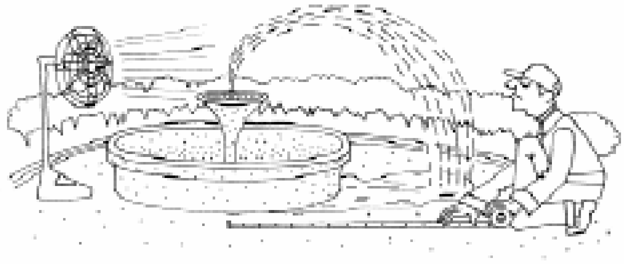
Кондратьев Александр Сергеевич,
Финагин Андрей Алексеевич

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В РАМКАХ ШКОЛЬНОГО КУРСА ФИЗИКИ

Развитию новых информационных технологий в обучении в последнее время уделяется значительное внимание в учебно-методической литературе. Большая работа в этом направлении проводится на кафедре методики обучения физике Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. Тем не менее, обилие работ, посвященных использованию компьютерного моделирования и других информационных технологий в обучении, не охватывает темы применения вычислительного эксперимента при изучении физики в средней школе.

Понимая вычислительный эксперимент в узком смысле как создание и изучение математических моделей исследуемого объекта с помощью вычислительных средств, можно выделить в качестве основы триаду «модель – алгоритм – программа». А.А. Самарский определяет вычислительный эксперимент как «метод изучения устройств или физических процессов с помощью математического моделирования, который предполагает, что вслед за построением математической модели проводится ее численное исследование, позволяющее «проиграть» поведение исследуемого объекта в различных условиях или в различных модификациях». Придерживаясь его взглядов, можно сказать, что вычислительный эксперимент по существу является новой интегрирующей технологией приобретения знаний, основанной на более тесной координации экспериментальных и теоретических исследований. При этом сочетание и сбалансированное использование всех известных методов исследования, включая методы обработки и интерпретации данных натурного эксперимента, теоретические представления, методы современного математического анализа и программирования на базе единого рабочего цикла существенным образом повышают эффективность исследований.

Необходимость применения вычислительного эксперимента при изучении физики в школе определяется прежде всего тем, что этот метод является мощным средством анализа и синтеза сложных объектов, позволяющим прогнозировать течение процессов в условиях, в которых эксперименты пока либо не проводились (например, из-за того, что исследование требует много времени и средств), либо вообще невозможны (например, по этическим сооб-



...проводится ... численное исследование, позволяющее «проиграть» поведение исследуемого объекта в различных условиях...

Но настроение прохожих портится, когда ... огромное количество капель воды падает не в фонтан, а на них.

ражениям). К тому же он является универсальным методом исследования, позволяющим изучать не только процессы физической природы, но и различные явления, наблюдаемые в других областях знаний (например, в биологии и экономике).

Построение и исследование математических моделей в цикле вычислительного эксперимента происходит за счет постепенного уточнения (наполнения) модели. Уточнение модели осуществляется за счет усложнения как геометрической модели исследуемого объекта, так и фундаментальной модели (например, учитываются в определяющих уравнениях дополнительные факторы). Уточнение происходит до тех пор, пока данные по модели не согласуются с экспериментальными данными. Дальнейшее усложнение (именно усложнение, а не уточнение) модели никакого методологического смысла не имеет.

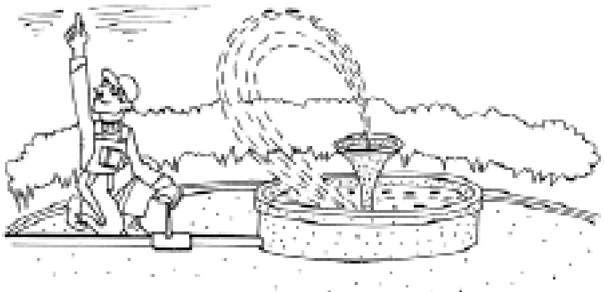
Таким образом, метод вычислительного эксперимента может быть использован при рассмотрении физических задач школьного курса физики (как правило, максимально упрощенных) с поэтапным увеличением количества рассматриваемых свойств физической системы. Это позволит выстроить определенную иерархию моделей, которая будет сводиться к дополнительному (аддитивному) учету новых факторов.

При этом важно подчеркнуть, что решаемые задачи обязательно должны быть «школьными», чтобы учащиеся ощущали сложность реальных природных процессов, но видели бы и необходимость их упрощения. Необходимо показать им, что нет «настоящей» и «школьной» физики, а есть лишь разные уровни детализации изучаемого явления. Важно также показать, что необходимость в проведении вычислительного эксперимента вызвана нестандартным поведением физического объекта на практике. Часто неучет некоторых свойств системы может привести к сбоям в работе системы или даже катастрофе. Продемонстрируем выше сказанное на примере школьной задачи «о полете тела под углом к горизонту».

