

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО КУРСА «ОТКРЫТАЯ МАТЕМАТИКА 2.5. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ» НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛА АНАЛИЗА В 10 КЛАССЕ*

Внедрение интерактивной компьютерной программы «Открытая Математика 2.5. Функции и Графики» позволяет эффективно реализовать возможности новых педагогических технологий личностно-ориентированного обучения: уровневой дифференциации, Коллективных Способов Обучения, проектирования, разноуровневого обучения, модульного обучения, позволяющих создать адаптивную образовательную среду, реализующую способности и возможности каждого ученика.

Использование компьютерной программы «Открытая Математика 2.5. Функции и Графики» позволяет на различных этапах уроков организовать самостоятельную познавательную деятельность учащихся, оказывает неоценимую помощь в подготовке дидактического разноуровневого материала с использованием графиков-иллюстраций, помогает иллюстрировать решения заданий. Рассмотрим это на конкретных примерах.

УРОК ОБОБЩЕНИЯ И СИСТЕМАТИЗАЦИИ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ФУНКЦИЙ»

Урок проводится с использованием модульной технологии обучения в компьютерном классе.

Цель урока: закрепление навыка нахождения производных функций, повторе-

ние графического способа решений уравнений и неравенств; развитие навыков самообучения, самоконтроля; воспитание воли и настойчивости для достижения конечных результатов.

Ход урока

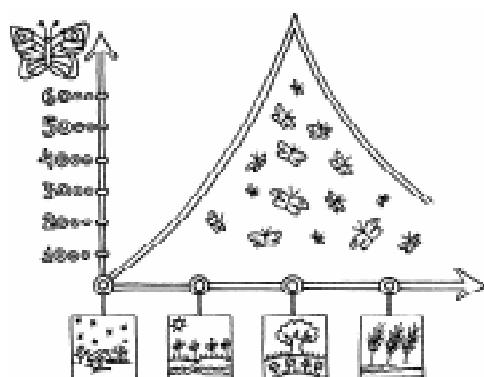
Каждый учащийся получает план-структуру урока. Задания по каждому этапу урока разноуровневые (три уровня сложности). Учащийся сам выбирает уровень сложности заданий. У рядом сидящих учеников варианты заданий разные.

Этап 1.

Цель: закрепление навыков нахождения производных функций (см. таблицу 1).

Алгоритм выполнения задания:

1. Выполните задания 1–7, проверьте правильность нахождения производных с помощью компьютерной программы «Функции и графики» модели 3.8.



* Общеобразовательный класс; используется учебник «Алгебра и начала анализа 10–11 кл.» А.Н. Колмогорова; 3 часа в неделю.

Таблица 1.

