

*Совертков Петр Игнатьевич,
Нурулин Андрей Салихзянович*

РАЗВИТИЕ И ОЦЕНКА ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Логическому мышлению в обучении и развитии уделяется большое внимание [1–4, 7, 8]. Особое значение умению проявить логическое мышление в новой ситуации придают тесты определения интеллектуального развития. В психологических тестах нужно осуществить выбор решения на основе логических рассуждений. Ранее для тестов использовались три логических операции: дизъюнкция, конъюнкция и сложение по модулю два. Для ответа в тесте названия логических функций не обязательно знать, но если отвечающий знает эти функции, то выбор осуществляется более целенаправленно. Проанализировав различные тесты, мы расширили диапазон функций для психологических тестов, автоматизировали процесс тестирования и, привлекая компьютер для тестирования, сделали процесс тестирования более привлекательным.

В статье [5] выявлены математические основы для составления матричных тестов. Существует десять логических функций, которые удовлетворяют условию коммутативности и могут быть использованы в логических тестах. На этой основе нами разработана программа, которая позволяет проводить тренинг логического мышления, а также позволяет оценить в автоматическом режиме умение применять логические операции. Диапазон применения логического мышления широк. Мы отчетливо представляем, что охватить все направления невозможно, но продвижение в одном из направлений может существенно помочь в развитии логического мышления. Разработка средств тиражирования матричных тестов

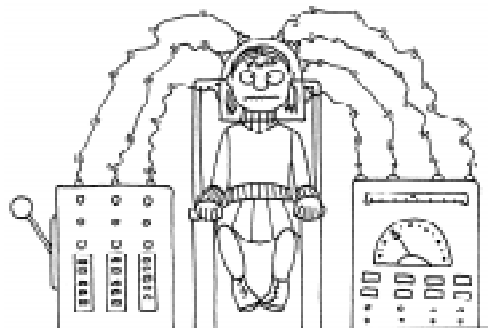
осуществляется на основе логических функций средствами Delphi. Для автоматизации тиражирования матричных тестов на основе логических функций было создано программное средство со следующим набором функций:

1. Формирование матричных тестов на основе логических функций.
2. Визуализации матриц 3×3 (третьего порядка).
3. Оценка результатов тестирования.
4. Ведение журнала о ходе обучения и тестирования.

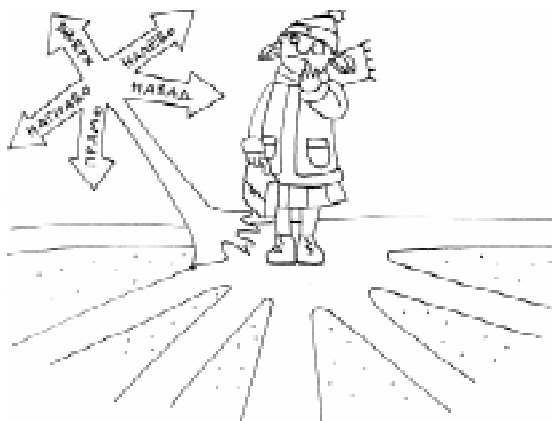
Логическое мышление способствует умениям:

- быстро анализировать большие объемы информации,
- найти путь для выбора единственного или нескольких правильных решений,
- отвергать противоречивое решение,
- выбирать оптимальное решение.

Навыки логического и творческого решения достигаются соответствующими тренингами по развитию интуиции и аналогий,



...тесты определения интеллектуального развития.



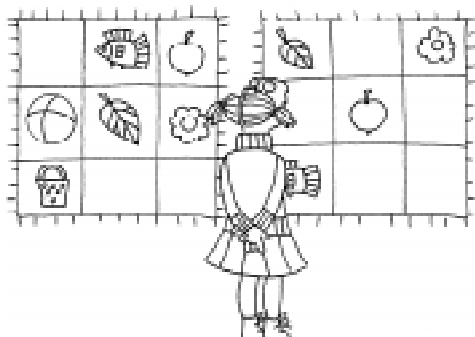
...найти путь для выбора единственного или нескольких правильных решений...

формированию алгоритмов, поиску функциональной зависимости.

Одним из способов развития логического мышления является обучение этапам научного поиска (накопление фактов, выдвижение гипотезы, проверка гипотезы, формулировка найденной закономерности). Приведенные ниже матричные задачи по развитию творческого мышления способствуют развитию логического мышления. Они помогают подготовить человека к предстоящим тестированиям по оценке интеллекта при приеме на работу.

