

*Иванов Сергей Георгиевич,  
Карпова Галина Михайловна,  
Петриченко Даниил Николаевич,  
Поздняков Сергей Николаевич*

## ДИНАМИЧЕСКИЕ МАНИПУЛЯТОРЫ НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ

Одной из серьезных проблем внедрения информационных технологий в образование является непринятие этих технологий учителем.

Наиболее распространены два негативных случая:

- использование информационных технологий навязывается учителю администрацией;
- учитель выбирает простые технологии, не адекватные предмету, но выигрышные для демонстрации этих технологий непрофессионалам.

Хотя, как правило, второй случай является следствием первого, но зачастую и сами учителя с удовольствием используют презентационные программы, жертвуя самодеятельностью школьников. В то же время компьютерные инструменты позволяют организовать содержательную экспериментальную деятельность ученика с изучаемыми объектами, предоставить ему возможность конструировать объекты и получить объективную оценку результатов своей работы.

Авторы имеют определенный положительный опыт внедрения инструментальных средств в учебный процесс. Об этом опыте и пойдет речь в статье.

Предлагаемые материалы были созданы при совместной деятельности учителей и методистов, практикующих конструирова-

ние учебных материалов в предметной операционной среде. В качестве такой операционной среды использовалась «Живая геометрия» (The Geometer's Sketchpad) и приложение к ней JSP, позволяющее преобразовывать созданные динамические модели в формат HTML.

Совместная работа учителей и методистов-программистов была организована следующим образом.

На первом этапе преподавателям, участвующим в проекте, была прочитана лекция с демонстрацией авторских материалов «Практикума по математике – 1С» о возможных видах манипуляторов и методике их использования.

На втором этапе преподаватели в рамках методического объединения школы по-



...технология «компьютерного карандаша»...

пробовали применить предложенные материалы и оценили их с позиции собственноного опыта, целей, особенностей контингента школы.

На третьем этапе авторам-методистам были заказаны материалы, аналогичные по операционным возможностям изученным материалам, но отвечающие интересам участвующих в проекте преподавателей.

На четвертом этапе учителями были проведены уроки с использованием созданных по их заказу модификаций учебных материалов.

На пятом этапе для учителей района был организован семинар по распространению опыта, который организовали и провели учителя школы.



**Рисунок 1.**

Для изучения указанной в заголовке статьи темы учителя выбрали следующие технологии, реализованные в манипуляторах, прилагаемых на диске к журналу:

- технология «компьютерного карандаша»,
- технология сочетания «компьютерного карандаша» со средством самопроверки,
- технология «динамические модели».

## **ОПИСАНИЕ УРОКОВ**

### **УРОК № 1**

**Тема урока:** Логарифмическая функция. Свойства. График.

**Цели урока:** ввести понятие логарифмической функции, изучить ее свойства, научиться строить графики логарифмической функции.

Урок проводится с поддержкой компьютерного манипулятора «Логарифмическая функция». Этот манипулятор позволяет строить графики логарифмических функций компьютерным карандашом: если учащийся острием карандаша попадает в точку невидимого графика, то на экране появляется черная точка, если мимо – красная клякса. Программа содержит двенадцать задач (рисунок 1), на этом уроке решаются задачи № 1–7, следующего содержания:

«Двигая за кончик карандаша, постройте графики функций:

- 1)  $y = (1/2)^x$ ;      2)  $y = \log_3(x)$ ;
- 3)  $y = \log_{1/2}(x)$ ;    4)  $y = \log_3(x)$ ;
- 5)  $y = \log_{10}(x)$ ;    6)  $y = \log_{1/3}(x)$ ;
- 7)  $y = \log_{1/10}(x)$ .

При решении каждой задачи на экране сохраняется изображение графика предыдущей задачи, которое можно открыть или закрыть. При решении первой задачи на экране можно открыть изображение графика  $y = 2^x$ .

Дидактическая ценность этой программы состоит в том, что компьютерный карандаш позволяет любому учащемуся самостоятельно построить графики за сравнительно короткое время, изучить их свойства, проанализировать их взаимное расположение и сделать выводы.

**Ход урока:**

*I. Повторение.* Определение и основные свойства показательной функции. Определение логарифма числа. Устное решение примеров типа: «Вычислить логарифмы по основанию 2 следующих чисел: 1; 2; 1/16; 0; -4;  $8\sqrt{2}$ ; 15». Аналогичные задания с основанием меньшим единицы.

*II. Выполнение заданий, связанных с анализом работы с манипулятором.* Учащимся выдаются так называемые опросные листы, которые они заполняют в процессе работы. В них включены следующие пункты:

- 1) формула функции,
- 2) характер монотонности,
- 3) нули функции,
- 4) промежутки постоянного знака,
- 5) близость графика к осям по сравнению с предыдущим графиком.

