

МЕТОДИКА КОНСТРУИРОВАНИЯ СИСТЕМ ГЕНЕРАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАКЕТОВ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ

Публикуемая статья подразумевает начальные знания о системе MathCAD. В то же время основные идеи по генерации заданий не связаны с конкретной программной оболочкой и будут полезны всем, кто интересуется вопросами автоматизации подготовки дидактических материалов по математике.

В последние годы в педагогической и методической литературе активно обсуждаются различные аспекты применения профессиональных математических пакетов, иногда называемых математическими инструментальными средами (МИС), и, в частности, пакета MathCAD в преподавании естественнонаучных дисциплин (см., например, [1]–[6]). Разрабатываются специализированные задачки (см. [7]), описываются методы и приемы решения задач в этих средах ([8], [9]).

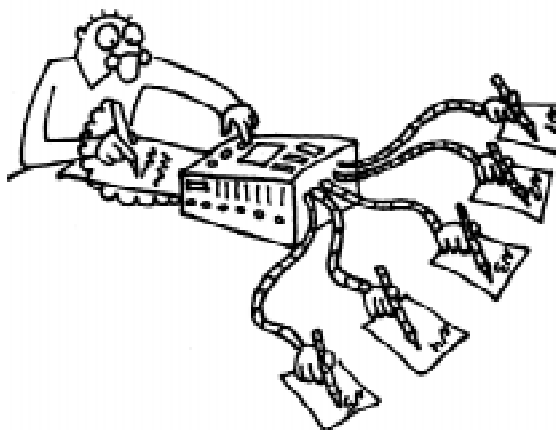
В настоящей заметке мы остановимся на одном из направлений развития этой многогранной и актуальной проблематики. А именно, опишем методику конструирования автоматических учебных систем генерации индивидуальных заданий (АУС ГИЗ) на основе реализации внутренних и интеграционных возможностей пакетов MathCAD и MS Word.

Появление таких систем обусловлено рядом факторов. Среди них отметим активизацию роли студентов в учебной деятельности, индивидуализацию обучающих траекторий, вопросы мотивации, необходимость механизировать рутинные элементы труда преподавателей, например, по составлению большого числа однотипных вариантов заданий и их первоначальной проверки.

Кратко выделим основные этапы построения АУСГИЗ (см. [5], [13], [14]).

Вначале, исходя из методических и дидактических целей, реализуемых в учеб-

ном процессе, формируется депозитарий заданий различных типов и видов (типовые расчеты, контрольные работы, тренажеры, тесты и т.д.), определяются условия их эффективного применения в учебном процессе. Для каждого типа задания создается форма шаблона условия задания (кадр условия), программа-утилиты генерирования вариантов заданий и ответов к ним. Разрабатывается методика параметризации заданий и алгоритмы генерации параметров (рандомизация числовых параметров, графиков тех или иных функций, символьных представлений функций и т.д.). Алгоритмы генерации кодируются в соответствующих языковых платформах. Для их сопряжения, а также реализации других функций системы (обучающих, контролирующих и т.д.) конструируется управляющая программа-оболочка.



...необходимость механизировать рутинные элементы труда преподавателей...

В настоящее время разработан и применяется в учебном процессе (см.[5], [13]) широкий спектр таких систем. На их основе сформированы web-ориентированные задачные учебно-информационные комплексы (см. [14], www.kubsu.ru/~mschool/).

Следует отметить, что большинство требований к программам-генераторам удается реализовать, опираясь на функциональные свойства мощных пакетов прикладных программ Word, MathCAD и технологии их сопряжения. Широкие вычислительные и графические возможности, средства редактирования текста, представление и обработка информации в естественной математической форме, преобразование файлов в формат html позволяют пользователю, обладающему стан-

дартными навыками работы с этими пакетами, создавать, изменять, дополнять и расширять депозитарии учебных заданий и файлов-генераторов, как правило, не требуя при этом серьезных навыков программирования.

Конечно, при этом исчезают преимущества полной автоматизации. Однако возможность оперативно генерировать необходимое количество вариантов конкретного задания и при этом предлагать шаблон выдачи заданий и указаний к их решению в наилучшей с методической точки зрения форме во многом это компенсируют.

Кроме того, число пользователей, знакомых с Microsoft Office, практически приближается к числу работающих с персональным компьютером, MathCad также

не является «экзотикой», а значит, такие системы могут быть востребованы достаточно широким кругом преподавателей математики и других дисциплин.

В настоящей работе речь пойдет именно об этом подходе.

Рассмотрим технологическую схему (рисунок 1) формирования системы генерации индивидуальных заданий на основе интеграционных связей пакетов MS Word и MathCAD.

