

*Андреев Николай Николаевич,
Калиниченко Михаил Александрович*

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ФИЛЬМЫ О ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ И НЕРЕШЕННЫХ ПРОБЛЕМАХ МАТЕМАТИКИ ФИЛЬМ ШЕСТОЙ. КРУГЛЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК РЕЛО*

Вступление.

Проектор с 8 миллиметровой киноплёнкой Луч-2. Именно он был в каждом доме, где сами снимали и смотрели киноэтюды...

В этом мультфильме рассказывается, как геометрическое понятие, часто изучаемое на математических кружках, находит применение в нашей повседневной жизни.

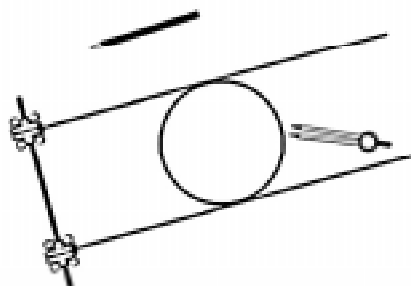
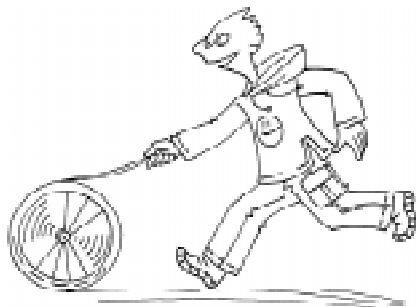


Кадр 1–2. Заголовок.

КРУГЛЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК РЕЛО

Кадр 3–10.

Колесо... Окружность. Одним из свойств окружности является ее постоянная ширина. Проведем две параллельные касательные и зафиксируем расстояние между ними. Начнем вращать. Кривая (в нашем случае окружность) постоянно касается обеих прямых. Это и есть определение того, что замкнутая кривая имеет постоянную ширину.



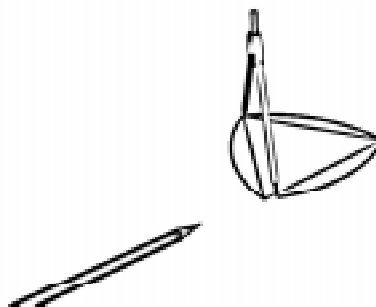
* РЕЛО (*Reuleaux*) Франц (1829–1905) – французский ученый. Впервые (1875) четко сформулировал и изложил основные вопросы структуры и кинематики механизмов; разрабатывал проблему эстетичности технических объектов.

Кадр 11.

Бывают ли кривые, отличные от окружности и имеющие постоянную ширину?

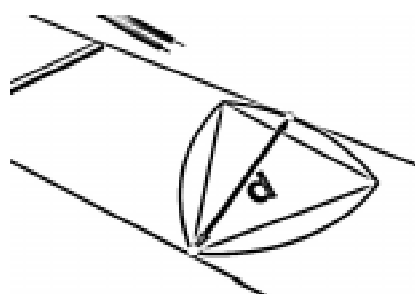
Кадр 12–20.

Рассмотрим правильный треугольник (с равными сторонами). На каждой стороне построим дугу окружности, радиусом, равным длине стороны. Эта кривая и носит имя «треугольник Рело». Оказывается, она тоже является кривой постоянной ширины.



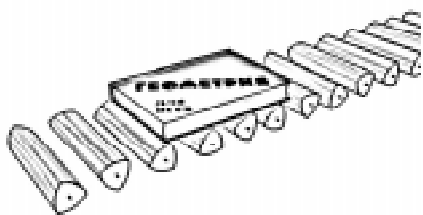
Кадр 21–28.

Как и в случае окружности, проведем две касательные, зафиксируем расстояние между ними и начнем их вращать. Треугольник Рело постоянно касается обеих прямых. Действительно, одна точка касания всегда расположена в одном из «углов» треугольника Рело, а другая на противоположной дуге окружности. Значит, ширина всегда равна радиусу окружностей, то есть длине стороны изначального правильного треугольника.



Кадр 29–31.

В житейском смысле постоянная ширина кривой означает, что если сделать катки с таким профилем, то книжка будет катиться по ним, не шелохнувшись.



Кадр 32.

Однако колесо с таким профилем сделать нельзя, так как центр такой фигуры описывает сложную линию при качении фигуры по прямой.

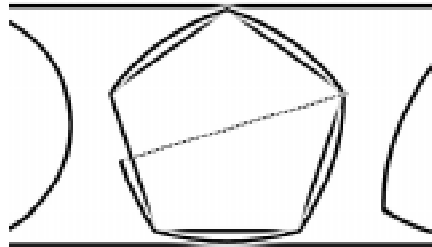


Кадр 33.

Бывают ли какие-то еще кривые постоянной ширины? Оказывается их бесконечно много.

Кадр 34–37.

На любом правильном нечетном n -угольнике можно построить кривую постоянной ширины по той же схеме, что был построен треугольник Рело. Из каждой вершины, как из центра, проводим дугу окружности через вершины противоположной стороны.



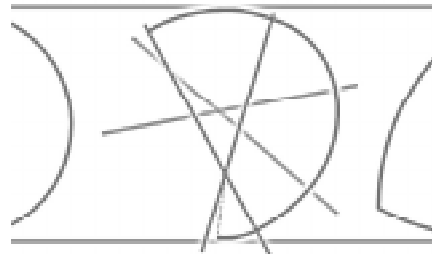
Кадр 38.

