

ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Складывается такое впечатление, что новые тенденции в математике на постановку образования, даже на обучение математике в университетах, сейчас оказывают довольно слабое влияние. А если говорить о вузах более прикладного профиля, то путь от новых математических идей до их реализации в преподавании еще длиннее.

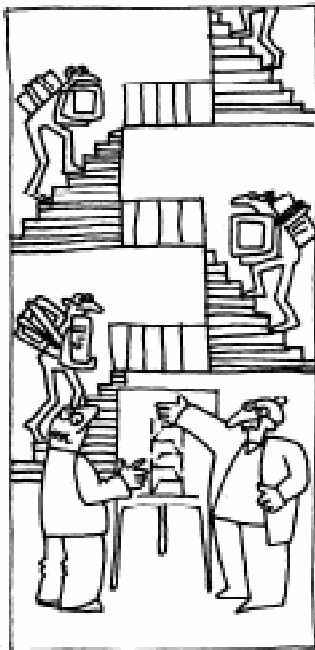
Сам я всю жизнь занимался прикладными вопросами математики, вначале – достаточно сложными расчетами в прикладной области, потом, когда появились вычислительные машины, заинтересовался их использованием, а особенно – языками, их развитием, реализацией, языками для работы с символьной информацией.

Может быть, именно поэтому мне кажется, что теоретические исследования в области прикладных наук быстрее находят практическое применение и начинают влиять на постановку образования, вплоть до создания новых кафедр, факультетов и вузов, чем в области «чистой» математики.

Например, создание первых ЭВМ почти немедленно привело к появлению новых курсов. Возникновение новых языков (Алгола, Лиспа и др.) с большим интересом обсуждалось на семинарах в крупных университетах, на научных конференциях. То же самое можно сказать про идеи в управлении станками, автоматизации проектирования в промышленности, автоматизации управления в административной сфере и т. п.

Это тоже можно считать новыми явлениями в математике, но, скорее, с точки зрения прикладников и программистов. А математики более традиционного направления часто свысока смотрят на эту деятельность и сомневаются – стоит ли этих людей считать математиками, стоит ли им присуждать ученые степени? Мне запомнилось высказывание академика А.Д. Александрова в Новосибирске на защите диссертации: «Это к математике не имеет никакого отношения, еще великий Платон сказал, что математики и философы должны заниматься геометрией, а вычисления – это удел рабов» (цитирую по памяти). Такая точка зрения до сих пор господствует среди математиков.

Математические открытия, вроде доказательства теоремы о четырех красках (основанного на чрезвычайно трудоемких расчетах на ЭВМ), великой теоремы Ферма, тоже становились достоянием обществу. Но они не влияли существенным образом на постановку математического образования именно потому, что сами были следствием его успехов.



...а вычисления – это удел рабов...

В тематику обсуждения входит не только математика, но и математические науки. Например, сейчас, когда множество людей так или иначе связано с компьютерной деятельностью, должна ли информатика повлиять на образование?

Людей, занимающихся компьютерной деятельностью и тем, что называется инфор-

матикой, сейчас гораздо больше, чем математиков традиционных направлений. И потребность в специалистах в информатике гораздо больше. Можно ожидать, что информатика будет со временем влиять на математику, и ученые будут черпать из информатики идеи и постановки задач для новых математических направлений. Специалисты по информатике достаточно активно используют то, что уже было разработано математиками, и этого, в общем, хватает. Правда, понимание прикладниками математических идей отличается своеобразием. И это естественно, поскольку прикладники всегда смотрят на математические методы не так, как «чистые математики». Это два параллельных потока, которые не слишком сильно связаны между собой.

Поскольку предшествующие интервью были с людьми, которые так или иначе связаны с информатикой и с дискретной математикой, обсуждался вопрос о соотношении обучения непрерывной и дискретной математике. Были и достаточно категорические суждения: надо меньше заниматься непрерывной математикой, поскольку и в дискретной математике достаточно содержания.

Это так и в то же время не совсем так. Программирование, исходя из природы компьютеров, основано на дискретных представлениях. Используется цифровая форма представления данных, программа как текст также дискретна по характеру информации.

