

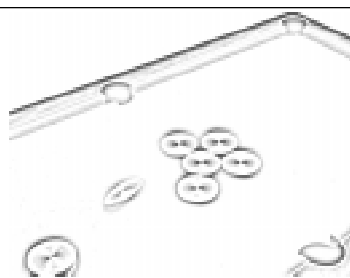
**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ФИЛЬМЫ О ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ
И НЕРЕШЕННЫХ ПРОБЛЕМАХ МАТЕМАТИКИ
ФИЛЬМ ВТОРОЙ. КОНТАКТНОЕ ЧИСЛО ШАРОВ
И СФЕРИЧЕСКИЕ КОДЫ**

Кадр 1–2. Заголовок.

**ВЫПУСК 2.
КОНТАКТНОЕ ЧИСЛО ШАРОВ И СФЕРИ-
ЧЕСКИЕ КОДЫ**

Кадр 3. Постановка задачи.

Как много одинаковых монет можно по-
ложить на стол вокруг одной такой же?



Кадр 4.

Шесть монет могут быть расположены в верши-
нах правильного шестиугольника.



Кадр 5.

Может быть можно расположить боль-
шее число монет?

Кадр 6.

Каждая монета «занимает» угол в 60° . Значит их число не превосходит $360/60 = 6$.



Кадр 7.

Найдено расположение 6 монет и показано, что больше 6 монет не могут касаться одной, того же размера.

Кадр 8.

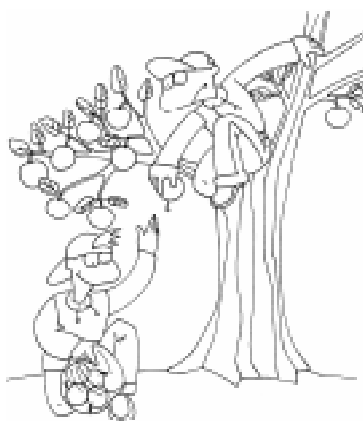
Решен плоский случай задачи о контактном числе шаров: как много одинаковых шаров могут касаться одного шара такого же размера?

Кадр 9.

В случае плоскости доказано, что контактное число равно шести. В пространстве задача оказалась намного сложнее.

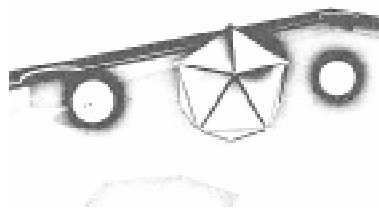
Кадр 10.

Как много одинаковых шаров можно расположить вокруг одного фиксированного?



Кадр 11.

12 шаров могут располагаться в вершинах икосаэдра.



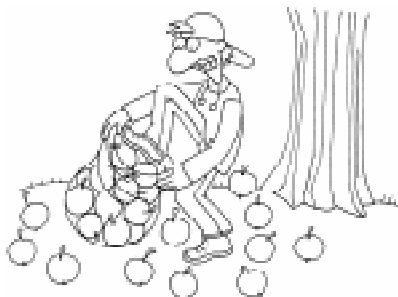
Кадр 12.

Шары даже не касаются друг друга.

Кадр 13.

Расположение шаров настолько свободно, что их можно катать по внутреннему шару.





Кадр 14.

Можно ли расположить более 12 шаров?

Этот вопрос был предметом знаменитой дискуссии, состоявшейся в 1694 году между шотландским ученым Дэвидом Грегори и Исааком Ньютоном.

Кадр 15.

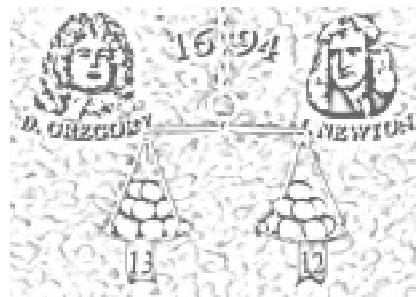
1694

И.Ньютон:

– Можно расположить 12 шаров.

Д.Грегори:

– Поверхность шара довольно большая, наверное, можно расположить 13 шаров.



Кадр 16.

Только через 200 лет появилось первое доказательство того, что контактное число шаров в трехмерном пространстве равно 12.

Кадр 17.

Задача о контактном числе шаров решена еще в 4-мерном, 8-мерном и 24-мерном пространствах.

Контактное число шаров равно соответственно 24, 240 и 196560.

Шары располагаются в вершинах минимальных векторов шахматной решетки, решеток Коркина-Золотарева и Лича.

Кадр 18.

Задача о контактном числе шаров является частным случаем задачи о сферическом коде, применяемой в технике при передаче информации на расстояния.

Кадр 19.

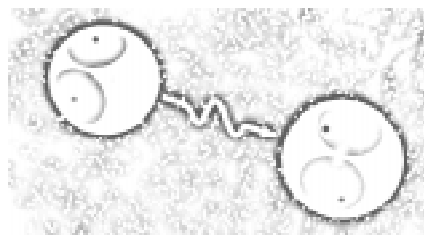
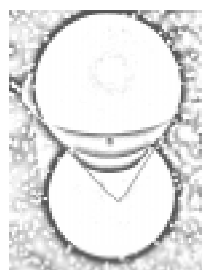
Каждому шару соответствует сферическая шапка на центральном шаре.

Кадр 20.

При передаче могут возникать искажения.

Кадр 21.

Если шапка довольно большая, то при искажениях точка всегда будет попадать внутрь нее и передаваемую точку можно однозначно восстановить, поскольку шапки не пересекаются.

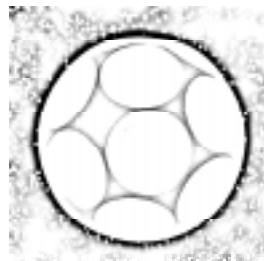


Кадр 22.

Если искажения при передаче маленькие, то можно рассматривать шапки меньшего размера. Это приводит к задаче: как много одинаковых шаров могут касаться шара другого радиуса?

Кадр 23.

Желание передавать как можно больше разной информации приводит к задаче: расположить как можно больше сферических шапок заданного размера на сфере.



Кадр 24.

Отметим, что, несмотря на прикладное значение задачи о сферическом коде, ее решение известно лишь в небольшом числе частных случаев, как в трехмерном пространстве, так и в пространствах большей размерности.

Кадр 25. Литература

Фильм основан на работах:

Дж. Конвей, Н. Слоэн. Упаковки шаров, решетки и группы // М.: Мир, 1990.

J. Leech. The problem of the thirteen spheres // *Mathematical Gazeete.* 1956. V. 40. P. 22–23.

В.И. Левенштейн. О границах для упаковок в n -мерном евклидовом пространстве // Доклады Академии Наук СССР. 1979. Т. 245. С. 1299–1303.

A.M. Odlyzko, N.J.A. Sloane. New bounds on the number of unit spheres that can touch a unit sphere in n dimensions // *Journal Comb. Theory. A.* 1979. V. 26. P. 210–214.

О.Р. Мусин. Проблема 25 шаров // *Успехи математических наук.* 2003. Т. 58. Вып. 3.

Кадр 25. Титры

Авторы фильма выражают благодарность: Владимиру Александровичу Юдину.

Идея фильма: Николай Андреев.

Компьютерная графика: Михаил Калинин.

Андреев Николай Николаевич,
кандидат физ.-мат. наук,
научный сотрудник
Математического института
им. В.А. Стеклова РАН,
Калининченко Михаил Александрович,
художник проекта.



Наши авторы, 2005.
Our authors, 2005.