Практика показывает, что эту работу лучше выполнять в парах.

*III. Обсуждение итогов работы.*

Виды графиков и свойства логарифмической функции.

Связь логарифмической функции с показательной.

Взаимное расположение графиков с разными основаниями, выполнение заданий типа: «Изобразить схематично в одной и той же системе координат графики функций  $y = \log_2 x$  и  $y = \log_3 x$ ». Аналогичное задание с основанием меньшим единицы. Обобщение.

Вывод правил сравнения логарифмов одного и того же числа с разными основаниями и сравнения логарифмов разных чисел с одним и тем же основанием. Решение примеров на эти правила.

Выработка алгоритма построения графика логарифмической функции на листе бумаги, без компьютерного карандаша.

*IV. Закрепление.* Самостоятельно построить график логарифмической функции, описать ее свойства.

Нужно обязательно проверить правильность выполнения этого задания.

*V. Домашнее задание.* Примеры аналогичные классной работе.

**УРОК № 2**

**Тема урока:** Логарифмическая функция. Свойства. График.

**Цель урока:** научиться строить графики логарифмических функций вида  $y = \log_a(kx + b)$  и графики логарифмических функций, содержащих модуль.

Урок проводится с компьютерной поддержкой, выполняются задания № 8–12.

«Двигая за кончик карандаша, постройте графики функций:

- 8)  $y = \log_2(x + 2)$ ;
- 9)  $y = \log_2(x - 2)$ ;
- 10)  $y = \log_2|x|$ ;
- 11)  $y = \log_2|x - 1|$ ;
- 12)  $y = |\log_2 x|$ .

**Ход урока:**

*I. Повторение.* Устно выполнить задание: «Дан график функции  $y = f(x)$ . Опишите расположение в системе координат и вид графика функции:

$$\begin{array}{ll} y = f(x + a); & y = f(x) + a; \\ y = f(-x); & y = -f(x); \\ y = f(|x|); & y = |f(x)|. \end{array}$$

*II. Работа с компьютерной программой.*

Выполнение заданий № 8–12. В процессе выполнения работы учащиеся показывают учителю (или его ассистентам из числа сильных учащихся) построенные графики (рисунок 2).

*III. Самостоятельное решение задач из учебника.* (Например, № 332 (1, 3, 5), № 339 (1, 3), № 333 (1, 3) из учебника «Алгебра и начала анализа» для 10–11 классов средней школы, авторы Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.

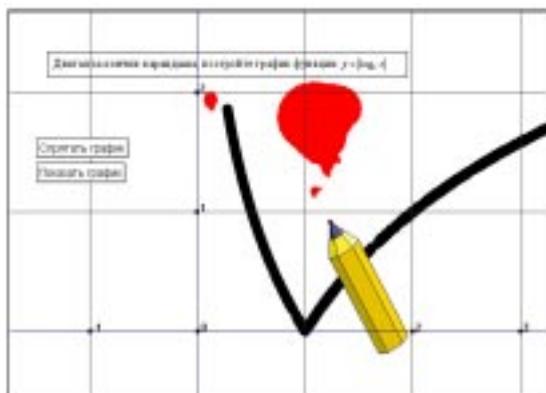


Рисунок 2.

№ 332.

Построить график функции, найти ее область определения и множество значений:

1)  $y = \log_3(x - 1)$ ; 3)  $y = 1 + \log_3 x$ ;

5)  $y = 1 + \log_3(x - 1)$ .

№ 334.

Построить график функции, найти ее область определения и множество значений, указать промежутки монотонности:

1)  $y = |\log_3 x|$ ; 3)  $y = \log_2 |3 - x|$ .

№ 333.

Решить графически уравнение:

1)  $\log_2 x = -x + 1$ ; 3)  $\lg x = \sqrt{x}$ .

Самостоятельная работа носит обучающий характер, учитель контролирует правильность выполнения заданий, и если учащиеся испытывают затруднения при построении графиков, им предлагается вернуться к компьютерной программе и еще раз выполнить аналогичное задание с помощью компьютерного карандаша.

*IV. Задание на дом: № 332 (2, 4), № 339 (2, 4), № 333 (2, 4).*

### УРОК № 3

**Тема урока:** Графическое решение иррациональных неравенств.

**Цели урока:** закрепить построение графиков функций вида  $y = \sqrt{kx + b}$  и графический метод решения неравенств.

Урок проводится с поддержкой компьютерного манипулятора «Иррациональные неравенства». В каждом сюжете на экране имеется изображение системы координат, графика рациональной функции, соответствующей одной из частей неравенства, и



*Это самостоятельная работа-тренаж, которая выполняется учащимися индивидуально ...*

набор ответов в виде числовых промежутков на числовой оси.

