Рыжик Валерий Идельевич

ИНТЕРНЕТ-ТЕСТЫ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

I

Для оперативного контроля знаний и умений по математике учеников средней школы достаточно давно используются дидактические материалы – специально подобранные и систематизированные упражнения. В последние годы у нас появляется еще одна форма такого контроля – тесты. На западе, особенно в США, они используются достаточно давно.

Тесты у нас стали признаны, издается много их различных вариантов. Уже проводятся в тестовой форме и выпускной экзамен, и вступительный в иные ВУЗы. Несколько раз проходила научно-методическая конференция по тестированию, появился журнал «Вопросы тестирования в образовании». Тесты естественно вписываются в современные педагогические концепции: в самом деле, по мере взросления учеников, падает чувствительность наставников к их ошибкам – пусть дети учатся находить свои ошибки самостоятельно. Но тогда от привычных форм контроля вполне естественно перейти к более сжатым. В частности, не обязательно досконально проверять ученические работы, как мы привыкли, да еще подчеркивая красным сделанные ошибки. Можно ограничиться только проверкой ответов, что уже происходит реально. Мне известно, что на основании такой именно проверки выставляют оценки на вступительных экзаменах. Но тогда использование тестов – совершенно естественное продолжение этой тенденции.

II

Вместе с тем известна негативная реакция на их использование. Она особенно усилилась у нас после того, как тестовая форма проверки стала использоваться на выпускных школьных экзаменах. И действительно, есть основания для тревоги. Поясню.

Выпускные экзамены (содержание и форма) направляют работу учителя – это раз. Математическое содержание наших нынешних экзаменационных тестов гораздо ниже содержания традиционных заданий на экзамене – это два. Предполагается государственное финансовое обеспечение высшего образования каждого конкретного студента в зависимости от его результатов на едином государственном экзамене – выпускном и вступительном одновременно – это три. Следствие из указанных утверждений вполне очевидно: снижение уровня общего среднего математического образования произойдет само собой. Учителя будут ориентировать учеников на экзаменационную тестовую проверку, а потому тесты появятся не только на экзаменах, но и на контрольных работах, а также в процессе текущего контроля. Тем самым примитивизируется содержание среднего математического образования, но кроме того, ученики перестанут и писать, и говорить на математическом языке. И впрямь, зачем все это, когда надо только кружочки рисовать.

Не сразу, конечно, все это случится, еще велика инерция, да и старые учителя так просто «не сдадутся». Но, как говорится, «процесс пошел». Образно говоря, под наше математическое образование подложена мина замедленного действия. Когда она сработает – неизвестно, но ясно, что виновных будет уже не сыскать.

А то, что сработает – хорошо видно на примере США. Достаточно почитать, что думают о системе тестирования (да и системе образования) американцы, обеспокоенные интеллектуальным потенциалом своего государства. Преподавание математики в старших классах сводится там к натаскиванию на выполнение достаточно примитивных заданий, в которых к тому же существен элемент угадывания правильного результата из ряда ответов, в котором приведены и совершенно нелепые. США впоследствии выкручиваются, набирая в аспиранты лучшие «мозги» со всего мира. А мы как будем выходить из положения?

Теперь ясно, в чем можно безоговорочно согласиться с критиками тестовой проверки – внедряемый «американизированный» ее вариант (если так можно выразиться) по содержанию и форме несовместим с нашими традициями.

III

Где же истина? Как всегда, требуется точнее осмыслить ситуацию. Тестовая проверка – всего лишь средство для достижения определенных целей. Беда начинается тогда, когда оно используется не для тех целей, а если и для тех, то объявляется единственным, к тому же насаждается насильственно. Смысл тестовой проверки на экзамене аналогичен экспресс-анализу в других сферах человеческой деятельности. И только! Какими бы ни были тесты, они не должны быть единственным средством диагностики, применяемым в школе.

Я не думаю, что могут быть серьезные возражения против экспресс-анализа где бы то ни было, в том числе и в образовании. Надо только понимать, что это экспресс-анализ, и четко представлять себе границы его применимости.

В чем главное достоинство проверки по тестам? В скорости. В конце концов, при отработанной технологии можно довести дело до полностью автоматизированной проверки, обеспечив тем самым максимально возможную ее объективность. Но выигрывая в скорости проверки, мы что-то должны проигрывать – выигрывать по всем параметрам невозможно, некий аналог закона сохранения, например, энергии. Что мы проигрываем при переходе к тестам? Мы проигрываем в культуре математической речи (письменной или устной) – ее с помощью тестов не проверишь. Впрочем, на это не обращают особого внимания. Мы проигрываем в основательности. Ясно, что традиционная проверка позволяет гораздо глубже «копнуть» ученика.

