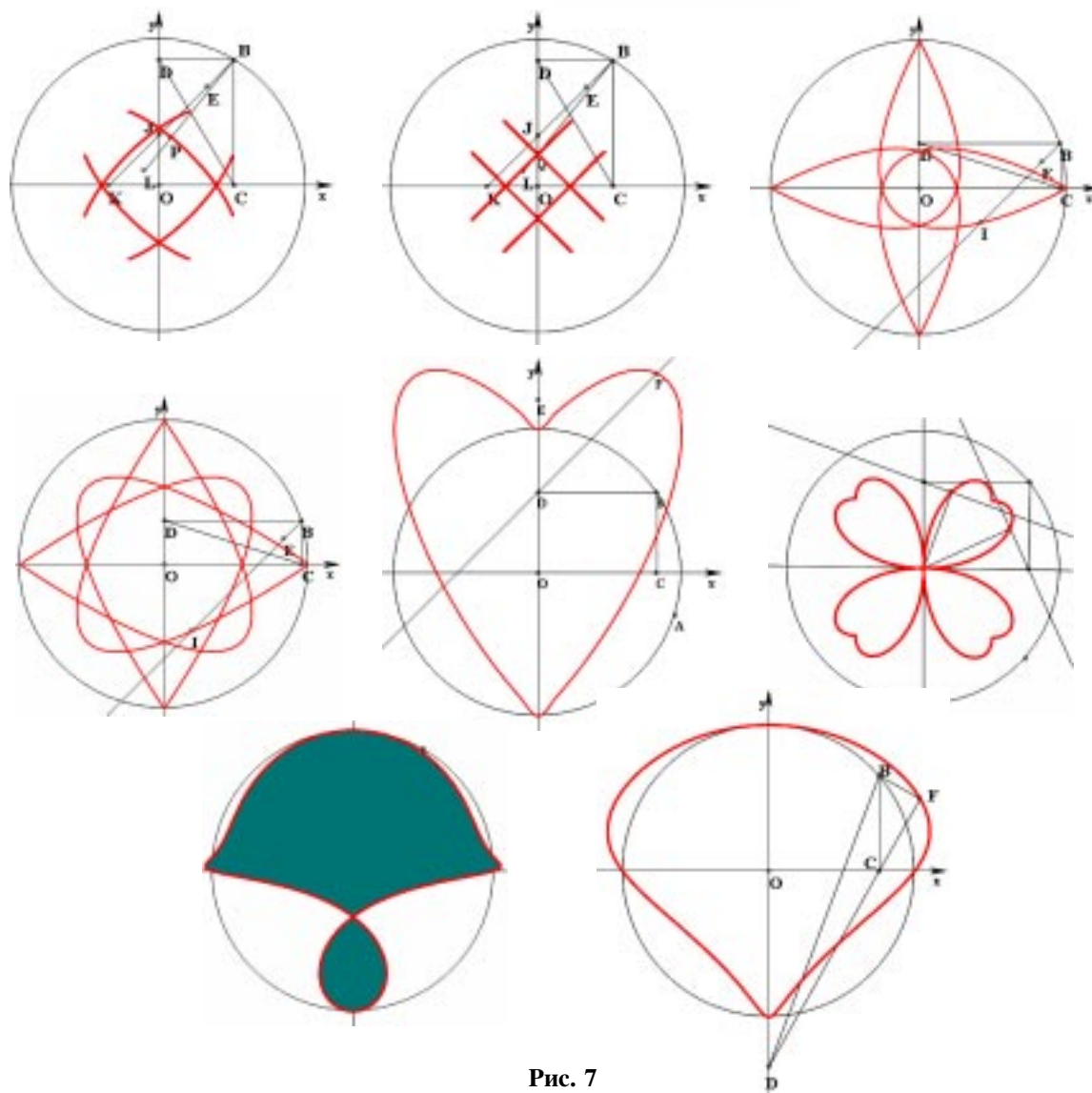


Рис. 7

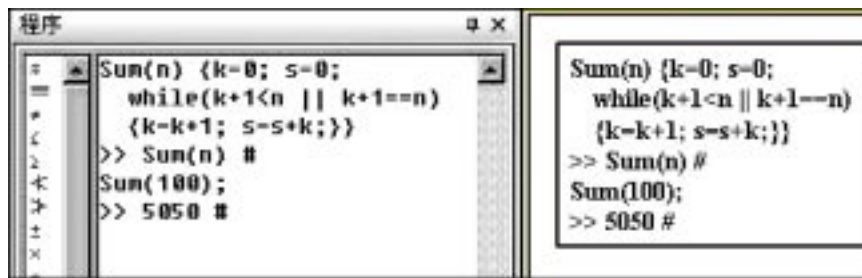


Рис. 8

можем проследить движение любой точки на *AB*. Ее траектория – это эллипс или окружность. Можно также опустить перпендикуляр из точки *O* на *AB* и проследить траекторию его основания. Получается известная четырехлепестковая роза (рис. 6).

Мы также исследовали траектории других точек, некоторые из них показаны на рис. 7.

1.5. ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Современные учебные программы требуют от студентов умения программировать и применять созданные ими программы для решения различных задач. SSP предоставляет среду для написания и выполнения программ. Мы можем использовать встро-

енные функции, созданные нами функции, команды построения графиков и т. д., для создания программ и исполнения их в SSP.