| Вариант 1. | Вариант 2. |
|--|--|
| <p>I уровень. Найти производную функций:</p> <p>1) $y = 2x^3 - x^2/2 + 4$; 2) $y = 2\cos x - 3\tg x$; 3) $y = \frac{x-3}{x+2}$; 4) $y = (2\sqrt{x} + 1)x^2$; 5) $y = (4x + 3)^2$; 6) $y = \sqrt{x^2 - x}$; 7) $y = 0,5\sin(2x)$.</p> | <p>I уровень. Найти производную функций:</p> <p>1) $y = 4x^5 - x^3/3 - 2$; 2) $y = 4\sin x - 5\ctg x$; 3) $y = \frac{x-2}{x+3}$; 4) $y = (3\sqrt{x} - 2)x^2$; 5) $y = (3x - 2)^5$; 6) $y = \sqrt{5 - x^2}$; 7) $y = 0,25\cos(4x)$.</p> |
| <p>II уровень. Найти производную функций:</p> <p>1) $y = x^4/4 - 4/x^4 + 8\sqrt{x}$; 2) $y = (x^2 + 1)\cos x$; 3) $y = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$; 4) $\sin 3x - \tg x$; 5) $y = (3x - 5)^3 + \frac{1}{(3-x)^2}$; 6) $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$; 7) $y = x^2 \cos(2x - 2)$.</p> | <p>II уровень. Найти производную функций:</p> <p>1) $y = 3/x^3 + x^3/3 - 6\sqrt{x}$; 2) $y = (4 - x^2)\sin x$; 3) $y = \frac{x^2 - 6x}{x+2}$; 4) $y = \cos 4x + \ctg x$; 5) $y = \frac{1}{(2x+7)^4}$; 6) $y = \sqrt{12 - 8x + x^2}$; 7) $y = x \sin(3x + 1)$.</p> |
| <p>III уровень. Найти производную функций:</p> <p>1) $y = (x + 1)^2(x - 1)$; 2) $y = \ctg^2 x - \cos 2x$; 3) $y = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$; 4) $\sin 3x - \tg x$; 5) $y = (3x - 5)^3 + \frac{1}{(3-x)^2}$; 6) $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$; 7) $y = x^2 \cos(2x - 2)$.</p> | <p>III уровень. Найти производную функций:</p> <p>1) $y = (x - 1)^2(x + 1)$; 2) $y = \sin(x/3) - \tg^2 x$; 3) $y = \frac{x-4}{\sqrt{x^2 - 8}}$; 4) $y = \frac{4}{x^2 \sqrt{x}} + 3x^6$; 5) $y = (2x^2 - x - 3)^6 + \cos 4x$; 6) $y = \sqrt{\tg x}$; 7) $y = 1/\sin^4(x/2)$.</p> |

Если в процессе проверки вы затрудняетесь получить правильный ответ, то воспользуйтесь моделью 3.2.

2. По окончании проверки в лист самооценки проставьте набранное количество баллов: 1 балл за каждое выполненное задание; 0,5 балла за задания, выполненные с помощью модели 3.2.

Этап 2.

Цель: закрепление навыков нахождения производной и решения уравнений графическим способом (см. таблицу 2).

Алгоритм выполнения задания.

1. Найдите производную данной функции $f(x)$. Проверьте правильность с помощью модели 3.8 (если возникают проблемы, прежде чем обращаться к учителю, воспользуйтесь моделью 3.2).

2. Постройте график функции $f'(x)$ с помощью Графера.

3. Воспользовавшись графиком, решите уравнение $f'(x) = 0$. Ответ запишите в

тетрадь. Проверьте правильность с помощью модели 2.17.

Оцените свою работу: 1 балл – решено верно самостоятельно; 0,5 балла – решено верно с помощью модели 2.17.

4. Постройте с помощью Графера на одной координатной плоскости график функции $f'(x)$ и график функции $y = x$. Воспользовавшись графиками, решите уравнение $f'(x) = x$. Ответ запишите в тетрадь. Проверьте правильность с помощью модели 2.17. Оцените свою работу: 1 балл – решено верно самостоятельно; 0,5 балла – решено верно с помощью модели 2.17.

5. Постройте с помощью Графера на одной координатной плоскости график функции $f'(x)$ и график функции $y = x^2 + a$ при $a = 0; \pm 0,1; \pm 0,2; \pm 0,3; \dots$

Сделайте вывод, при каких значениях a уравнение $f'(x) = x^2 + a$ имеет решения и сколько их. Рисунок сохраните на рабочем столе «Произв_фамилия_2». Ответ покажите учителю. Оценку за это задание

Таблица 2.