Тут же встает вопрос – что мы вообще хотим проверить? Обычно идет речь о проверке знаний и умений. Но хорошо известно, что одних только знаний и простейших умений, даже на приличном уровне, недостаточно для успешного обучения в ВУЗе, особенно на первых курсах. Ощущение безнадежности вызывает математическая культура и математическое мышление абитуриентов, натасканных только на воспроизведение заученного и работу по алгоритмам или алгоритмическим предписаниям. Следовательно, хорошо бы проверять что-то еще.

С этой же проблемой мы встречаемся и в школе. Я работаю учителем математики в Лицее «Физико-техническая школа» при Физико-техническом институте имени А.Ф. Иоффе и Санкт-Петербургском Техническом Университете. Ее важнейшая роль – быть начальным звеном в системе непрерывного образования: школа, высшее учебное заведение, научный институт. Принципиальными в работе школы являются два момента: отбор будущих учеников в восьмой или десятый классы и подготовка к продолжению образования на базовых кафедрах Физико-технического института. Постоянно перед нами возникают два вопроса:

1. Отобрали ли мы в школу достаточно подготовленных ребят? Не упустили ли мы такого школьника, который мог бы достойно войти в науку?

2. Достаточна ли наша подготовка для продолжения образования на «трудных» факультетах Технического университета? Подчеркиваю, не для поступления на эти факультеты – тут сомнений нет, – а для успешного обучения. (Аналогичные проблемы возникают и при переходе от начальной школы к основной и внутри основной школы – после шестого класса).

При решении этой проблемы был поставлен четкий вопрос: можно ли соединить на приемлемом уровне достоинства традиционной и тестовой проверки? Моей целью (одной из целей) является создание соответствующей батареи тестов.

IV

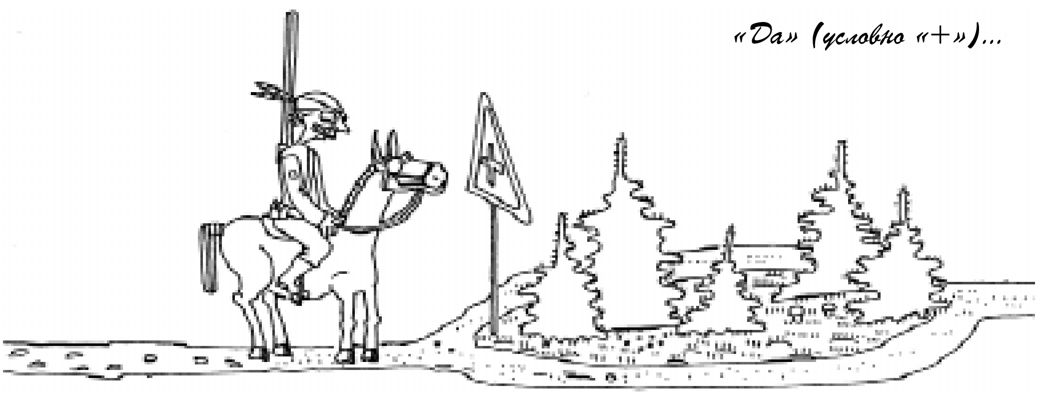
Любой тест диагностирует те или иные свойства индивида. Я остановился на таком интегральном свойстве (латентной переменной): «готовность к продолжению математического образования». Точное определение этого свойства не очень понятно. Ясно, что такая готовность предполагает нечто большее, чем владение некоторой суммой фактических знаний и умений решать более или менее типовые задачи. Но что? Я особо выделяю некоторые довольно бесспорные проявления готовности: 1) умение аргументировать или опровергнуть имеющееся высказывание; 2) умение проанализировать условие задачи на определенность (возможность получить однозначный ответ) и корректность (непротиворечивость условия); 3) умение установить наличие или отсутствие связей между высказываниями; 4) умение проанализировать логическую структуру высказывания; 5) владение понятиями в общей форме; 6) умение перевести аналитическую зависимость в наглядную форму; 7) рефлексию, то есть способность отделить личное знание от незнания.

В конечном счете для так поставленной цели не так важно, знает ли школьник ту или иную формулу, а важно, можно ли на основании его работы хотя бы в одном разделе математики судить о его готовности к продолжению математического образования. Но есть и «тайный» смысл всей работы – разобраться в структуре и функционировании этого свойства интеллекта (а может быть, и не только интеллекта).