В блок генерирования параметров и вычисления ответов включены mcd-файл-генераторы и mcd-файлы-конструкторы условий и вычисления ответов. Mcd-файл-генератор – это документ, в котором реализованы алгоритмы генерации параметров заданий (обычно для каждой учебной задачи свой). В зависимости от вида задач, параметры могут быть числовыми, графическими, логическими, символьными, функци-

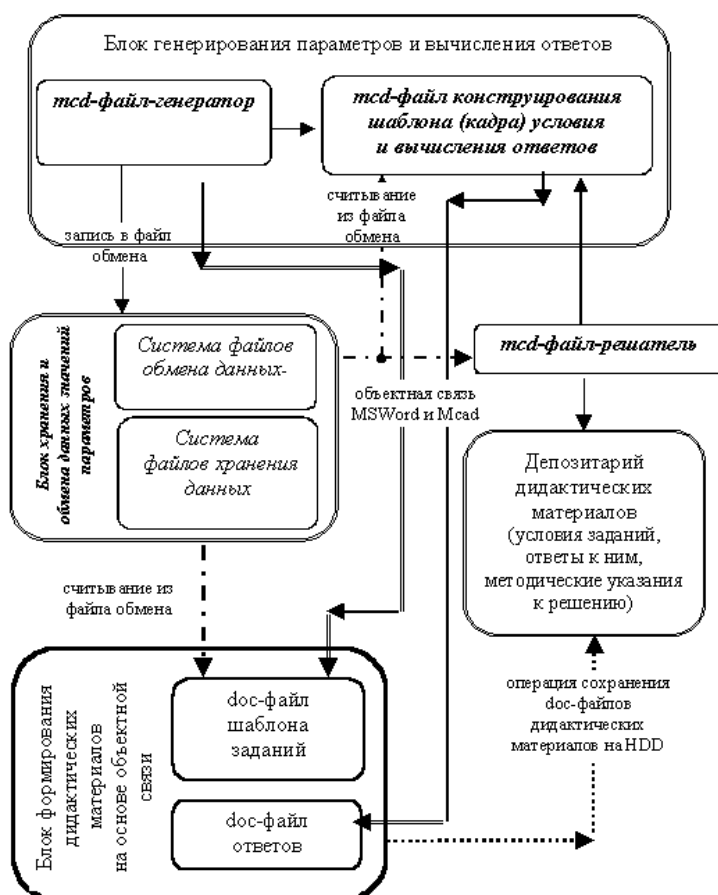


Рисунок 1. Технологическая схема формирования системы генерирования индивидуальных заданий на основе интеграционных связей пакетов MS Word и MathCAD.

ональными и т. д. В алгоритме генерации применяется одна из этих форм или их комбинации. Отметим, что часто бывает удобным сначала генерировать «хорошие» ответы, а уж затем по ним вычислять остальные параметры, входящие в условие.

Реализация алгоритма генерации осуществляется на основе датчиков псевдослучайных чисел из набора функции MathCAD. Значения параметров записываются с помощью функции «WRITEPRN(_)» в файл обмена данных (*блок хранения и обмена данных значений параметров* на рисунке 1). При необходимости эти данные могут сохраняться в файле с новым именем (*файл хранения значений параметров*).

Mcd-файл конструирования шаблона (кадра) условия и вычисления ответов состоит из трех блоков:

- а) блок считывания данных из файла обмена,
- б) блок формирования кадра условия,
- в) блок вычисления ответов и создания подсказок.

В некоторых ситуациях бывает удобным разделять этот файл-конструктор на два отдельных файла. Один, отвечающий за представление условий, другой – ответов.

Следует отметить, что вид и тип учебной задачи естественно отражается на организации формы представления условия и ответов. Так, в некоторых случаях целесообразно формулировать условие в параметрической форме, тогда варианты задания будут задаваться таблицей параметров и таблицей ответов к ним. Иногда в условии задается графический объект (график функции и т.д.), тогда варианты заданий представляются в виде соответствующих графиков условий и графиков (или чисел) ответов и т.д.

Процедура генерирования вариантов задания осуществляется посредством генерации параметров. Для этого в файле-генераторе запускается команда «Calculate Worksheet» в меню «Math». При этом производится пересчет всего документа, при котором, следуя алгоритму ге-

нерации, меняются параметры. В результате получается новый вариант задания, так как в кадре шаблона задания параметры (в числовой, графической или символьной форме) приобретают новые значения.