Рассмотрим два примера. Один из них вычисление $\sum_{n=1}^{100} n$. Другой – изображение треугольника Yang Hui, который на Западе известен как треугольник Паскаля. В SSP две команды для создания циклов. Одна из них «while», другая – «for».

Сначала воспользуемся командой «while», чтобы определить функцию «Sum(n)»: `Sum(n) {k=0; s=0; while(k+1<n || k+1==n) {k=k+1; s=s+k;}}`, then run «Sum(100)» (рис. 8).

Затем используем «for» для определения функции «yh(m)» запустим «yh(7)» (рис. 9).

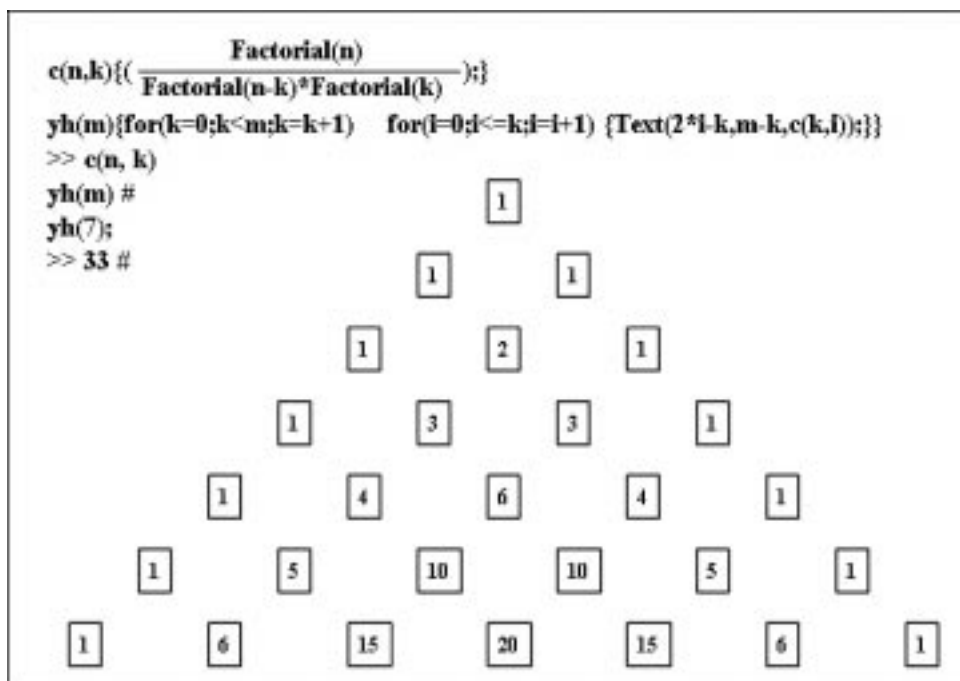


Рис. 9



Рис. 10

1.6. ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

SSP может доказывать теоремы, а также выводить формулы, относящиеся к треугольнику. Китайские ученые внесли большой вклад в это направление. Наиболее известны *Wu Wenjun* и профессор *Zhang Jingzhong*.