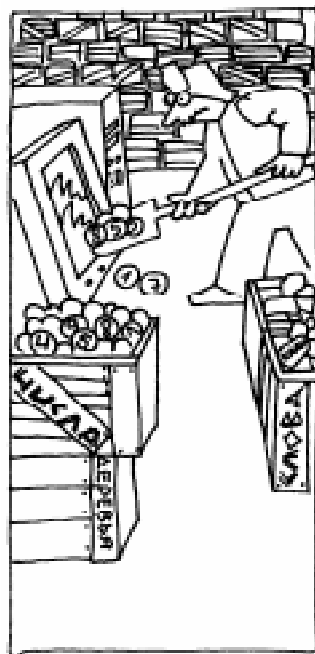
Но в теории программирования используются понятия, родственные некоторым топологическим, непрерывным понятиям. Есть понятие предела некоторых последовательностей, которые возникают в программировании. Скажем, написан

цикл, причем неизвестно, сколько раз он повторится – 10 раз, миллион раз, а может быть, и вообще никогда не закончится – точной гарантии нет. Нужно объединить все случаи завершения цикла в разные моменты времени после разного числа повторений в нечто единое и все вместе рассматривать как бесконечную последовательность, имеющую некоторый предел. В этой связи возникает понятие неподвижной точки, которое раньше существовало только в области непрерывной математики. Так что есть связь между непрерывной и дискретной математикой и, соответственно, между топологией и информатикой.

Н.К. Косовский вспомнил о Ваших изысканиях, как он сказал, в области «туманных мест в логике». На его взгляд, это и есть новые тенденции в логике. Вы сами не считаете так?

Туманные места в логике, в теории вычислений — тема из области, которую принято относить к основаниям математики, что интересовало математиков в первой половине XX века. Эти вопросы были более или менее разрешены к середине века, и сейчас мало кто обращается к этой проблематике. А я в повседневной суете, связанной с решением прикладных задач, не отпускавший меня всю жизнь, эпизодически размышлял над этими вопросами, но сформулировать свою точку зрения мне не хватало времени. И только сейчас я попытался это сделать, но понимания с математиками пока еще не достиг. Потому что теорию вычислимости очень трудно оторвать от того, как реализуется вычисление, и от тех представлений, канонов, традиций, которые сложились в среде программистов.

Скажем, мы привыкли к тому, что каждая перемен-



...мы привыкли к тому, что каждая переменная ... должна быть переменной определенного типа...

ная программы должна быть переменной определенного типа, то есть может принимать значение только из определенного класса значений. А у математиков разделение на типы смазано. Например, в 20-30-е годы все данные пытались представить как натуральные числа. Отсюда возникло такое понятие, как геделевы номера, и такое направление, как теория нумераций.

Потом А.А. Марков в 1951 году опубликовал статью, а в 1954 – выпустил монографию под названием «Теория алгорифмов», где он все это попытался перевести на другую основу. У него основной единицей стало слово в некотором алфавите. Но, опять-таки, то, что это слово в точно определенном алфавите, для него и его последователей важно. Но сами слова, написанные в этом алфавите, делятся еще на разные классы (простейший пример – несколько слов, объединенных в одно и разделенных друг от друга, например, запятой). На наличие запятых, разделяющих слово на части, они часто не обращают внимания. Они считают, что алгоритм обрабатывает произвольные слова, а то, что должны эти слова составлять одно целое или представлять собой наборы слов, они не всегда считают существенным.

Затем на рубеже 50-60-х годов появился язык LISP. Там использовалась другая структура данных. В этом языке данные называют списками, в традиционной математике такую структуру называют деревом. Конечно, это гораздо более богатая структура, чем просто слово, с большими возможностями для представления данных разной природы и разного назначения.

На развитие оснований математики эти работы особого влияния не оказали. А математики говорят, что А.А. Марков, конечно, излагает очень интересные вещи,

но нам это не очень нужно. Мы и так во всем разобрались. С моей точки зрения, разобрались далеко не во всем и далеко не до конца. Те конструкции, которые используются в доказательстве фундаментальных теорем теории вычислений, с точки зрения программиста, не выдерживают критики.