Одно из назначений школьного курса математики – обучение учащихся поиску простейших функциональных зависимостей вначале в учебных задачах, а затем в реальной жизни. Важным элементом этой творческой деятельности является моделирование рассматриваемой проблемы.

Формируя цели и задачи курса дискретной математики для студентов педвузов



В некоторых матричных задачах психологических тестов предлагается девять квадратов (клеток) размером 3×3...

и для учащихся школ в профильном обучении, нужно определить профессиональную направленность этого курса. В нашей практике мы формируем умение использовать законы логики, моделируя различные психологические тесты. Обучая поиску закономерностей в матричных тестах, мы вооружаем студентов и учащихся действенным приемом по решению задач в психологических тестах. В этом случае они получают реальную помощь в подготовке к решению проблем при тестировании, с которыми они встретятся в дальнейшем. Учащимся и студентам можно предложить самим составить матричный тест, используя другие логические функции. В этом случае нужно не только проверить правильность использования логической функции для коммутативности диаграммы, а важно направить творчество учащихся на разработку новых орнаментов в тесте. При решении матричной задачи просматриваются все этапы научного поиска: анализ ситуации и сбор данных, выдвижение гипотезы, проверка гипотезы (то есть доказательство того, что тест удовлетворяет найденной закономерности), применение найденной закономерности для окончательного решения задачи. Второе направление моделирования – изучение различных стратегий (метод бинарного поиска, метод жадного подхода, метод использования чисел Фибоначчи) для определения нужной информации и мотивированное обоснование выбора стратегии – представлено в статье [6].

В настоящей работе рассматривается автоматизация составления матричных тестов и их оценка. Объективность оценивания обеспечивается, во-первых, тем, что компьютер в случайном порядке предлагает матричные задачи с различными логическими функциями. Во-вторых, компьютер для одной и той же функции заполняет 8 квадратов в случайном порядке, в то время как при стандартном тестировании предлагается ограниченный набор условий тестов. В-третьих, компьютер сам объективно оценивает ответ и только потом сообщает правильный ответ. Отвечающий может сравнить свой ответ с правильным ответом.

Наши эксперименты показали, что тестируемые сознательно включают действия компьютера в свои попытки оценить умения логического мышления. Контроль компьютера является не только более объективным, компактным по времени, лишенным пристрастия и антипатий контролирующего эксперта, но средством социализации практического опыта [2, с. 73].

В некоторых матричных задачах психологических тестов предлагается девять квадратов (клеток) размером 3×3 , то есть матрица третьего порядка. В каждой клетке имеется определенный узор из некоторого набора элементов, общих для всех клеток, но в некоторых клетках могут отсутствовать элементы из набора.

Вдоль строк и вдоль столбцов матрицы нужно обнаружить определенную зависимость узоров. Правая, нижняя клетка – пустая, в нее нужно записать результат. Задача решающего – обнаружить закономерность в двух данных полных строках и в двух данных полных столбцах и заполнить узор в пустой клетке так, чтобы он оказался логическим завершением последовательности вдоль строки и вдоль столбца, на пересечении которых эта клетка находится. Матричные тесты относятся к трудным тестам определения общего уровня интеллекта. Объясним подробно методику работы с матричной задачей. Занумеруем квадраты построчно.

Рассмотрим квадраты в первой и второй полных строках (рисунок 1). Третий столбец этой матрицы получается при наложении первого и второго столбцов.

Рассмотрим квадраты в первом и втором полных столбцах. Последняя строка также получается при наложении первой и второй строк. Получаем правило построения зависимости: элемент в результирующей клетке встречается в том и только в том случае, если он содержится, по крайней мере, в одной из двух клеток. Но это дизъюнкция двух высказываний, зашифрованных узором. Обозначим дизъюнкцию двух высказываний A и B через $A \vee B$ (рисунок 2).

Обозначим содержание квадратов матрицы второго порядка, расположенной в верхнем левом углу, через A, B, C, D . Эту



Рисунок 1.

A	B	$A \vee B$
C	D	$C \vee D$
$A \vee C$	$B \vee D$	

Рисунок 2.

матрицу в дальнейшем будем называть основной. Используя найденную зависимость для третьего столбца, получим результат для пустой клетки $(A \vee B) \vee (C \vee D)$. Применяя полученную зависимость для третьей строки, получаем результат $(A \vee C) \vee (B \vee D)$. Используя законы логики, получаем равносильность формул.