| Вариант 1. | Вариант 2. |
|--|---|
| <p>I уровень. Данна функция $f(x) = 2 - 2 \cos x$. Решить уравнения: $f'(x) = 0; f'(x) = x$. Определить сколько решений в зависимости от значения a будет иметь уравнение $f'(x) = x^2 + a$?</p> | <p>I уровень. Данна функция $f(x) = 4\sin x - x$. Решить уравнения $f'(x) = 0; f'(x) = x$. Определить сколько решений в зависимости от значения a будет иметь уравнение $f'(x) = x^2 + a$?</p> |
| <p>II уровень. Данна функция $f(x) = \cos 5x \cos 3x + \sin 5x \sin 3x - x$. Решить уравнения: $f'(x) = 0; f'(x) = x$. Определить сколько решений в зависимости от значений a будет иметь уравнение $f'(x) = x^2 + a$?</p> | <p>II уровень. Данна функция $f(x) = \sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x + 1,5x$. Решить уравнения: $f'(x) = 0; f'(x) = x$. Определить сколько решений в зависимости от значений a будет иметь уравнение $f'(x) = x^2 + a$?</p> |
| <p>III уровень. Данна функции $f(x) = \sin^2 x$. Решить уравнения: $f'(x) = 0; f'(x) = x$. Определить сколько решений в зависимости от значений a будет иметь уравнение $f'(x) = x^2 + a$?</p> | <p>III уровень. Данна функции $f(x) = \cos^2 x$. Решить уравнения: $f'(x) = 0; f'(x) = x$. Определить сколько решений в зависимости от значений a будет иметь уравнение $f'(x) = x^2 + a$?</p> |

ставит учитель: 2 балла – решено верно самостоятельно; 1 балл – решено верно с помощью учителя; 0,5 балла – построение выполнено правильно, нет вывода.

Этап 3.

Цель: закрепление навыков нахождения производной и решения неравенств графическим способом (см. таблицу 3).

Алгоритм выполнения задания.

1. Найдите производную данной функции $f(x)$. Проверьте правильность с помощью модели 3.8 (если возникают проблемы, прежде чем обращаться к учителю, воспользуйтесь моделью 3.2).

2. Постройте график функции $f'(x)$ (для уровня II – $|f'(x)|$; для уровня III – $f'(g(x))$) с помощью Графера.

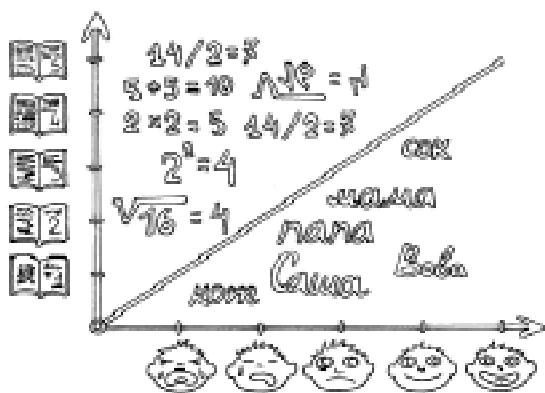
3. Воспользовавшись графиком, решите неравенство $f'(x) < 0$ ($f'(x) > 0$) (для уровня II – $|f'(x)| > 0$; для уровня III – $f'(g(x)) < 0$ ($f'(g(x)) > 0$)). Ответ запишите в тетрадь. Проверьте правильность с помощью модели 2.19.

Оцените свою работу: 1 балл – решено верно самостоятельно; 0,5 балла – решено верно с помощью модели 2.19.

4. Постройте с помощью Графера на одной координатной плоскости график функции $f'(x)$ (для уровня II – $|f'(x)|$; для уровня

Таблица 3.