Я хотел также, чтобы предлагаемые тесты использовались не только для констатации наличия или отсутствия «готовности», но и для диагностирования определенной степени «готовности».

V

Все тесты предполагают выборочную форму ответа, насколько я знаю, еще не применявшуюся. Форма ответа такова: «Да» (условно «+»), «Нет» (условно «–»), «Не



знаю» (условно «0»), «Задача некорректная» (условно «!»), «Задача неопределенная» (условно «?»). Я плохо понимаю «американизированные» тесты, в которых нужно выбирать ответ между, скажем, пятью предложенными числами, из которых только одно верное. Откуда берутся остальные четыре числа? Добро бы они соответствовали наиболее часто встречающимся ошибкам учеников, но вряд ли такое возможно аккуратно сделать даже теоретически. И полагаю, что будет лучше, если ученик даст ответ «не знаю», чем будет наугад тыкать в предлагаемый ему набор ответов. Ответ «не знаю» позитивен, поскольку демонстрирует способность к рефлексии. Что касается некорректных или неопределенных заданий, то в них проверяется умение ученика анализировать условие задачи.

В реальных тестовых испытаниях я за верный ответ ставил «+1», за неверный ответ «–1», за ответ «Не знаю» – «0» (если только такой ответ не является по существу верным, то есть ученик в принципе не может знать ответа на данный вопрос – такие задания тоже есть). В результате суммарное число баллов, набранных конкретным учеником, может быть меньше числа его верных ответов. Но именно по суммарному числу баллов дается окончательная оценка за выполнение теста (или батареи тестов). Мораль ясна – ученику «выгоднее» выдавать только такие ответы, в которых он абсолютно уверен. И если, тем не менее, среди выданных им ответов есть неверные, то это говорит о недостатках всей его системы знаний в целом.

По содержанию батарея тестов состоит из трех больших разделов с названиями: «Числа», «Функции», «Фигуры». В каждом разделе проведено деление тестов по конкретной тематике, а также дальнейшая специализация (не по сложности). Все вместе позволяет как-то отличать один тест от другого.

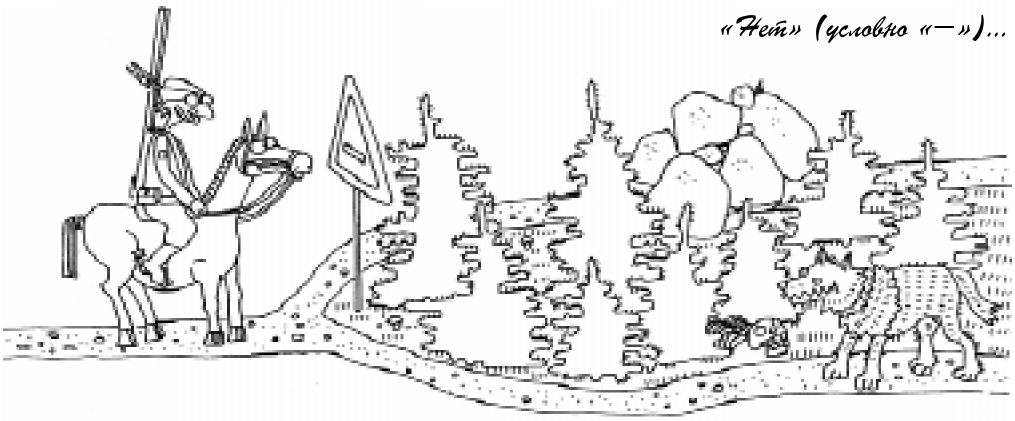
VI

Оценка эффективности всей батареи тестов представляется достаточно сложной процедурой.

Во-первых, необходимо оценивать качество каждого теста – соответствие программе и реальным возможностям школьников, учитывая при этом сильно действующие временные ограничения на выполнение ими тестовых заданий. Если соответствие программе можно проверить, анализируя только литературу, то проверка «посильности» каждого теста и даже каждого задания в одном отдельно взятом тесте возможна только после проверки в реальном эксперименте.

Во-вторых, желательна оценка «представительности» всей батареи тестов – насколько она охватывает весь программный материал или хотя бы наиболее существенную его часть (из конъюнктурных соображений).

И, наконец, главное – составленные тесты необходимо «прокрутить» несколько раз, чтобы отобрать из них наиболее представительные, наиболее информативные с точки зрения диагностики «готов-



«Нет» (условно «—»)...