Рассмотрим другую матричную задачу (рисунок 3). Обозначим конъюнкцию двух высказываний A и B через AB . Получаем матрицу с элементами (рисунок 4). Используя полученную зависимость, получаем два выражения $(AB)(CD)$ и $(AC)(BD)$ для пустой клетки. Обсуждаем с учащимися, что эти формулы равносильны.

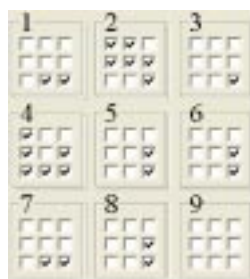
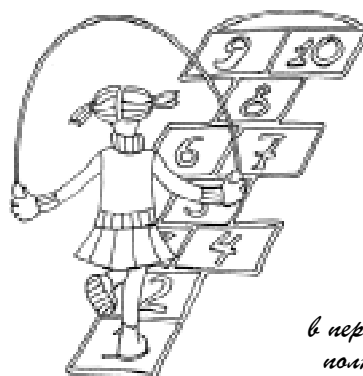


Рисунок 3.

A	B	AB
C	D	CD
AC	BD	

Рисунок 4.



Рассмотрим квадраты в первом и втором полных столбцах.



Рисунок 5.

A	B	$A \oplus B$
C	D	$C \oplus D$
$A \oplus C$	$B \oplus D$	

Рисунок 6.

Для матричной задачи (рисунок 5) замечаем, что общие элементы на одинаковых местах в обоих квадратах отбрасываются. Элементы, уникальные для каждой клетки, то есть те, которые встречаются только в одной клетке, остаются. Если наличие символа в квадрате обозначим 1, а отсутствие символа через 0, получаем правило $1 \oplus 1 = 0, 1 \oplus 0 = 1, 0 \oplus 1 = 1, 0 \oplus 0 = 0$.

Функция от двух аргументов A, B, построенная по такому правилу, называется операцией сложения по модулю 2, и обозначается $A \oplus B$.

Для пустой клетки получаем выражения $(A \oplus B) \oplus (C \oplus D)$ и $(A \oplus C) \oplus (B \oplus D)$. По таблице истинности убеждаемся в равносильности формул (рисунок 6).

Психологический тест подразумевает коммутативность диаграммы, то есть $f(f(A, B), f(C, D)) = f(f(A, C), f(B, D))$ (1).

Существует 16 различных булевых функций от двух аргументов (см. таблицу 1).

$$f_0 = 0, f_1 = AB, f_2 = A \Rightarrow B, f_3 = A$$

$$f_4 = B \Rightarrow A, f_5 = B, f_6 = A \oplus B,$$

$$f_7 = A \vee B, f_8 = A \downarrow B = A \vee B,$$

$$f_9 = A \Leftrightarrow B, f_{10} = \overline{B}, f_{11} = B \Rightarrow A,$$

$$f_{12} = \overline{A}, f_{13} = A \Rightarrow B, f_{14} = A | B = \overline{AB},$$

Таблица 1.

A	B	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$f_{15} = 1$, где \downarrow – стрелка Пирса, $|$ – штрих Шеффера.

Теорема 1. Десять булевых функций $f_0(A, B) = 0, f_1(A, B) = AB, f_3(A, B) = A, f_5(A, B) = B, f_6(A, B) = A \oplus B, f_7(A, B) = A \vee B, f_9(A, B) = A \Leftrightarrow B, f_{10}(A, B) = \overline{B}, f_{12}(A, B) = \overline{A}, f_{15}(A, B) = 1$ удовлетворяют условию (1) коммутативности диаграммы.

Доказательство теоремы с использованием свойств логических операций приведено в статье [5]. Для булевых функций теорему можно (но не рационально) доказать построением таблиц истинности. Этот метод можно упростить, если поручить компьютеру проверить условие коммутативности. Следующая программа показывает пример определения функции, для которой нарушается условие коммутативности.

```
CLS
FOR a = 0 TO 1
FOR b = 0 TO 1
FOR c = 0 TO 1
FOR d = 0 TO 1
f1 = (A IMP B) IMP (C IMP D)
f2 = (A IMP C) IMP (B IMP D)
IF NOT(f1 EQV f2) THEN
PRINT a; b; c; d; f1; f2
END IF
NEXT d, c, b, a
```

Предусмотрите в программе автоматическую смену функций, то есть проверку коммутативности всех шестнадцати логических функций от двух аргументов.