| Вариант 1. | Вариант 2. |
|---|---|
| <p>I уровень. Данна функция $f(x) = 8x - x^2 - x^3/3$. Решить неравенства: 1) $f'(x) < 0$; 2) $f'(x) < x$; 3) $f'(x) < x + a$.</p> | <p>I уровень. Данна функция $f(x) = x^3/6 + x^2 - 6x$. Решить неравенства: 1) $f'(x) > 0$; 2) $f'(x) > x$; 3) $f'(x) > x + a$.</p> |
| <p>II уровень. Данна функция $f(x) = x^4 - 4x^2$. Решить неравенства: 1) $f'(x) < 0$; 2) $f'(x) < x$; 3) $f'(x) < x + a$.</p> | <p>II уровень. Данна функция $f(x) = 9x - x^3$. Решить неравенства: 1) $f'(x) > 0$; 2) $f'(x) > x$; 3) $f'(x) > x + a$.</p> |
| <p>III уровень. Даны функции $f(x) = x^4 - 4x^2$; $g(x) = \sqrt{x}$. Решить неравенства: 1) $f'(g(x)) < 0$; 2) $f'(g(x)) < x$; 3) $f'(g(x)) < x + a$.</p> | <p>III уровень. Даны функции $f(x) = x^2 - x$; $g(x) = 1/x$. Решить неравенства: 1) $f'(g(x)) > 0$; 2) $f'(g(x)) > x$; 3) $f'(g(x)) > x + a$.</p> |



III – $f'(g(x))$) и график функции $y = x$. Воспользовавшись графиками, решите неравенство $f'(x) < x$ ($f'(x) > x$) (для уровня II – $|f'(x)| < x$ ($|f'(x)| > x$); для уровня III – $f'(g(x)) < x$ ($f'(g(x)) > x$)). Ответ запишите в тетрадь. Проверьте правильность с помощью модели 2.19. Оцените свою работу: 1 балл – решено верно самостоятельно; 0,5 балла – решено верно с помощью модели 2.19.

5. Постройте с помощью Графера на одной координатной плоскости график функции $f'(x)$ (для уровня II – $|f'(x)|$; для уровня III – $f'(g(x))$) и график функции $y = x + a$ при $a = 0; \pm 0,1; \pm 0,2; \pm 0,3; \pm 0,4; \dots$

Сделайте вывод, при каких значениях a неравенство $f'(x) < x + a$ ($f'(x) > x + a$) (для уровня II – $|f'(x)| < x + a$ ($|f'(x)| > x + a$); для уровня III – $f'(g(x)) < x + a$ ($f'(g(x)) > x + a$)) имеет решение. Рисунок сохраните на рабочем столе «Произв_фамилия_3». Ответ покажите учителю. Оценку за это задание ставит учитель: 2 балла – решено верно самостоятельно; 1 балл – решено верно с помощью учителя; 0,5 балла – построение выполнено правильно, нет вывода.

Этап 4.

Цель: подведение итогов.

Подсчитайте итоговое количество баллов за урок. Поставьте оценку в оценочный лист (см. таблицу 4) в соответствии с таблицей и запишите домашнее задание.

Эффективно использование программы также при проведении уроков в кабинете, имеющем только один компьютер и мультимедийный проектор. Рассмотрим это на примере изучения темы «Касательная к графику функции». В этом случае можно использовать программу с целью закрепления наглядных образов касательной. Применяя модель 3.2, можно иллюстрировать

Таблица 4. Оценочный лист.

| Фамилия | | | | | | | | Кто оценивает | Кол-во баллов итого | | | | | |
|--|----------------|----------------|----------------------|-----|-----|-----|-----|--------------------------------------|---------------------|--|--|--|--|--|
| Этапы | № 1 | № 2 | № 3 | № 4 | № 5 | № 6 | № 7 | | | | | | | |
| Э 1 | | | | | | | | Самооценка | | | | | | |
| Э 2 | 1) $f'(x) = 0$ | 2) $f'(x) = x$ | 3) $f'(x) = x^2 + a$ | | | | | Самооценка (№1; 2) Учитель (№ 3) | | | | | | |
| Э 3 | № 1 | № 2 | № 3 | | | | | Самооценка (№ 1; 2) Учитель (№ 3) | | | | | | |
| Итого: сумма результатов Э 1; Э 2; Э 3 | | | | | | | | | | | | | | |
| Оценка | | | | | | | | | | | | | | |