Объектная связь MS Word и MathCad позволяет предложить следующий способ организации дидактических материалов. В дос-документ с помощью объектной связи вставляется файл-конструктор условия, точнее говоря, кадр шаблона задания; аналогичным способом вставляется кадр ответов и подсказок из файла ответов в новом окне (*блок формирования дидактических материалов на основе объектной связи*).

Новые варианты задания и ответы к ним могут быть получены по схеме:

- а) генерируем параметры в файле-генераторе, при этом они записываются в файл обмена данных;
- б) последовательно активизируем окна объектных вставок кадра условия и кадра ответов, вызывая пакет MathCad, при этом автоматически считываются данные из файла-обмена и вычисляются новые значения параметров;
- в) возвращаемся в Word, получив в результате новые дос-файлы, а затем сохраняем их в каталогах депозитария дидактических материалов.

Предложенная технология оказывается пригодной для создания базы данных вариантов задач с самыми разнообразными формами условий (графические задачи, параметрическая форма условий, тесты и т.д.).

Упомянем еще об одном участнике схемы – mcd-решателе задания. Файл-решатель создается обычно для реализации типового решения рассматриваемой учебной задачи. Имея естественно-математическую нотацию, такие файлы позволяют создавать «живые» решения заданий и методические указания к ним. При этом считывание данных для условия производится автоматически из файла данных. Таким образом, преподаватель получает возможность контролировать не только ответы, но и поэтапное решение задач.

Иногда бывает полезным открыть такой файл учащимся с тем, чтобы они могли проводить те или иные вычислительные эксперименты с условиями (например, строить контрпримеры или исследовать учебные гипотезы). С другой стороны, разработка самими учащимися файлов-решателей также может принести высокий обучающий эффект, так как для их конструирования и отладки необходимо овладеть не только навыками работы в MathCad, но и в достаточной степени знаниями из изучаемой предметной области. Высокая эффективность применения mcd-решателей достигается там, где при решении приходится выполнить большие вычисления, например, в задачах на приближенные вычисления или в математической статистике.

Отметим еще одну полезную особенность описанной технологии. Так, используя автоматизированное преобразование doc-файла в html, удастся формировать (или встраивать задания в уже существующие) web-ориентированные задачные учебно-информационные комплексы. С некоторыми из таких конструкций можно ознакомиться на сайте www.kubsu.ru/~mschool/.

В качестве иллюстрации рассмотрим некоторые примеры к теме «Приложения производных».

Задача 1 (рисунок 2).

Алгоритм генерации графиков функций к этой задаче можно организовать по следующей схеме (мы опишем ее в виде фрагмента документа-генератора системы MathCAD, эти фрагменты здесь и ниже выделены курсивом).

1-й шаг. Выбираем, исходя из физического смысла задачи, функции $\alpha = \alpha(t)$ (в нотации системы Mathcad), например, в виде

$$\theta_1(t) := a \cdot \exp(-b \cdot t);$$

$$\theta_2(t) := \frac{a}{t + b};$$

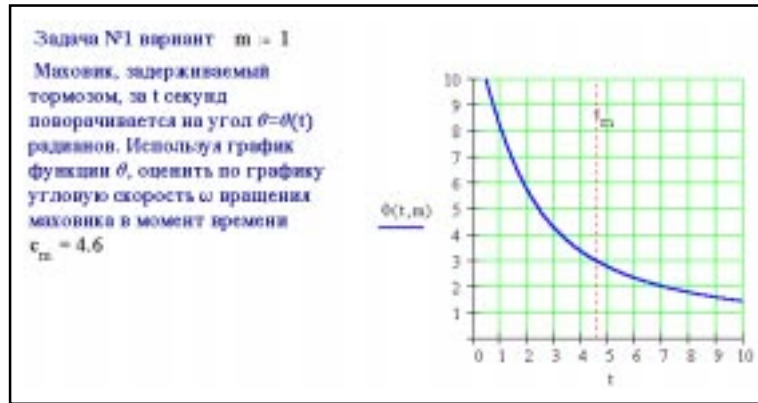


Рисунок 2.

$$\theta_3(t) := \left(\frac{\pi}{2} - a \tan(b \cdot t) \right) \cdot \frac{2}{\pi}.$$

2-й шаг. Задаем необходимое количество вариантов, например, $n := 10$ и последовательность номеров вариантов $k := 1 \dots n$.

3-й шаг. Задаем формулы генерации параметров в виде функций системы MathCad.