Рассмотрим пример. Нарисуем параллелограмм $ABCD$ опустим перпендикуляры из A и C на BD . Обозначим их основания как E и F . Очевидно, $AE = CF$. Запускаем автовывод и получаем 194 пункта информации за 8.4 секунды (рис. 10). Имеется 6 пар отрезков одинаковой длины (рис. 11). Это $AB = CD$, $BC = AD$,



Рис. 12



Рис. 11

и т. д. Можно выяснить, как доказать $AE = CF$, щелкнув по «+» слева от этого равенства. Получаем в ответ, что это следствие равенства треугольников $\triangle ABE \cong \triangle CDF$. В свою очередь, равенство $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ выполнено вследствие того, что $AB = CD$, $\angle CFD = \angle AEB$, и $\angle DBA = \angle BDC$ (рис. 12). Также нам сообщается, почему эти равенства верны. Щелкнув правой кнопкой мыши, получим традиционное доказательство равенства $AE = CF$ (рис. 13).

Можно также легко доказать известную теорему об «окружности пяти точек». В ней утверждается, что если в произвольной пятиконечной звезде описать окружности около пяти треугольников при ее вершинах, то все точки пересечения соседних окружностей лежат на одной окружности. (рис. 14).

1.7. ВЫЧИСЛЕНИЯ

SSP может производить динамические вычисления с точностью до 15 значимых цифр, может также работать и с



Рис. 13

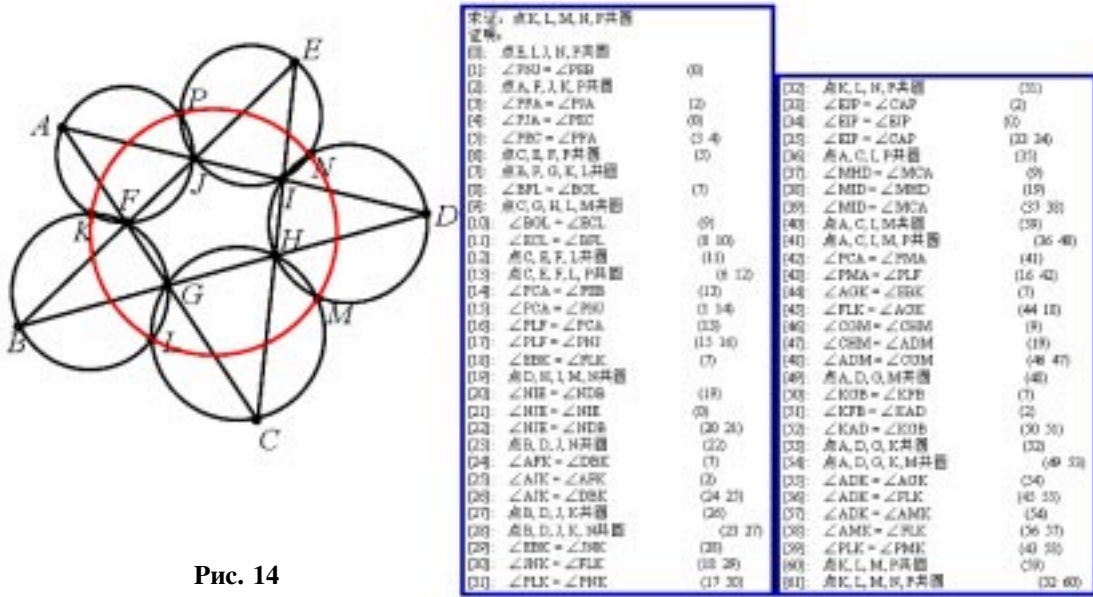


Рис. 14

символами. Например, может оценить 3^{100} менее чем за одну секунду. Может разложить $(x+y)^{10}$, разложить на множители $x^{105}-1$, найти производную x^x командой «Diff(x^x , x);» и проинтегрировать x^2 от a до b «Int(x^2 , x, a, b);» (рис. 15).

Бесплатную версию SSP можно скачать с <http://www.zplusz.org>, www.qiusir.com и www.maths-edu.net. В книге «A Free Walk on SSP» [9] подробно описано, как использовать эту версию SSP для изучения и преподавания математики.