| Оценка | «5» | «4» | «3» | «2» |
|-------------------|---|---|---|--|
| Количество баллов | От 13 и более | От 9 баллов до 13 баллов | От 5 баллов до 9 баллов | Менее 5 баллов |
| Домашнее задание | По д/м (№ 2 в списке литературы) стр. 68, № 156–58; № 164–165 | По д/м стр. 68 № 148–154 (в, г); № 154–159 (в, г) | По д/м стр. 68 № 148–154 (а, б); № 159–160 (а, б) | Уч. стр. 112, пример 1. Стр. 114, пример 2. Стр. 117, пример 2, 3. По д/м стр. 68 № 148–154 (а, б); № 159–160 (а, б) |

решения заданий из учебника № 255а, а также при выполнении заданий типа:

1. Составить уравнение касательной к графику функции в данной точке:

a) $f(x) = 2x^2 + 1/3x^3$; $M(-3; 9)$;

b) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$; $x_0 = 2$.

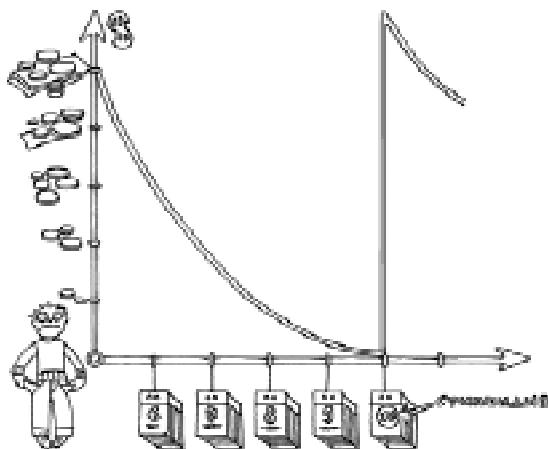
2. На графике функции $f(x)$ найдите точку, в которой касательная к графику $f(x)$ наклонена к оси абсцисс под углом 45° , если $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

3. Прямая $y = a - x$ является касательной к графику функции $f(x) = 4/x$. При каких значениях a это возможно?

Для иллюстрации задания 1 используется модель 3.2, для заданий 2–3 используется Графер.

Благодаря возможностям Графера, учитель может сам готовить графические иллюстрации для последующей работы с ними в классе, например, по графику функции $y = f(x)$ с заданной касательной в точке с абсциссой x_0 найти значение производной в точке x_0 (см. рисунки 1; 2).

Анализируя задания ЕГЭ по теме «Функции и графики», можно сделать вывод, что там при выполнении заданий учащийся должен уметь применять в одних случаях аналитический метод решения, в других умение «читать» свойства функций, заданных своими графиками. Поэтому при проведении итогового повторения по теме «Функции и графики» важно строить уроки так, чтобы они способствовали развитию навыков чтения графиков и построе-



ния графиков функций, с использованием схемы исследования функций.

Рассмотрим один из вариантов проведения такого урока в компьютерном классе. Урок построен по методу взаимоконтроля партнеров.

При подготовке к уроку учителем готовятся карточки, разноуровневые по содержанию. Нечетные номера вариантов имеют в карточках первое задание на чтение графика, второе на исследование графика с помощью производной. Четные номера вариантов, наоборот, имеют первое задание на исследование функции и построение графика с помощью производной, второе задание на чтение графика. При этом обязательно среди четных и нечетных вариантов имеются пары, в которых функции заданы одинаковыми формулами. Например: вариант № 1 и вариант № 2 образуют пару.

Учащиеся, имеющие первые задания на чтение графика, садятся за компьютеры

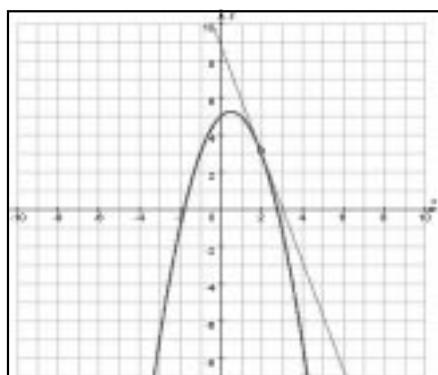


Рисунок 1.