ности». В заключение добавлю, что вся работа по созданию тестов представляется достаточно длинной, и само написание их – только начало.

Вероятно, потребуется увеличение их числа, чтобы они могли использоваться в разных типах школ. Далее потребуется работа по подготовке их к опубликованию. И, наконец, предполагается создание компьютерного варианта тестов. Тогда и учет сделанного учениками, и интегральная оценка их работы, и оценка качества самих тестов примут более современный характер. Начало этой работе положено, и уже существует компьютерный вариант некоторой части этих тестов. Иначе говоря, ученика можно посадить за компьютер, запустить программу и – проверка началась. После окончания работы учеником возможна распечатка, в которой каждому будет указано, на какие вопросы он ответил правильно, а также общая сумма набранных им баллов. (Мне любопытно было посмотреть реакцию на эти тесты американских школьников, ведь такой контроль для них – дело привычное. Примерно 20 тестов были переведены на английский и в компьютерном варианте предлагались желающим в одной из школ США. У меня сохранились их письменные отзывы, весьма благоприятные, хотя фактические результаты учеников не были высокими).

VII

Сообщения о создании такой батареи тестов (ее идеологии и небольшой экспериментальной проверке) были сделаны мной на трех семинарах в США в 1994–1997 годах, на совместном российско-американском семинаре в 1998 году, на конференции в Москве в 2001 году. Издана небольшая подборка тестов по теме «Числа», есть несколько публикаций в газете «1 сентября».

У меня уже есть некоторый опыт работы с частью этих тестов – в текущем контроле и на экзаменах. По тестам я проводил переводной экзамен в 10 классе по алгебре и началам анализа и четыре экзамена по геометрии – в 8, 9, 10, 11 классах, в том числе выпускные.

До экзамена ученики никогда не работали с тестами, и на консультациях был проведен подробный инструктаж.

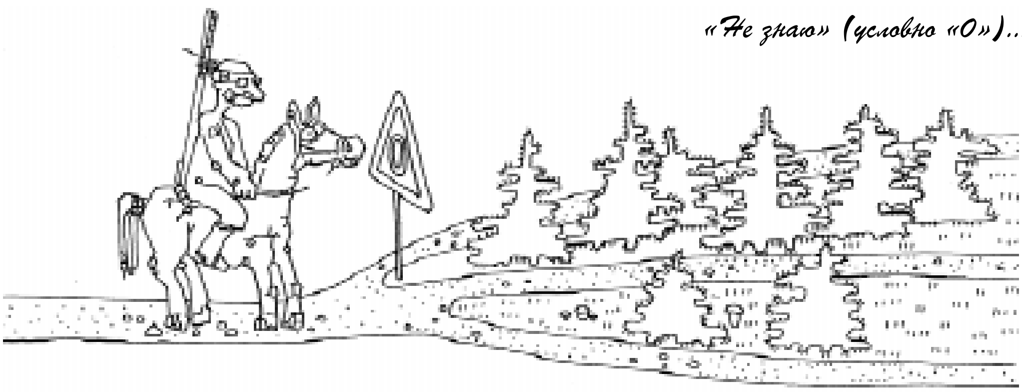
В каждом классе на экзамен отводилось 4 часа. Расчет был простой – всего 12 тестов, в каждом по пять заданий, итого – 60 заданий. На каждое задание я положил в среднем 3 минуты, итого – 180 минут, то есть 3 часа. Плюс один час «про запас». Оказалось, что времени достаточно, дольше всех, почти «под звонок», работали старшеклассники.

Каковы же первые впечатления от итогов?

1. Проверка одной работы занимает 1 минуту.

2. Оценки, полученные учениками, в целом соответствуют их годовым оценкам. Разница между ними в два балла была исключением и только в лучшую для ученика сторону.

Мне ясно, что тестовая форма экзамена себя оправдала.