Почти в каждом большом городе есть фонтаны, и горожане с удовольствием наслаждаются их видом. Но настроение прохожих портится, когда во время сильных порывов ветра огромное количество капель воды падает не в фонтан, а на них. К тому же, есть опасность, что через некоторое время будут наблюдаться перебои в работе фонтана, как произошло с одним из фонтанов, открытым к 300-летию Санкт-Петербурга в Выборгском районе. Дело в том, что работа фонтана подразумевала использование воды накопившейся в нем, но из-за сильного ветра вода проливалась мимо. Этих проблем можно было избежать, регулируя подачу воды в фонтан.

Предположим, что имеется декоративный фонтан на большой площади, окруженной зданиями (радиус резервуара фонтана R = 30 м). Поток воды в фонтане управляется механизмом, связанным с анемометром (измеряет скорость ветра и его направление), расположенным на крыше ближайшего здания. Цель этого управления заключается в том, чтобы обеспечить приемлемый баланс между привлекательностью зрелища и количеством брызг попавших на прохожих: в случае сильного порыва ветра высота водяной струи понижается, а значит, меньше капель распыляется вне области фонтана.

Проблема состоит в том, чтобы определить закон по которому, используя данные анемометра, можно было бы регулиро-



... определить закон по которому... можно было бы регулировать водный поток от фонтана в зависимости от направления и скорости ветра.

вать водный поток от фонтана в зависимости от направления и скорости ветра. Для решения данной задачи построим простейшую модель явления, основываясь на следующих предположениях:

1. Каждая капля струи рассматривается как небольшое твердое тело сферической формы. Другими словами, мы предполагаем, что струя представляет собой поток мелких частиц массой m. Причем, эти частицы вылетают строго из центра сопла фонтана под некоторым углом к горизонту с одинаковой начальной скоростью.

2. Скорость ветра всегда направлена по горизонтали, то есть третья компонента скорости ветра равна нулю. На протяжении всего времени полета капли (с момента выброса из сопла до момента падения на поверхность земли) модуль и направление скорости ветра остаются постоянными.

3. Во время падения капли на нее действуют только две силы – сила тяжести и сила сопротивления. Предполагаем, что последняя сила равна $-k\cdot(\vec{v}-\vec{w})$, где $\vec{v}$ – скорость капли, $\vec{w}$ – скорость ветра, k – коэффициент сопротивления. Отношение $k/m=0{,}3$ (разумно выбирать значения в пределах от 0,2 до 0,4).

4. Рассматривается только простейший случай, когда у фонтана имеется только одно сопло, которое находится на уровне поверхности земли.

5. Предполагается, что имеется автоматическое устройство, чтобы регулировать скорость выброса воды (согласно значению некоторого параметра).

6. Рассматриваются две модели: «вертикальная» модель (начальная скорость капли направлена вертикально вверх) и «общая» модель (заданы три угла, образованные направлением скорости и осями координат). Конечно же, «общая» модель сложнее, поэтому рассмотрим сначала «вертикальную» модель и решим поставленную задачу в этом случае. Наши алгоритмы, построенные для упрощенной модели, можно будет применить для «общей» модели.

Выберем систему координат с началом отсчета в центре сопла фонтана, причем ось Oz направим вертикально вверх. В выбранной системе координат, компоненты скорости капли равны: $v_x = v\cdot\cos(a)$, $v_y = v\cdot\cos(b)$, $v_z = v\cdot\cos(c)$, где a, b, c – углы, образованные вектором скорости капли и соответствующими осями координат (очевидно, что $cos^2(a)+\cos^2(b)+\cos^2(c)=1$). Компоненты же скорости ветра равны: $w_x = w\cdot\cos(q)$ и $w_y = w\cdot\sin(q)$, где q – угол, образованный вектором скорости ветра и осью Ox.