1.8. ПРЕЗЕНТАЦИИ

Также можно использовать SSP для создания презентаций. Можно как угодно менять размер текстового окна, перемещать его или сворачивать, если нужно.

1.9. ЕЩЕ ОДИН ПРИМЕР

Фигуры, изображенные на рис. 16, – всего только 26 различных вариаций одной и той же кривой. Не верите?

```

3100;
>> 515377520732011331036461129765621272702107522001 #
(x+y)10;
>> x10+10*x9*y+45*x8*y2+120*x7*y3+210*x6*y4+252*x5*y5+210*x4*y6
+120*x3*y7+45*x2*y8+10*x*y9+y10 #
Factor(x105-1);
>> (x4+x3+x2+x+1)*(x6+x5+x4+x3+x2+x+1)*(x24-x23+x19-x18+x17-x16+x14)
-x13+x12-x11+x10-x9+x7-x6+x5-x+1)*(x-1)*(x12-x11+x9-x8+x6-x4+x3-x+1)*
(x2+x+1)*(x8-x7+x5-x4+x3-x+1)*(x48+x47+x46-x42-2*x41-x40-x39+x36)
+x35+x34+x33+x32+x31-x28-x26-x24-x22-x20+x17+x16+x15+x14+x13+x12
-x9-x8-2*x7-x6-x5+x2+x+1) #
Diff(xx, x);
>> (x)x*ln(x)+(x)x #
∫ab x2 dx ;
>> -a3+b3 / 3 #
    
```

Рис. 15

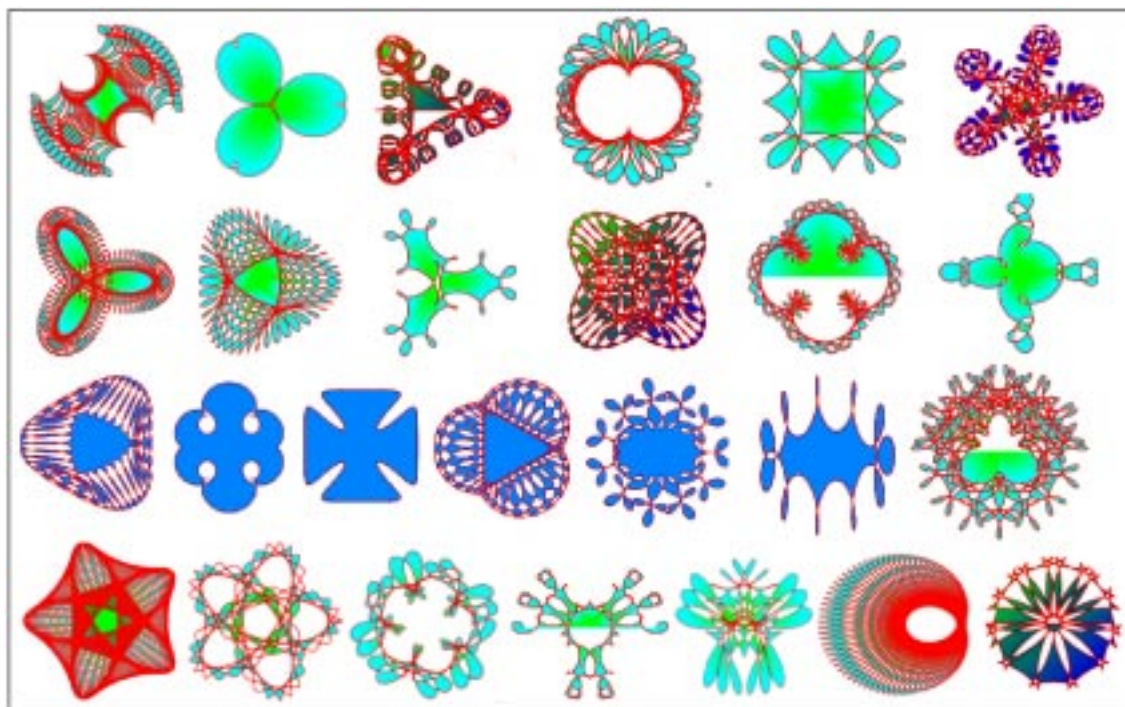


Рис. 16

Это действительно геометрические места точек (G на рис. 17), которые определены тремя точками C , D и E , лежащими на одной окружности, но движущимися порозному.