VIII

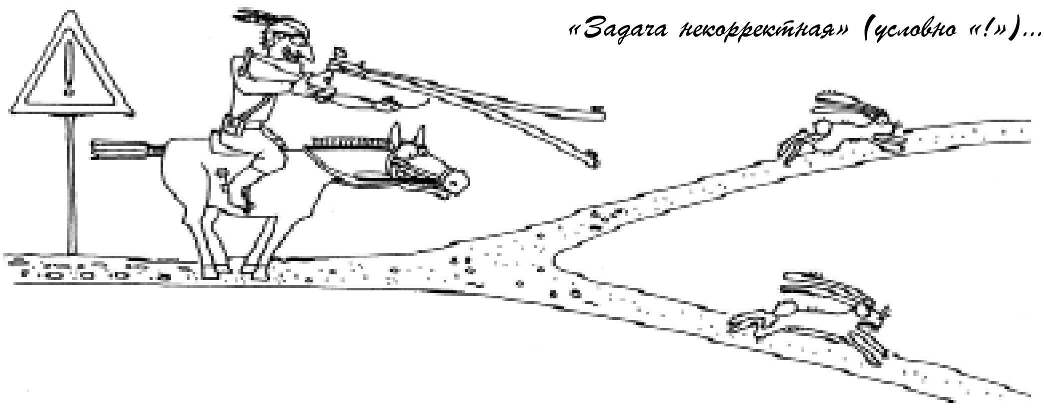
И все бы хорошо, но дьявол, как говорится, сидит в деталях. При формулировке неопределенных заданий я встретился с заметными логическими и языковыми трудностями. Что, собственно, имеется в виду, когда задается, к примеру, такой вопрос: «Верно ли, что $a^2 > 1$?» (Для простоты будем считать, что переменная a задана на максимально «широком» множестве – множестве всех вещественных чисел.)

Если мы спрашиваем «верно ли?», то имеем дело с высказыванием. Однако напрямую здесь высказывания нет – есть предикат (выражение с переменной, высказывательная форма) или даже что-то еще из-за вопросительной формы задания. Чтобы превратить его в высказывание, требуется на переменную a «навесить» некий квантор – всеобщности или существования (и в какой-то момент убрать вопросительную форму). Какой же квантор – по умолчанию – «навешен» на переменную a в таком задании? Если подразумевается квантор всеобщности (верно ли для любого a...), то ответ – нет. Если подразумевается квантор существования (верно ли, что существует a...), то ответ – да. В любом случае ответ меня никак не устраивал. Я-то хочу, чтобы ответ был такой: «Смотря, какое a» или, что равносильно, – «Иногда да, иногда нет».

Поясню эту мысль простым примером. Возьмем утверждение «Маша любит кашу». Если вам предложат высказать к нему свое отношение – как говорят в математике или логике, выяснить его истинность, – то вполне естественной будет ответ типа: «Смотря, какая Маша, и смотря, какая каша». Именно такого рода я и хочу получить ответ в математических заданиях.

Ситуацию я вижу непростой ибо она «завязана» на язык – естественный и математический. Принятые в математике кванторы «убивают» неопределенность. Вернемся к ситуации с «Машей и кашей». Если я скажу, к примеру, как принято в математике, с максимальной четкостью «Любая Маша любит любую кашу» или «Есть такая Маша, которая любит любую кашу», то здесь ответ однозначен – «да» либо «нет». Но мне – то нужно как раз отсутствие однозначности!

Что было делать? Я решил все же как-то закодировать неопределенность с помощью слова «некоторый». Перейду к примерам. Для начала про ту же Машу: «Некоторая Маша любит некоторую кашу». Тут уже возможна неоднозначность ответа – кто знает, что это за Маша, может быть, она в принципе не любит любую кашу. Теперь – к математике. Задание таково: «Пусть a – некоторое вещественное число. Верно ли неравенство $a^2 > -1$»? Разумеется, ответ «да», ибо оно верно всегда. Пусть теперь задание таково: «Верно ли неравенство $a^2 < -1$?» Разумеется, ответ «нет», ибо оно всегда неверно. Наконец, пусть задание таково: «Верно ли неравенство $a^2 > 1$»? А теперь ответ таков: иногда да, иногда нет (см. тест 1 в приведенных ниже примерах тестов).



И еще знак для ответа надо было придумать. Знак «+» я оставил для ответа «да», знак «–» для ответа «нет», а для ответа «иногда да, иногда нет» использую знак «?».

Наконец, можно убрать вопросительную форму предложения и сразу задать высказывание в такой форме: «Пусть a некоторое вещественное число. Неравенство $a^2 > 1$ является верным».

Но и тут возможны нюансы. Именно, если ситуация в таком тесте неоднозначна, то можно условиться ставить знак «+»; если же она однозначна, то можно ставить знак «–». Тогда можно обойтись и без знака «?».

Есть и более мелкие неясности. Например, можно ли зафиксировать разницу между учеником, который в конкретном задании дал ответ «0», и учеником, который вообще не приступал к его решению? Какое-то различие, несомненно, присутствует, но мне пока неясно, как его зафиксировать.