Учащийся, с помощью компьютерного карандаша, должен построить график функции  $y = \sqrt{kx + b}$ , соответствующий другой части неравенства. Затем выбрать промежуток (или объединение промежутков) – предполагаемый ответ, перенести его на ось  $Ox$  и проверить правильность этого варианта ответа, для этого на экране есть клавиша «Проверить ответа». Если ответ верный, то загорается зеленый огонек, если неверный – красный, и тогда нужно выполнить задание заново.

#### Ход урока:

*I. Повторение.* Повторить изображение и запись числовых промежутков, графический метод решения неравенств. Обсудить построение графика функции  $y = \sqrt{kx + b}$ .

*II. Решение примеров.* Решить неравенства графически. Например,

1)  $\sqrt{3 - x} < \sqrt{3x - 5}$ ; 2)  $\sqrt{3 + x} > |x - 3|$ .

*III. Выполнение заданий компьютерной программы.* Это самостоятельная работатренаж, которая выполняется учащимися индивидуально или в парах. В ходе ее выполнения учащиеся должны вести запись, состоящую всего из двух пунктов:

- 1) запись неравенства,
- 2) запись полученного ответа.

По окончанию работы записи сдаются на проверку учителю. Это необходимо сделать, так как манипуляторы не фиксируют количество решенных примеров.

Эта программа позволяет решить много примеров за урок и сосредоточить внимание на главном – выборе ответа, так как учащиеся освобождены от рутинной работы по построению графиков.

*IV. Итоги урока.* Запись домашнего задания.

#### КОММЕНТАРИЙ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ МАНИПУЛЯТОРОВ

Описанные уроки основаны на использовании манипуляторов, которые представляют из себя инструменты для решения неравенств графическим способом.

Учителю предлагается сравнить две функции и решить предложенное неравенство, например  $\sqrt{x+2} > x - 1$ . График функции  $f(x) = x - 1$  уже нарисован, а график функции  $g(x) = \sqrt{x+2}$  ученик должен нарисовать на координатной плоскости сам, для этого ему предлагается использовать так называемый «Волшебный карандаш» – инструмент рисования требуемых графиков. Взял за кончик карандаша, ученик может водить карандашом по плоскости. Если конец карандаша находится на графике функции, то он оставляет черный след, если же конец карандаша находится на достаточно большом удалении по вертикали от точки на графике функции с той же абсциссой, что и конец карандаша, то ставится красное пятно – клякса; и чем больше удаление, тем больше клякса (рисунок 3). Если ученик представляет себе, как выглядит график, то он нарисует его без единой кляксы.

После того как ученик нарисует график функции, он должен определить, что из себя представляет множество решений неравенства. В силу технических особенностей программного продукта, с помощью которого был сделан манипулятор, предлагаются только следующие виды множеств: отрезок, интервал, полуинтервал и их дополнения (не поддерживаются лучи и точки, а также объединения множеств). Это несколько ограничивает класс задач, но позволяет составить общее представление о решении неравенств графическим способом (рисунок 4).

Выбрав тип ответа, ученик может передвинуть промежуток данного типа к оси

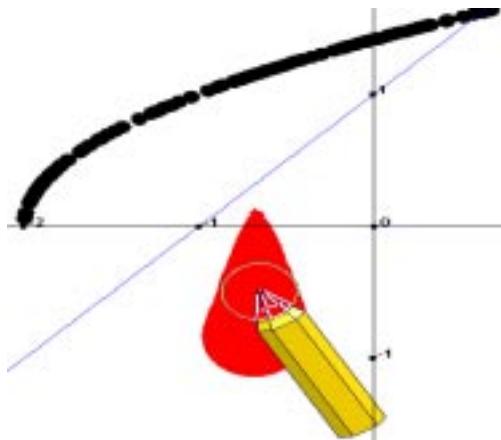


Рисунок 3.

абсцисс, двигая за правую границу промежутка. При приближении множества к оси на достаточно малое расстояние появятся вертикальные прямые, проходящие через границы промежутка. Изменять промежуток (например, отрезок) можно, двигая за его левую границу.

Задача ученика «увидеть» решение неравенства. Он должен расположить интервал нужного типа на оси и, поместив правую и левую границы в нужные точки на оси, задать координаты границ интервала, то есть определить ответ. После этого он может проверить свой ответ, нажав кнопку «Проверить ответ». Эта кнопка включает светофор, блокирующий работу с промежутками, и сигнализирует о правильности (зеленый цвет) или ошибочности (красный цвет) ответа. Для продолжения работы нужно нажать кнопку «Продолжить». Стоит отметить, что в случае определения нескольки-

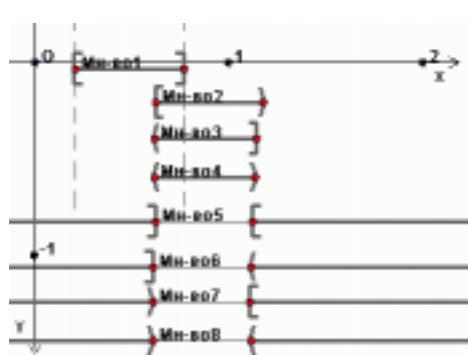


Рисунок 4.