Рассмотрим алгоритм работы с программой по освоению логических функций.



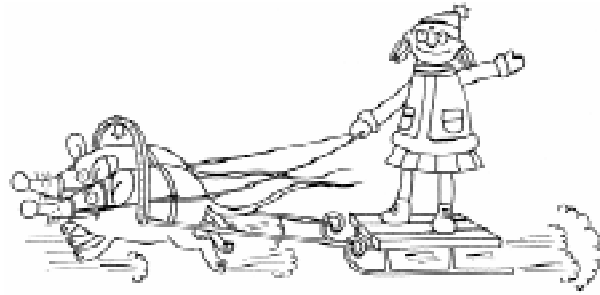
Функция от двух аргументов A, B, ... называется операцией сложения по модулю 2...

Реализованная программа снабжена всплывающими подсказками, а помимо этого управление сведено к нажатию двух кнопок мышью.

Начало работы осуществляется либо выбором своего имени, если тестируемый работал раньше, либо вводом своего имени. Поддерживается возможность просмотра общего хода тестирования. Справа выводится имя пользователя, точное время и дата начала тестирования. По окончании теста автоматически выводится оценка.

Затем тестируемый выделяет мышкой клавишу «Новая задача». Слева расположена рабочая область. На основе отмеченных клеток в матрицах 1–8 необходимо обнаружить закономерность и, применяя ее, заполнить девятый квадрат. В девятый квадрат щелчками мыши расставляются галочки. При необходимости результат в некоторой ячейке можно отменить. Выделив клавишу «Проверить» (рисунок 7), тестируемый видит на экране правильный ответ в десятом квадрате, информацию о логической функции. В правой колонке появляется оценка «правильно» или «ошибка» (рисунок 8) за решенный пример. Далее нужно перейти к новой задаче. После десяти решенных примеров появляется отметка.

Замечание. Результатом выполненной операции может оказаться пустой девятый квадрат. Так всегда произойдет, если применяемая компьютером функция оказалась равной нулевой $f(A, B) = 0$. Такая ситуация



...управление сведено к нажатию двух кнопок мышью.

может случиться при использовании других функций. Например, если 1–4 квадраты оказались редко заполненными и применяется операция – конъюнкция.

Программа написана на языке Object Pascal в среде визуального программирования Borland Delphi 5.0. Поскольку среди стандартных элементов Delphi 5.0 пригодных элементов для решения проблемы нет, были разработаны собственные.

Это дает возможность широко применять эту программу практически на любой встречающейся ныне персональной ЭВМ. Таким образом, программа становится мощным средством при изучении булевых функ-

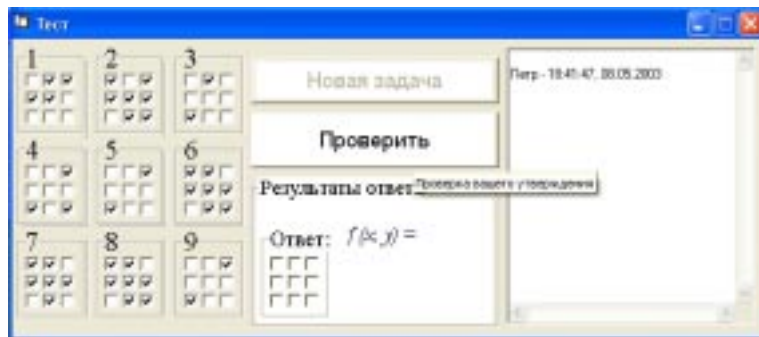
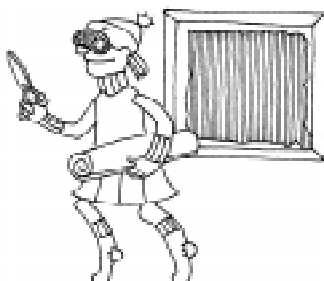


Рисунок 7.



Результатом выполненной операции может оказаться пустой девятый квадрат.