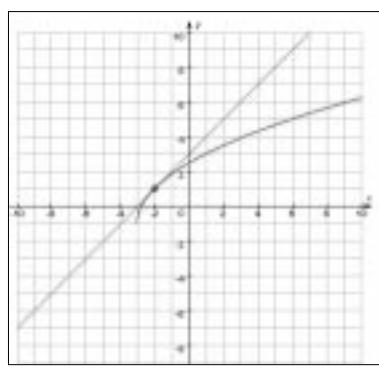


Рисунок 2.

и, используя Графер в программе «Открытая Математика 2.5. Функции и Графики», строят график заданной функции и отвечают на вопросы по графику в соответствии со схемой исследования функций. При этом, если они затрудняются при ответе на вопросы, то могут рассмотреть задания на модели 1.9, почитать теорию в параграфах: 1.32–1.38. Выполнив первое задание полностью, ученик ищет в классе партнера – ученика, у которого задана та же функция, но задание выполняется обратное: сначала исследуется функция, затем строится график. Так как функции у партнеров одинаковые, то свойства функций и графики должны совпадать. Обмениваясь ответами, учащиеся проверяют свою работу. Если возникают вопросы, то они обращаются к учителю.

После проверки каждый выставляет в оценочный лист своему партнеру оценку по следующим критериям: «5» – все правильно, одна неточность; «4» – одна ошибка, два недочета; «3» – две–три ошибки; «2» – более трех ошибок.

Затем учащиеся переходят к второму заданию (схема работы аналогична).

На рисунке 3 приведены примеры карточек-заданий: I уровень – карточки № 1, 2, 7, 8; II уровень – карточки № 3, 4, 9, 10; III уровень – карточки № 5, 6, 11, 12.

По окончании урока каждый учащийся получает оценку. Все работают в индивидуальном темпе, в режиме самоконтроля, коррекции знаний, консультирования.

Применение аналитических способов решения совместно с компьютерным моделированием способствует усвоению изучаемого материала, так как при этом работают моторная и визуальная виды памяти.

Если у учителя нет возможности проведения такого урока в компьютерном классе, то, готовя карточки-задания, он включает туда графики функций, построенные с помощью компьютера, для чтения свойств этих функций. Тогда карточки имеют вид как на рисунке 4.

Для организации проектной и исследовательской деятельности учащихся Графер дает новые возможности, а именно возможность построения графиков в полярных координатах и построения кривых, заданных параметрическими уравнениями. Учащимся можно предложить следующие задания:

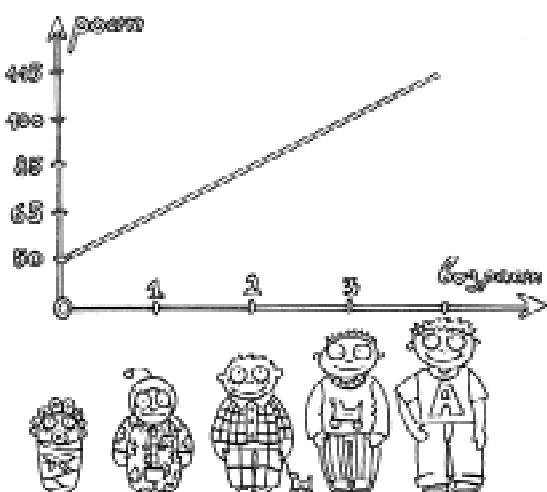
1) построить в полярных координатах график функции $r = a + \sin 3\varphi$, исследовать изменения вида и свойств полученных графиков в зависимости от a ;

2) построить в полярных координатах график функции $r = a + \sin(m\varphi/n)$, исследовать изменения вида и свойств полученных графиков в зависимости от a и от значений m/n ;

3) построить в декартовых координатах кривые, заданные параметрическими уравнениями: $x = \sin mt$; $y = \sin(mt + k)$. Описать свойства полученных кривых.