В выбранной системе координат, дифференциальные уравнения, описывающие полет капли, принимают для «общей» модели следующий вид:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) = -\frac{k}{m}\cdot\left(\frac{d}{dt}x(t) - w\cdot\cos(q)\right),$$

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) = -\frac{k}{m}\cdot\left(\frac{d}{dt}y(t) - w\cdot\sin(q)\right),$$

$$\frac{d^2}{dt^2}z(t) = -\frac{k}{m}\cdot\left(\frac{d}{dt}z(t) - g\right),$$

$$x(0) = 0,$$

$$y(0) = 0, \qquad (1)$$

$$z(0) = 0,$$

$$x'(0) = v\cdot\cos(a),$$

$$y'(0) = v\cdot\cos(b),$$

$$z'(0) = v\cdot\cos(c).$$

В случае «вертикальной» модели система уравнений заметно упрощается и принимает вид:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) = -\frac{k}{m}\cdot\left(\frac{d}{dt}x(t) - w\right),$$

$$\frac{d^2}{dt^2}z(t) = -\frac{k}{m}\cdot\left(\frac{d}{dt}z(t) - g\right),$$

$x(0) = 0,$ (2)

$y(0) = 0,$

$z(0) = 0,$

$x'(0) = 0,$

$y'(0) = 0.$

Если систему уравнений (1) легко получить самостоятельно, то система уравнений (2) требует некоторого пояснения. Во-первых, в случае вертикально направленной начальной скорости капли $\cos(a) = \cos(b) = 0$. Во-вторых, выбираем направление ветра как положительное направление оси Ox. Почему именно это направление? Для решения задачи необходимо знать расстояние от сопла фонтана до места падения капли, отсчитываемое в направлении ветра, точнее требуется ее наибольшее удаление (в случае совпадения направления начальной скорости и направления скорости ветра). Таким образом, упрощенная математическая модель (2) позволяет найти это расстояние, которое является важной информацией для нас, так как именно оно и будет тем параметром, который будет управлять напором воды.

С помощью доступной компьютерной техники проводим вычислительный эксперимент – расчет на основании уравнений модели и построение графиков движения. По полученным данным можно найти интересующие нас параметры: максимальное удаление капли от сопла фонтана, форму и площадь поверхности, «орошаемой» водой и т. д. Результаты расчета в математической среде Mathcad приведены в таблицах.

Из таблицы 1 видно, что при очень

Таблица 1. **Расстояние от сопла фонтана до места падения капли на землю r (м) при фиксированном направлении ветра ($q = 0$) и вертикальной струе ($a = \frac{\pi}{2}$, $b = \frac{\pi}{2}$)**

скорость ветра	начальная скорость капли								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
1	0,13	0,44	0,85	1,32	1,83	2,36	2,91	3,46	4,01
2	0,26	0,87	1,7	2,64	3,66	4,73	5,82	6,92	8,03
3	0,39	1,31	2,55	3,96	5,49	7,09	8,72	10,38	12,04
4	0,52	1,75	3,4	5,29	7,33	9,45	11,63	13,84	16,05
5	0,65	2,19	4,24	6,61	9,16	11,82	14,54	17,3	20,07
6	0,77	2,62	5,09	7,93	10,99	14,18	17,45	20,75	24,08
7	0,9	3,06	5,94	9,25	12,82	16,54	20,35	24,21	28,1
8	1,03	3,5	6,79	10,57	14,65	18,91	23,26	27,67	32,11
9	1,16	3,93	7,64	11,89	16,48	21,27	26,17	31,13	36,12
10	1,29	4,37	8,49	13,21	18,31	23,63	29,08	34,59	40,14
11	1,42	4,81	9,33	14,54	20,15	25,99	31,98	38,05	44,15
12	1,55	5,24	10,18	15,86	21,98	28,36	34,9	41,51	48,16
13	1,68	5,68	11,03	17,18	23,81	30,72	37,8	44,97	52,18
14	1,81	6,12	11,88	18,5	25,64	33,08	40,71	48,43	56,19
15	1,93	6,55	12,73	19,82	27,47	35,45	43,62	51,89	60,2

... можно найти интересующие нас параметры: максимальное удаление капли от сопла фонтана, форму и площадь «орошаемой» поверхности...

Таблица 2. **Дальность полета капли в отсутствие ветра r (м) при фиксированном направлении струи** ($a = \dfrac{\pi}{2{,}25}$, $b = \dfrac{\pi}{2{,}25}$)

		дальность полета
нач. скорость капли	5	1,01
	10	3,43
	15	6,69
	20	10,45
	25	14,51
	30	18,76
	35	23,11
	40	27,53

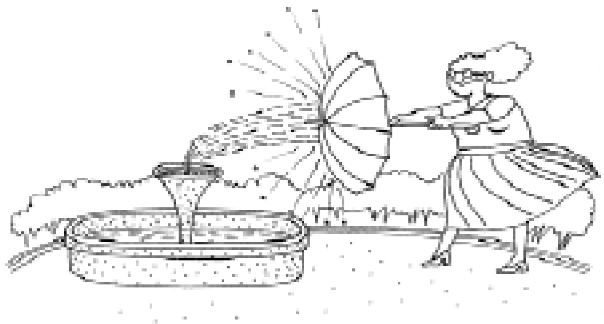
сильном ветре капли покидают резервуар фонтана ($r > R$), но, регулируя скорость подачи воды, можно обеспечить нормальную работу фонтана.