Например, формулы генерации параметров для функции вида $\alpha_1(t)$

$$a_{1k} := \text{ceil}(|\text{runif}(1,5,12)|)$$

$$b_{1k} := \frac{\text{ceil}(100 \cdot |\text{runif}(1,0.05,0.5)|)}{100};$$

Формула задания момента времени $t = c$

$$c_k := \frac{\text{ceil}(10 \cdot |\text{runif}(1,0.5,9)|)}{10}$$

Заметим, что, вообще говоря, построение алгоритма для генерации параметров – достаточно сложная задача, так как необходимо учитывать ограничения на область изменения параметров, их смысловой характер, исходя из сюжета условия, и ряд других факторов (некоторые подробности см. [5, 11]). В нашем примере все функции должны убывать к 0, должны быть положительными, а интервал изменения определяется «хорошим» видом искомого графика.

4-й шаг. Задаем случайный параметр выбора функции, например, формулой $i_k := \text{ceil}(\text{rnd}(3))$ и определяем, в зави-

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	12	7	12	8	11	11	20	17	11	19
2	0.53	0.11	2.11	1.34	0.33	0.55	1.23	1.62	2.47	1.62
3	3	1	3	3	1	3	2	2	3	2
4	4.6	7.7	4.4	8.9	6.8	2.2	7.7	4.8	0.8	5.4

Рисунок 3.

симости от его значения, вид функции и ее коэффициенты.

Формулы вычисления коэффициентов

$$a_k := \text{if}(i_k = 1, a1_k, \text{if}(i_k = 2, a2_k, a3_k))$$

$$b_k := \text{if}(i_k = 1, b1_k, \text{if}(i_k = 2, b2_k, b3_k))$$

Формулы задания вида функции

$$\theta(t, k) := \text{if} \left[i_k = 1, a_k \cdot \exp(-b_k \cdot t), \right.$$

$$\left. \text{if} \left[i_k = 2, \frac{a_k}{t + b_k}, \left(\frac{\pi}{2} - a \tan(b_k \cdot t) \right) \cdot \frac{2}{\pi} \cdot a_k \right] \right]$$

5-й шаг. Формируем матрицу параметров и записываем ее в файл данных. В нашем примере это файл b.txt в каталоге gendate на диске c (c:\gendate\b.txt). Для этого формируем массив количества данных l:=1..4 и матрицу данных.

$$B_{1,k} := a_k \quad B_{2,k} := b_k \quad B_{3,k} := i_k \quad B_{4,k} := c_k$$

Записываем в файл данных WRITEPRN(«c:\gendate\b.txt»)

5-й шаг. Формируем карточку задания, выдаваемую учащимся (рисунок 2).

Карточки задания могут быть получены вставкой в документ редактора Word через операцию «Объект» в подменю «Вставка» файла-конструктора условия. В данном случае он состоит из двух блоков:

1. Блок считывания данных и вычисления значения функции (далее фрагмент mcd-документа).

Считывание матрицы параметров V:=READPRN(«c:\gendate\B.txt») (рисунок 3).

Определяем количество вариантов через число столбцов B (n:=cols(B)).

Номера вариантов (номера столбцов в B) k:=1..n.

Номера строк в B l:=1..rows(B).

Вычисляем коэффициенты функции и параметры $a_k := B_{1,k}$ $b_k := B_{2,k}$ $i_k := B_{3,k}$ $c_k := B_{4,k}$

Задаем функцию по приведенной выше формуле.

2. Блок шаблона (кадра) условия (рисунок 2).

На рисунке 2 приведен первый вариант из 10 сгенерированных в файле-генераторе. Чтобы получить другой вариант, необходимо активизировать окно-вставку и изменить значение m.

3. Блок вычисления ответа и построения графика-подсказки (рисунок 4). Приведем фрагмент этого mcd-документа.

Вычисление вектора ответов:

$$\varpi(t, k) := \frac{d}{dt} \theta(t, k); \quad \Delta_k := \varpi(c_k, k); \quad \Omega := \Delta^T$$

Строка ответов:

Ω =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	-0.583	-0.33	-0.185	-0.048	-0.385	-1.563	-0.251	-0.412	-3.527	-0.386

График-подсказка для варианта: m = 1 (рисунок 4).

Уравнение касательной:

$$\tan g(x, m) := \theta(c_m, m) + \varpi(c_m, m) \cdot (x - c_m)$$

Приведем еще один пример генерации по указанной схеме задачи-теста из той же темы.

Задача 2.

На рисунке 5 схематически изображены графики зависимости от времени координаты X(t) и скорости v(t) материальной точки, движущейся по закону вдоль прямой. Необходимо указать, какому графику X(t) соответствует график v(t).

Ниже приводится фрагмент файла-генератора для создания вариантов тестов задачи 2.