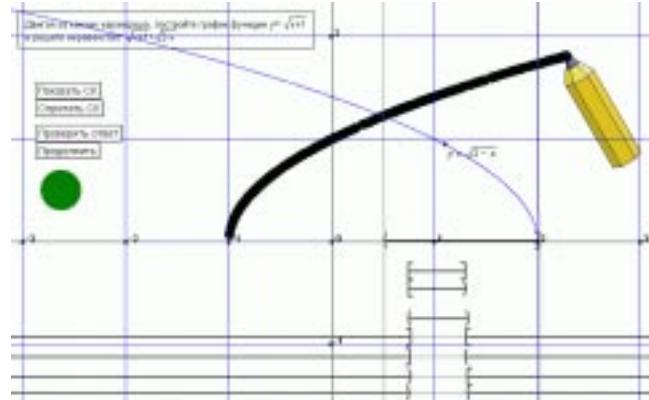


Рисунок 5.

ких типов ответов, один из которых верен, светофор будет сигнализировать о неправильности ответа (рисунок 5).

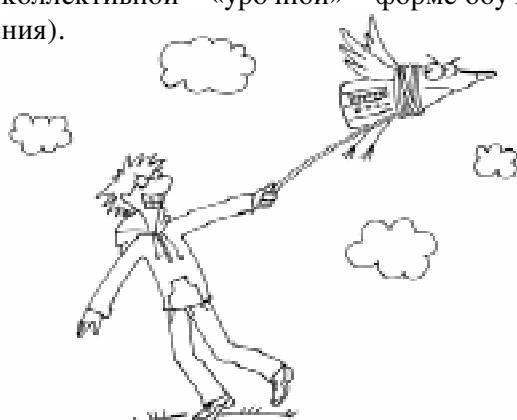
Также в манипуляторе есть возможность показать и убрать координатную решетку – кнопки «Показать СК» и »Спрятать СК».

## **ВЫВОДЫ**

Вот к каким методическим и организационным выводам пришли учителя, работая с компьютерными инструментами:

1) Работа с компьютерным инструментом – это фрагмент, этап урока; его можно использовать по-разному: при объяснении, закреплении, повторении и включать в учебный процесс в зависимости от того, реализацию каких целей в обучении учитель ставит перед собой и какую пользу он видит в использовании компьютера.

2) «Один на один» оставлять ученика с компьютерным инструментом неэффективно, процент выхода от такого общения мал, особенно у слабых учеников (речь идет о коллективной – «урочной» – форме обучения).



*«Один на один» оставлять ученика с компьютерным инструментом неэффективно.*

3) Перед учащимися ставятся четкие вопросы, даются конкретные задания и ведется обсуждение в диалоговой форме. Но лучше раздать учащимся опросные листы, листы наблюдений или протоколы урока, куда учащиеся заносят свои наблюдения и делают выводы.

Также обязательно надо обсудить на этом же уроке полученные выводы, обобщить и дать аналогичные задания для самопроверки. В случае неудачи учащиеся могут сколько угодно раз вновь обратиться к компьютерному инструменту, чтобы разглядеть то, что осталось непонятым.

Полезно несколько раз использовать одни и те же манипуляторы и для закрепления знаний, и для обучения самостоятельно анализировать информацию.

Включение компьютера в обучение разнообразит учебный процесс, даст учителю новые возможности. При организации работы с компьютером удобнее наблюдать за работой учащихся, оказывать им помощь, легче восстановить в памяти тот или иной материал, чем например, при организации самостоятельной работы с учебником.

Все задания, связанные с работой на компьютере, носят характер, не связанный с длительными вычислениями или длительным решением задачи. Это сделано сознательно.

Проблема состоит в отыскании или создании компьютерного продукта, который бы согласовывался с вашими методическими установками, был бы эффективен для обучения и развития учащихся, и, кроме того, необходимо, чтобы компьютерная программа была проста в обращении.

*Иванов Сергей Георгиевич,  
кандидат педагогических наук,  
научный сотрудник лаборатории  
продуктивного обучения ИСМО РАО,  
Карпова Галина Михайловна,  
учитель математики гимназии № 631,  
Петриченко Даниил Николаевич,  
аспирант СПбГУ,  
Поздняков Сергей Николаевич,  
профессор кафедры ВМ-2  
СпбГТЭУ (ЛЭТИ).*



**Наши авторы, 2006.  
Our authors, 2006.**