Построение состоит из следующих шагов:

1. Рисуем окружность с центром в A , и точкой B , фиксирующей радиус окружности. Затем рисуем три точки C , D , E на окружности.

2. Рисуем отрезок DE и точку F на нем.

3. Рисуем отрезок CF и точку G на нем.

4. Задаем геометрическое место точек G , определяемое положением точек C , D и E , указав границы изменения углов, определяющих положение точек C , D и E от 2π до $2\text{floor}(a)\pi$, $2\text{floor}(b)\pi$, до $2\text{floor}(c)\pi$, соответственно.

5. Создаем движки и/или кнопки анимации для параметров a , b и c .

Перемещая точки F и G (рис. 17) или меняя значения параметров, можно получить гораздо более неожиданные фигуры, чем показанные на рис. 16.

2. ПОСЛЕДНИЕ ДОБАВЛЕНИЯ В SSP – ЧИСТЫЕ СТРАНИЦЫ

Учителям математики в Китае обычно трудно запомнить команды, написанные по-английски. Для решения этой проблемы, мы определили около 130 функций с китайскими именами специально для школьных учителей. Например, по-китайски график – это Han Shu Qu Xian, поэтому в качестве команды мы используем первые буквы

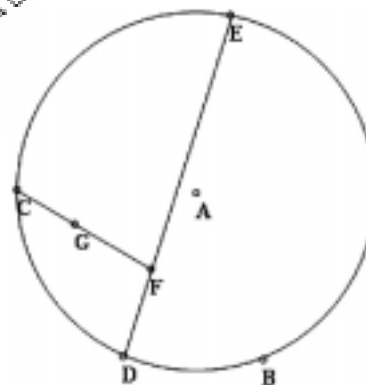
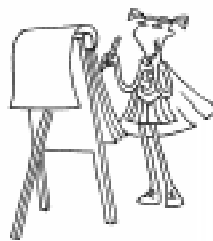
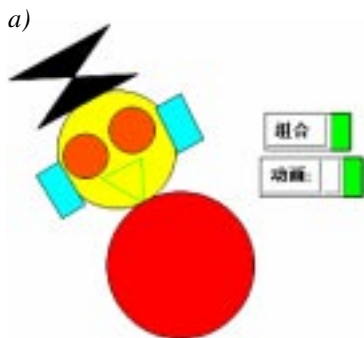
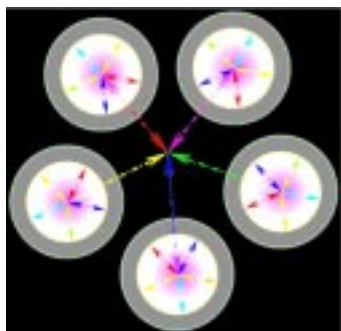


Рис. 17



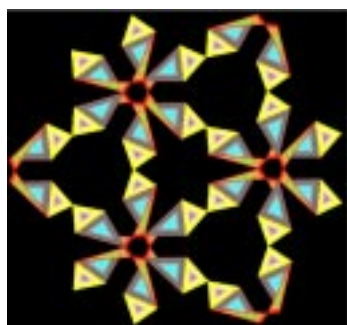
б)



в)



г)



первых двух и последнего слова, то есть hsx. Мы называем это правило «две первые и одна последняя». Записанные таким образом команды легко запоминаются. Конечно, если учитель хочет заниматься творческой работой, ему нужно знать оригинальные определения различных команд в SSP. Мы также создали два файла по 10–15 страниц, которые мы называем «чистые страницы для удобства». Этого достаточно для подготовки материала на один урок. Используя эти страницы, учитель математики осваивает за несколько минут SSP.

3. ПРИМЕНЕНИЕ В ШКОЛАХ

Как было показано выше, SSP – мощная и легко осваиваемая программа, поэтому она широко используется не только учителями, но и учениками.

В 2002 году профессору Wang Pengyuan из Beijing Normal University удалось получить финансирование проекта «Экспериментальное изучение применения SSP в Новой Национальной Программе по Математике». Более 100 школ в различных провинциях участвовали в этом проекте. Положительные результаты были получены как от учителей, так и от учеников [10]. В настоящее время более 1000 школ используют SSP для преподавания и изучения математики. Приводим некоторые отзывы, чтобы показать, как SSP влияет на преподавание и изучение математики в школах.