Анализируя результаты, представленные в таблицах 2 и 3, можно сделать следующие выводы:

1) учет наличия ветра приводит к значительному изменению дальности полета капли;

2) максимальная дальность полета капли наблюдается при совпадении направления ветра с направлением струи.

Следует отметить положительные стороны построенных моделей рассматриваемого явления: во-первых, вычислительный эксперимент позволяет сделать вывод о том, что рассматриваемые математические модели достаточно хороши для описания движения капель воды в реальной ситуации. Во-вторых, полученные результаты с определенной погрешностью согласуются с экспериментальными данными. В-третьих, для построения моделей используются физические закономерности, известные учащимся средней школы, а математическая запись этих закономерностей по возможности максимально упрощается.

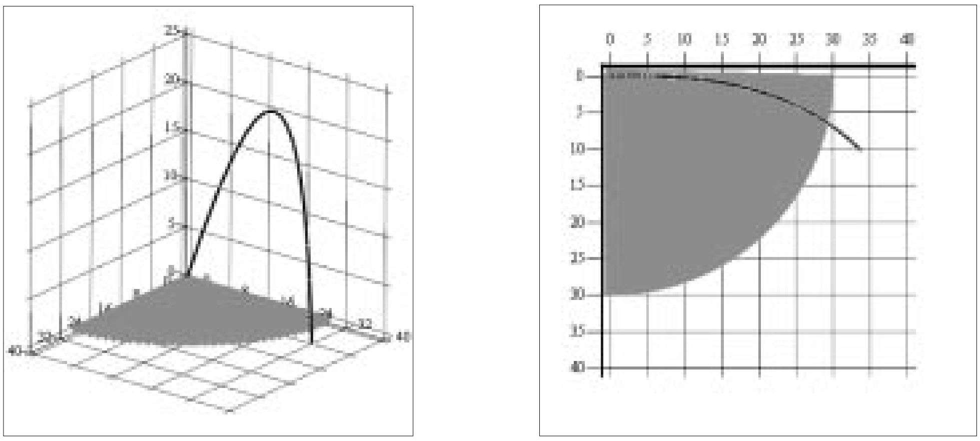


...регулируя скорость подачи воды, можно обеспечить нормальную работу фонтана.

Таблица 3. **Расстояние от сопла фонтана до места падения капли на землю r (м) при фиксированной величине скорости ветра** $w = 5$ м/с) **и фиксированном направлении струи** ($a = \dfrac{\pi}{2{,}25}$, $b = \dfrac{\pi}{2{,}25}$)

		направление ветра (q)							
		0	45	90	135	180	225	270	315
нач. скорость капли	5	1,5	1,62	1,5	1,18	0,72	0,4	0,72	1,18
	10	5,11	5,51	5,11	4,01	2,45	1,36	2,45	4,01
	15	9,96	10,73	9,96	7,81	4,78	2,65	4,78	7,81
	20	15,16	16,75	15,16	12,2	7,47	4,14	7,47	12,2
	25	21,61	23,27	21,61	16,95	10,37	5,75	10,37	16,95
	30	27,93	30,08	27,93	21,91	13,41	7,44	13,41	21,91
	35	34,42	37,07	34,42	27	16,52	9,16	16,52	27
	40	41	44,15	41	32,16	19,68	10,92	19,68	32,16

К недостаткам моделей можно отнести следующее: мы рассматриваем каплю как твердую частицу, что не совсем верно; в реальной ситуации площадь поперечного сечения сопла фонтана больше размеров капли, поэтому капли воды не могут иметь одинаковые размеры; модели не учитывают возможность изменения скорости ветра за время падения капли на поверхность земли.



(x, y, z), (xx, yy, zz)   (x, y, z), (xx, yy, zz)

Рисунок 1. Графическая иллюстрация одного из решений в среде Mathcad.

Кондратьев Александр Сергеевич,
академик РАО, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой методики обучения физике РГПУ им. А.И. Герцена,

Финагин Андрей Алексеевич,
аспирант кафедры методики обучения физике РГПУ им. А.И. Герцена,
учитель физики физико-математического лицея № 239.