Программа «Открытая Математика 2.5. Функции и Графики» дает возможность рассматривать сложный материал поэтапно, имеется возможность вернуться не только к текущему материалу, но и повторить предыдущую тему. При закреплении можно повторить материал, вызывающий затруднения у учащихся. Использование моделей способствует повышению интереса учащихся к изучаемой теме.

Обучение носит диалоговый характер, в который учитель в любой момент может внести необходимые корректизы. На занятиях оптимально сочетаются индивидуальная, парная и групповая формы работы. Ученики находятся в состоянии психологического комфорта при общении с компьютером.



Карточка № 1.

1. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = x^3 - 4x^2 + 3$.

Карточка № 2.

1. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = x^3 - 4x^2 + 3$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$.

Карточка № 3.

1. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = 0,5x^2 - 0,2x^5$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = (x - 1)\sqrt{x}$.

Карточка № 4.

1. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = (x - 1)\sqrt{x}$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $0,5x^2 - 0,2x^5$.

Карточка № 5.

1. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = \sin x - \cos x + x$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = (x^2 - 1)^2$.

Карточка № 6.

1. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = (x^2 - 1)^2$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = \sin x - \cos x + x$.

Карточка № 7.

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = x^3 - 3x$.

2. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.

Карточка № 8.

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.

2. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = x^3 - 3x$.

Карточка № 9.

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = x(x - 1)^2$.

2. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

Карточка № 10.

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

2. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = x(x - 1)^2$.

Карточка № 11.

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$.

2. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = 2 \sin x - \cos 2x$.

Карточка № 12.

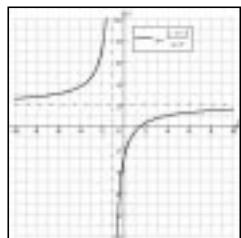
1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = 2 \sin x - \cos 2x$.

2. С помощью компьютерной программы Графер постройте график данной функции и, используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$.

Рисунок 3.

Карточка № 1.

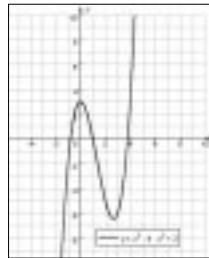
1. Используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$.



2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = x^3 - 4x^2 + 3$.

Карточка № 2.

1. Используя график, проведите исследование свойств функции по общей схеме: $y = x^3 - 4x^2 + 3$.



2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$.

Рисунок 4.

Создание условий для внедрения новых информационных технологий обучения в систему образования школы способствует тому, что педагогический процесс развивает познавательные способности, активность и самостоятельность учащихся, повышает интерес к овладению научными знаниями и методами научно-познавательной деятельности.

Таким образом, внедрение компьютерного курса в учебный процесс рассматривается мною:

- как источник дополнительной информации по предмету,
- как способ самообразования учителя и учащихся,
- как возможность реализации личностно-ориентированного подхода в обучении.

Литература

1. Ерикова А.П., Голобородько В.В. Самостоятельные работы по алгебре и началам анализа для 10–11 классов. М.: Илекса, 2002. 173 с.
2. Мерзляк А.Г. и др. Сборник задач и контрольных работ по алгебре и началам анализа для 10 класса. М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2002. 128 с.
3. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа для 10–11 классов. М., 1999.
4. Доморяд А.П. Математические игры и развлечения. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961. С. 148–169.



Наши авторы, 2004.
Our authors, 2004.

Адррова Ирина Анатольевна,
учитель математики ГОУ средней
общеобразовательной школы № 37
Западного округа г. Москвы.