Применение SSP в преподавании математики не только вырабатывает у учеников навыки самостоятельного, творческого и коллективного изучения математики, но также обогащает педагогический опыт учителей. Учеников привлекает фантастический мир, создаваемый SSP, математика начинает им нравиться... Ученики проводят часть своего свободного времени в группах, работающих с SSP. Некоторые даже выполняют курсовые работы дома, на каникулах. Кто-то может подумать, что эти студенты воспринимают SSP как компьютерную игру, и это может сказаться на их успехах в школе. Однако результаты показывают, что те, кто достиг успеха в SSP, обычно находятся среди лучших учеников своего класса.

*Wang Mingyu,
учитель экспериментальной школы
Guangzhou при Peking University.*

Рис. 18.

- а) Китайский неваляшка (Zhao Zongning, средняя школа Yuying, Jinan, Shandong),
- б) Цветок (Geng Lu, Ji'nan средняя школа Yuying, Jinan, Shandong),
- в) Плитка на голубой раковине (Li Chuqi, экспериментальная школа Guangzhou при Peking University),
- г) Калейдоскоп (Zeng Junhao, экспериментальная школа Guangzhou при Peking University)

Благодаря многочисленным применениям и дружественной среде, SSP может стимулировать любознательность учеников, является также мощным инструментом для получения новых знаний.

*Li Lu,
учитель средней школы
Yuqing, Jinan, Shandong.*

SSP очень интересна. Раньше я не любил математику, но теперь мне понравилась геометрия. Я создал замечательные пятиконечные звезды, применяя вращения, перенос и меняя цвета с помощью SSP; я сказал себе, что я вовсе не отстающий в математике. Вскоре я в первый раз сдал экзамен! Благодаря SSP мои отметки по математике становятся все лучше и лучше.

*Hu Wenxin,
ученик экспериментальной школы
Guangzhou при Peking University.*

Вот несколько образцов творчества учеников (рис. 18).

4. ПРИМЕНЕНИЕ SSP В ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ

4.1. ПЕРЕПОДГОТОВКА

Во многих обычных китайских университетах преподается курс «Преподавание с помощью компьютера». Этот курс знакомит студентов с некоторыми программами, которые они будут использовать в будущем. Обычно это Microsoft Powerpoint, Flash, Authorware, GSP, SSP и т. д. В первом семестре 2007–2008 учебного года мы ввели новый курс под названием «Динамическая геометрия» для студентов 1-го курса в Central China Normal University (CCNU) и в Guangzhou University. Студенты специализировались в математике и прикладной математике. В среднем отводилось на этот курс 3 часа в неделю. В CCNU второй из авторов является основным лектором. Первый из авторов и профессор Liang Zhaojun прочли по три лекции. Профессор Liang преподавал математическую основу, Wu Wenjun – основные идеи и примеры. Учебник называется *A Course to Dynamic*

Geometry [11]. Во время написания этой книги мы пытались использовать примеры из школьной математики для иллюстрации основных идей. По окончании курса мы произвели исследование, чтобы выяснить отношение студентов к SSP. От них требовалось выставить оценку по пятибалльной шкале в соответствии с их отношением к SSP. Средние значения и стандартные отклонения (СО) приведены в табл. 1. Последний столбец содержит процент студентов, оценивших на 4 или 5 соответствующий пункт. Статистика свидетельствует, что применение программы SSP для преподавания и изучения математики в школе оценивается положительно.

В конце курса студенты должны не только сдать экзамен, но и выполнить некоторую исследовательскую работу. Три студента написали статьи на основе своих работ.

Пройдя этот курс, я почувствовал функциональную мощь SSP. Это поможет мне в моей будущей работе учителя математики в школе. Система легко изучается, и результаты, получаемые с ее помощью, видны сразу и непосредственно. В математике много задач со сложными доказательствами, но с помощью SSP мы можем проверить их очень быстро, что способствует развитию творческих навыков. Это позволяет нам смело выдвигать гипотезы и затем проверять их с помощью SSP.