IX

Теперь – примеры тестов.

Тест 1.

Два некоторых числа a и b не равны друг другу. Тогда они противоположны, если о них известно, что:

1. $a + b = 0$.
2. $a^2 + b^2 = 0$.
3. $a^3 + b^3 = 0$.
4. $a^2 - b^2 = 0$.
5. $a^2b + ab^2 = 0$.

Тест 2.

О числе А было высказано три утверждения:

(1) А делится на 3.
(2) А делится на 4.
(3) А делится на 6.

Утверждение Р является верным:

1. Р: «Если (3) , то (1).»
2. Р: «Если (1) , то (3).»
3. Р: «Если (2) , то (3).»
4. Р: «Если (1) и (2) , то (3).»
5. Р: «Если (1) и (3) , то (2) .»

Тест 3.

Есть такое значение а, при котором число 1 является корнем уравнения:

1. $x^2 - ax = 0$.
2. $x^2 - 5ax + 6a^2 = 0$.
3. $a^2x + 1 = 0$.
4. $a^2x^2 + ax + 1 = 0$.
5. $a^{10}x^5 + a^5x^2 - 2x = 0$.

Тест 4.

Число А положительно

1. А = $\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\,dx$.
2. А = $\int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2}\,dx$.
3. А = $\int_{-2}^{-1} |\ln x|\,dx$.
4. А = $\int_{-\pi}^{\pi} \sin|x|\,dx$.
5. А = $\int_{-1}^{0,5} \arcsin x\,dx$.

Тест 5.

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 1$.

Из этого следует, что число 1 является пределом при $x \to x_0$ функции $g(x)$, если:

1. $g(x) = f^2(x)$.
2. $g(x) = 1/f(x)$.

«Задача неопределенная» (условно «?»)...

В реальных тестовых испытаниях я ... ставил ... за неверный ответ «–1».

3. $g(x) = (f(x))^{0,5}$.
4. $g(x) = f^{-1}(x)$. (Функция $f^{-1}(x)$ – обратная к функции $f(x)$).
5. $g(x) = f(f(x))$.

Тест 6.

Дана функция $y = ax^2 + x + 1$ при $a \neq 0$.

Верны такие утверждения:

1. Любая функция такого вида имеет хотя бы один корень.
2. Найдется функция такого вида, которая имеет отрицательный корень.
3. Найдется функция такого вида, которая имеет корень, больший, чем 1.
4. Нет функции такого вида, которая при положительном значении x равняется 1.
5. Любая функция такого вида может быть больше 1 при отрицательном значении x.

Тест 7.

Дана некоторая функция $y(x) = ax^2 + 1$ $(a \neq 0)$. На любом замкнутом промежутке эта функция:

1. Положительна.
2. Монотонна.
3. Ограничена.
4. Имеет максимум.
5. Имеет наименьшее значение.

Тест 8.

Функция f задана на R. Уравнения $f(x) = 0$ и $g(f(x)) = g(0)$ равносильны, если функция $g(x)$ такова:

1. $x^{0,5}$.
2. 2^x.
3. $\ln x$.
4. $\sin x$.
5. $\operatorname{arctg} x$.

Тест 9.

Две стороны треугольника равны 10 и 20. Тогда:

1. Если в этом треугольнике есть ось симметрии, то его периметр равен 50.
2. Если периметр этого треугольника равен 60, то он тупоугольный.
3. Если угол между данными сторонами прямой, то расстояние от точки, равноудаленной от всех вершин, до каждой из них больше 10.
4. Если его площадь равна 100, то он остроугольный.
5. Если один из углов 150°, то против стороны, равной 10, лежит угол больший, чем 15°.

Тест 10.

Наибольшая площадь сечения:

1. Больше 1, если оно проведено в кубе с ребром 1 и является треугольником.
2. Меньше 1, если оно проведено в правильном тетраэдре с ребром 1 и является параллелограммом.
3. Меньше 1, если оно проведено в правильной треугольной призме с ребром, равным 1, и является треугольником.
4. Больше 1, если оно проведено в четырехугольной пирамиде с ребром, равным 1, параллельно двум боковым ребрам и является треугольником.
5. Больше 1, если оно проведено в тетраэдре PABC (в нем ребро PB перпендикулярно основанию ABC и AB = BC = = CA = PB = 1) и проходит перпендикулярно AC.

© Наши авторы, 2002.
Our authors, 2002.

Рыжик Валерий Идельевич,
учитель математики лицея
«Физико-техническая школа».