Можно проиллюстрировать последнее утверждение?

Прежде всего, они не учитывают типов данных. Если есть алгоритм, они по-прежнему предпочитают считать, что этот алгоритм применяется к некоторому числу. Это идет еще от Геделя и его современников. А использовать переменные разных классов с разными типами значений и строго следить, чтобы эти значения были определенного типа, математики еще не научились.

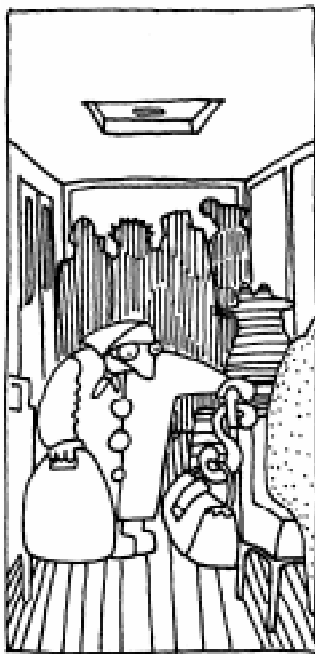
Потребность в этом осмыслении носит теоретический или практический характер?

Эта деятельность из области, которую принято называть основаниями математики. Это имеет весьма косвенное отношение к программированию.

Какие последствия могут иметь изменения в данной области?

Очень трудно говорить о последствиях. Например, есть понятие интеграла Лебега. Это красивое, но совершенно неконструктивное понятие. Математики в свое время были очень увлечены его изучением, многие и сейчас занимаются развитием этого понятия, но никакого прикладного значения оно, риску утверждать, не имеет.

Можно привести целый ряд других примеров из области, условно говоря, чистой математики, абстракт-



*Интеграл Лебега ...
красивое, но совершенно
неконструктивное понятие...*

ной математики, которая интересует математиков, но, в силу неконструктивности, не используется программистами. Рубеж между тем, чем программисты очень интересуются, и тем, чем они интересуются постольку поскольку, проходит примерно по границе дискретной и непрерывной математики.

Так же, как есть дисциплины, называемые основаниями математики, можно говорить об основаниях программирования, основаниях информатики. В этих основаниях есть точки соприкосновения дискретного с непрерывным, поскольку какие-то отголоски, какие-то идеи используются в теоретических исследованиях по программированию. А в практической деятельности программистов все дискретно, все конечно и ограничено не столько теоретическими представлениями, сколько возможностями машины: каков объем памяти, сколько времени требуют те или иные вычисления.

Каким сейчас должно быть математическое и прикладное математическое образование в школе и вузе?

Учить и школьников, и студентов, и аспирантов надо тому, что уже более или менее освоено наукой, стало в науке общепризнанным, потому что только этому и можно учить. А то, что еще только пробивает себе дорогу в науке, появляется иным образом. Молодые ученые, когда они выучились тому, чему их учили, начи-

нают сами мыслить, сами творить — они и открывают новые вещи. Учить надо тому, по поводу чего есть достаточно сложившееся представление, не вызывающее особых разногласий и споров.

Тоже получится очень широкая область. Учат гораздо меньшему из того, что уже сложилось.

На разных уровнях, от школы до аспирантуры, учат по-разному. В школе детей учат целыми классами, а аспирантов учат поодиночке. Аспирант трудится над индивидуальной темой, которой хотел бы заниматься, он должен эту тему развить, внести собственный вклад в ее изучение и в конце концов защитить диссертацию. А на уровне начального, среднего, высшего образования другие подходы. Чем ниже ступень образования, тем более массовым оно должно быть и тем более известным, более общепринятым вещам надо учить.

Может быть, вообще ничего не надо менять? Или это должно происходить незаметно?

А много ли изменилось за весь XX век в области школьного образования, в области обучения школьников? Сравните современный учебник с учебником начала века. Можете ли вы сказать, что между ними есть принципиальная разница по замыслу, по построению учебника? Я бы не сказал, что такую разницу можно увидеть.

НАШИ АВТОРЫ

*Лавров Святослав Сергеевич,
доктор технических наук,
профессор.*