*Zhang Yan,
студент младших курсов.*

4.2. ПОВЫШЕНИЕ КВАЛИФИКАЦИИ

Начиная с 2002 года, первый из авторов выступал более 50 раз перед учителями, рассказывая о SSP. Zuo Chuanbo, один из программистов, также прочитал множество лекций для учителей математики. Летом 2007 года в рамках программы усовершенствования учителей провинции Hubei были прочитаны двухчасовые лекции о SSP. Почти в это же время по программе дистанционного обучения для каждого учителя были организованы 6-часовые лекции и 3-часовые практические занятия в компьютерном классе. В начале 2008 года отдел

образования города Wuhan также организовал занятия для учителей. Профессор Zhang был приглашен прочитать лекцию о SSP.

Все больше и больше учителей после знакомства SSP начинают применять ее в своей работе. Нам нужно поддерживать более тесные контакты с учителями, узнавать их практические потребности и предоставлять им необходимую помощь.

5. ДАЛЬНЕЙШАЯ РАБОТА

Внедрение IT в преподавание и обучение математике – одна из основных задач

деятели математического образования. Для этого есть два пути. Один – усовершенствование программного обеспечения. Другой – исследовать не только, как используются IT в обучении учителей, но и как IT используются учениками при изучении математики. В Китае, при его относительно низком экономическом развитии, помощь учителям в разных районах с различными уровнями развития является долговременной задачей. Мы начали работу по применению SSP в школах, в какой-то мере достигли своих целей и будем продолжать эту работу для будущих поколений.

Табл. 1

	Утверждение	Среднее (CO)	% студентов с оценками 4/5
1	Динамическая геометрия помогла мне глубже понять свойства геометрических объектов.	4.64 (0.57)	95.6
2	SSP помогла мне понять суть динамической геометрии.	4.29 (0.73)	88.9
3	Для построения динамических геометрических объектов нужен высокий уровень логического мышления.	4.13 (0.79)	75.6
4	Решение задач построения динамических геометрических объектов развивало мой интеллект.	4.09 (0.67)	86.6
5	Построения с использованием функций SSP похожи на обычные построения на бумаге.	3.69 (0.97)	62.2
6	SSP строит объекты с большой точностью. Например, можно определить расположение точек на одной линии.	4.53 (0.63)	93.3
7	Мы можем измерять объекты. Это позволяет проверять некоторые гипотезы.	4.64 (0.61)	93.3
8	SSP позволяет строить красивые геометрические структуры.	4.53 (0.76)	88.9
9	Удобно использовать SSP для выполнения курсовых работ.	4.13 (0.81)	77.8
10	SSP может запоминать связи между объектами, что способствует нашему обучению.	4.31 (0.70)	91.1
11	SSP умеет быстро и точно совершать алгебраические преобразования.	4.29 (0.73)	84.4
12	SSP обладает большим набором команд аналитической геометрии; их достаточно для преподавания.	4.27 (0.76)	86.4
13	SSP генерирует таблицу координат заданных точек.	4.40 (0.69)	88.9
14	SSP строит динамические графики функций, что помогает изучить математические модели, порождающие эти графики.	4.64 (0.57)	95.6