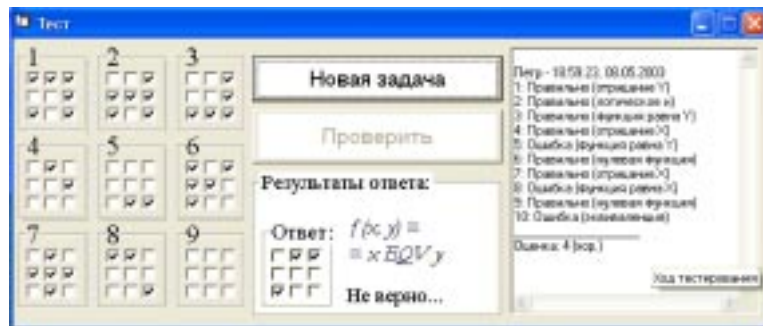
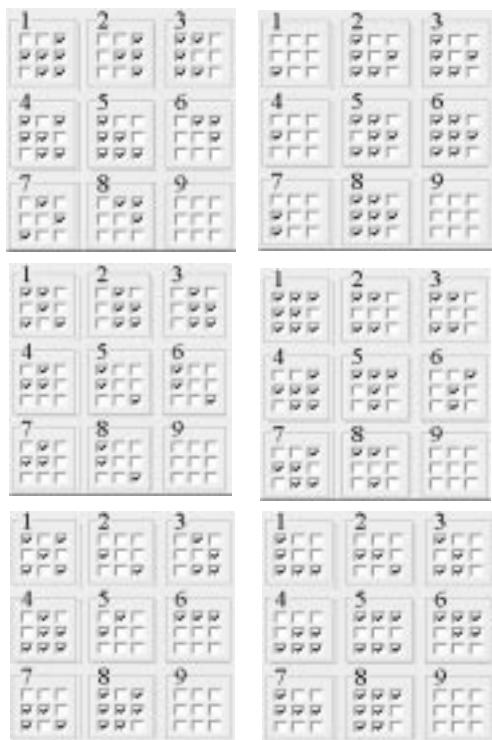


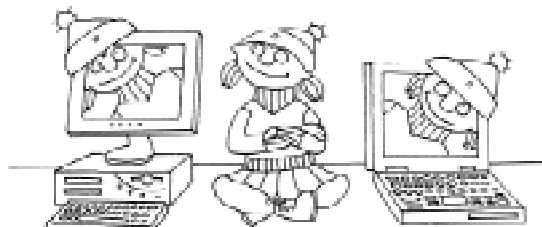
Рисунок 8.



ций, совершенствования в решении матричных задач на их основе.

В следующих примерах (рисунок 9) для поиска одной из десяти функций

$AB, A \vee B, A \oplus B, A \Leftrightarrow B, A, A, B, \bar{B}, 0, 1$ рекомендуем найти значение функции для наборов аргументов (0,0), (0,1), (1,0), (1,1), то есть воспользоваться таблицей 2.



Это дает возможность широко применять эту программу практически на любой встречающейся ныне персональной ЭВМ.

← Рисунок 9.

Таблица 2.

A	B	f_0	f_1	f_3	f_5	f_6	f_7	f_9	f_{10}	f_{12}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1
Функция	0	AB	A	B	$A \oplus B$	$A \vee B$	$A \Leftrightarrow B$	\bar{B}	\bar{A}	1	1

Литература

1. Айзенк Г.Ю. Проверьте свои способности. СПб.: Лань, Союз, 1996.
2. Башмаков М.И., Поздняков С.Н., Резник Н.А. Информационная среда обучения. СПб.: СВЕТ, 1997.
3. Болтянский В. Г., Савин А. П. Беседы о математике. Книга 1. Дискретная математика. М.: МЦНМО, 2002.
4. Вьюжек Т. Логические игры, тесты и упражнения. М.: Изд-во Эксмо, 2003.
5. Совертков П.И., Слива М.В., Соверткова З.Н. Булева алгебра в матричных тестах // Информатика и образование, 2002. № 3.
6. Совертков П.И. Метод жадного подхода и двоичная система счисления // Компьютерные инструменты в образовании (в печати).
7. Тамберг Ю.Г. Как научить ребенка думать. СПб.: Изд-во «Михаил Сизов», 2002.
8. Штернберг Р. Отточь свой интеллект. Мн.: Попурри, 2000.

Совертков Петр Игнатъевич,
доцент факультета математики
и информатики Сургутского
госпединститута,

Нурулин Андрей Салихзянович,
студент Нижневартковского
социально-гуманитарного колледжа.



Наши авторы, 2003.
Our authors, 2003.