В Англии монета в 20 пенсов имеет форму кривой постоянной ширины, построенной на семиугольнике.



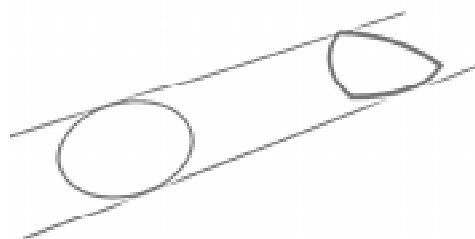
Кадр 39–46.

Рассмотренные кривые не исчерпывают весь класс кривых постоянной ширины. Оказывается, среди них бывают и несимметричные кривые. Рассмотрим произвольный набор пересекающихся прямых. Рассмотрим один из секторов. Проведем дугу окружности произвольного радиуса с центром в точке пересечения прямых, определяющих этот сектор. Возьмем соседний сектор, и с центром в точке пересечения прямых, определяющих его, проведем окружность. Радиус подбирается такой, чтобы уже нарисованный кусок кривой непрерывно продолжался. Будем так делать дальше. Оказывается, при таком построении кривая замкнется и будет иметь постоянную ширину. Докажите это!



Кадр 47–50.

Все кривые данной постоянной ширины имеют одинаковый периметр. Окружность и треугольник Рело выделяются из всего набора кривых данной ширины своими экстремальными свойствами. Окружность ограничивает максимальную площадь, а треугольник Рело – минимальную в классе кривых данной ширины.



Кадр 51.

Треугольник Рело часто изучают на математических кружках. Оказывается, что эта геометрическая фигура имеет интересные приложения в механике.

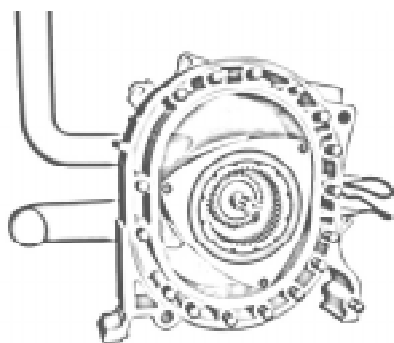
Кадр 52–54.

Смотрите, это Мазда RX-7. В отличие от большинства серийных машин, в ней (а также в модели RX-8) стоит роторный двигатель Ванкеля. Как же он устроен внутри?



Кадр 55–59.

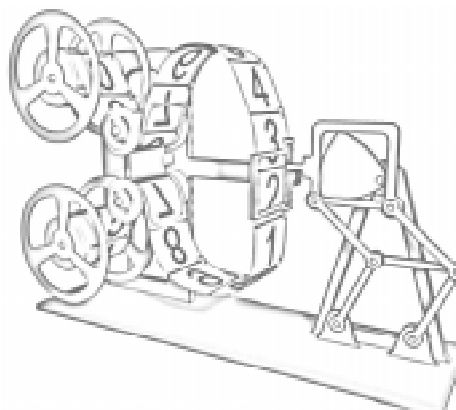
В качестве ротора используется именно треугольник Рело! Между ним и стенками образуются три камеры, каждая из которых по очереди является камерой сгорания. Вот вспрыснулась синяя бензиновая смесь, далее из-за движения ротора она сжимается, поджигается и крутит ротор. Роторный двигатель лишен некоторых недостатков поршневого аналога – здесь вращение передается сразу на ось, и не нужно использовать коленвал.



здесь вращение передается сразу на ось, и не нужно использовать коленвал.

Кадр 60–70.

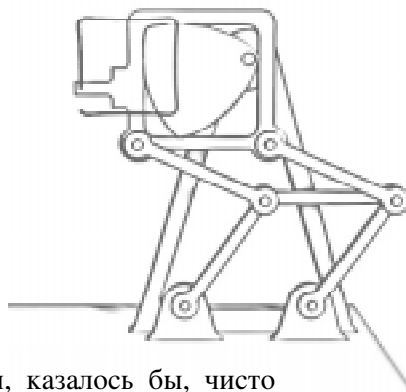
А это – рейферный механизм. Он использовался в кинопроекторах. Двигатели дают равномерное вращение оси, а, чтобы на экране было четкое изображение, пленку мимо объектива надо протянуть на один кадр, дать ей постоять, потом



опять резко протянуть, и так 18 раз в секунду. Именно эту задачу решает рейферный механизм. Он основан на треугольнике Рело, вписанном в квадрат, и двойном параллелограмме, который не дает квадрату наклоняться в стороны.

Кадр 71–75.

Действительно, так как длины противоположных сторон равны, то среднее звено при всех движениях остается параллельным основанию, а сторона квадрата всегда параллельной среднему звену. Чем ближе ось крепления к вершине треугольника Рело, тем более близкую к квадрату фигуру описывает зубчик грейфера.



Вот такие интересные применения, казалось бы, чисто математической задачи используют люди.

Кадр 76. Титры

Идея фильма: Николай Андреев.

Спасибо: Сергею Коновалову, Никите Шавельзону.

Мультипликация: Михаил Калиниченко при участии Сергея Филиппова.

*Андреев Николай Николаевич,
кандидат физ.-мат. наук,
научный сотрудник
Математического института
им. В.А. Стеклова РАН,
Калиниченко Михаил Александрович,
художник проекта.*



Наши авторы, 2005.
Our authors, 2005.