	Утверждение	Среднее (СО)	% студентов с оценками 4/5
15	SSP может измерять площади областей над и под графиком, что помогает освоению понятия интеграла.	4.33 (0.74)	84.5
16	SSP может анализировать свойства монотонности многочлена 3-го порядка, что помогает понять связь между различными математическими понятиями.	4.42 (0.66)	91.1
17	Обращение графика помогает понять связь между прямой и обратной функциями.	4.61 (0.54)	97.7
18	Встроенные в SSP функции позволяют легко производить статистические эксперименты.	4.40 (0.91)	86.7
19	SSP генерирует статистические таблицы, содержащие много информации.	4.53 (0.81)	84.4
20	Обучающие программы, использующие SSP, позволяют понять строение пространственных объектов.	4.14 (1.09)	79.5
21	Обучающие программы, использующие SSP, удобно модифицировать.	3.95 (0.96)	68.2
22	В SSP можно связывать переменные с объектами, что облегчает ссылки и самопроверку.	4.11 (0.71)	80
23	Классические примеры, включенные в <i>Курс Динамической Геометрии</i> , содержательны.	4.33 (0.74)	84.5
24	SSP-функция автодедукции облегчает геометрические доказательства.	4.45 (0.76)	88.6
25	SSP помогает лучше овладеть математическими, особенно геометрическими, понятиями.	4.50 (0.59)	95.4
26	SSP представляет абстрактные математические понятия в визуальной форме.	4.70 (0.60)	93.0
27	SSP – хорошая среда для самостоятельных исследований.	4.48 (0.82)	84.1
28	SSP помогает студентам увидеть чудесный мир математики.	4.68 (0.52)	97.8
29	SSP способствует появлению интереса к математике.	4.77 (0.48)	97.7
30	SSP поддерживает интерес к математике.	4.50 (0.63)	93.2
31	SSP помогает улучшить оценки по математике.	3.52 (0.73)	47.7
32	SSP помогает приобретению навыков в работе с компьютером.	3.23 (0.86)	31.8
33	SSP способствует развитию воображения.	4.45 (0.70)	88.6
34	SSP способствует развитию логического мышления.	4.14 (0.85)	79.5
35	SSP способствует развитию творческих навыков.	4.57 (0.59)	95.5
36	SSP развивает способность к постановке задач.	4.32 (0.77)	81.8
37	SSP развивает способность к анализу и решению задач.	4.05 (0.83)	72.7
38	SSP развивает способность к математическому моделированию.	4.18 (0.92)	79.6
39	SSP развивает способность к исследованиям в математике.	4.41 (0.69)	88.7

Литература

1. Kortenkamp, U. (1999). Foundations of Dynamic Geometry, Unpublished Ph.D. thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Switzerland.
2. Jackiw, N. (1991). The Geometer's Sketchpad (software). Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
3. Laborde, J-M., & Bellemain, F. (1993). Cabri Geometry II (software). Texas Instruments, 1993–1998.
4. Richter-Gebert, J. & Kortenkamp, U. (1999). The Interactive Geometry Software Cinderella, Springer-Verlag, Heidelberg.
5. Kortenkamp, U., & Richter-Gebert, J. (2004). Using Automatic Theorem Proving to Improve the Usability of Geometry Software, In Proceedings of Mathematical User-Interfaces Workshop (MathUI), Bialowieza, Poland, Sept 18, 2004.
6. Hohenwarter, M. and Fuchs, K. (2004). Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System GeoGebra. In Proceedings of Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference. Pecs, Hungary. Pp. 128–133.
7. Kortenkamp, U. (2000). The Future of Mathematical Software, in Proceedings of Multimedia Tools for Communicating Mathematics (MTCM), Lisbon, 2000 (Springer-Verlag, Heidelberg, 2001), pp. 191–202.
8. Wilson, S., & Fleuriot, J.D. (2005). Combining Dynamic Geometry, Automated Geometry Theorem Proving and Diagrammatic Proofs. Proceedings of the European Joint Conferences on Theory and Practice of Software (ETAPS) Satellite Workshop on User Interfaces for Theorem Provers (UITP), Edinburgh, April, 2005 (Elsevier, Amsterdam, 2006).
9. Zhang, J. (2006). A free walk on SSP. Beijing: Science Press.
10. Wang, P., Ma, F. (Ed.) (2005). Applying SuperSketchpad to national mathematics curriculum reform. Beijing: Science Press.
11. Zhang, J., & Peng, X. (2007). *A course to dynamic geometry*. Beijing: Science Press.

JINGZHONG ZHANG,
*Engineering Center for Educational
Information Technology,
Huazhong Normal University,
Wuhan, 430079, China,
Chengdu Institute for Computer
Applications, Chinese Academy of
Sciences, Chengdu, 610041, China,
Institute for Educational Software,
Guangzhou University Guangzhou,
510006, China,*

CHUNLIAN JIANG,
*Faculty of Education, University of
Macau, Macau Department of
Mathematics & Statistics,
Huazhong Normal University
Wuhan, 430079, China,*

XICHENG PENG,
*Engineering Center for Educational
Information Technology,
Huazhong Normal University
Wuhan, 430079, China.*

Перевод с англ. М.Э. Юдовина.



Наши авторы, 2009.
Our authors, 2009.