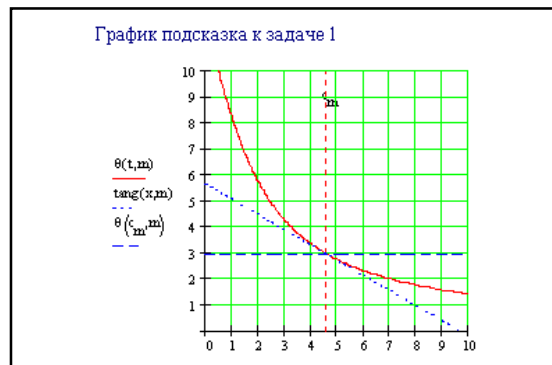


Рисунок 4.

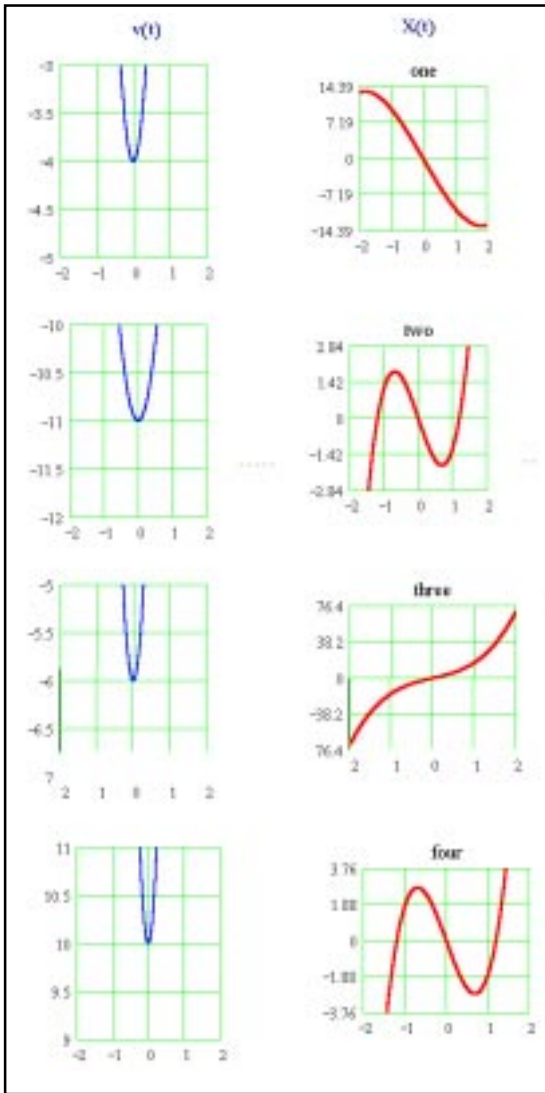


Рисунок 5.

Блок генерации параметров. Последовательность номеров трехчленов $i:=1\dots n$
 Индикатор выбора знака:
 $n(i):=\text{ceil}(\text{runif}(1,1,10))$

Формулы генерирования коэффициентов трехчлена:

$$a1_i := (-1)^{n(i)} \frac{\text{ceil}(10 \cdot a_i)}{10}$$

$$b1_i := (-1)^{n(i)+1} \frac{\text{ceil}(10 \cdot b_i)}{10}$$

Формирование случайных векторов:
 $a:=\text{runif}(4,1,10)$ $b:=\text{runif}(4,2,12)$

Вычисление коэффициентов:

Искомые трехчлены задаем в виде
 $f(x,i):=a1_i x^3 + b1_i x$.

$$\text{Их производные } F(x,i) := \frac{d}{dx} f(x,i)$$

На рисунке 5 в столбце $v(t)$ приведены графики $F(x,i)$, а в столбце $X(t)$ – графики $f(x,i)$. Графики перемешаны в случайном порядке. При этом перестановка графиков организуется на основе случайной перестановки координат вектора индексов функций u_i : $u_1:=1$; $u_2:=2$; $u_3:=3$; $u_4:=4$.

Выпишем подпрограмму, организующую такую перестановку в нотации MathCAD.

Вычисление первой координаты нового вектора индексов v
 $j:=\text{ceil}(\text{runif}(1,0,4))$, $v_1:=j$

Вычисление второй координаты нового вектора индексов v

$$C := \begin{cases} l \leftarrow \text{ceil}(\text{runif}(1,0,4)) \\ \text{while } l = j \\ l \leftarrow \text{ceil}(\text{runif}(1,0,4)) \\ l \end{cases}$$

$$v_2 := C$$

Вычисление третьей и четвертой координаты нового вектора индексов v осуществляется аналогично.

Теперь при построении графиков для $x(t)$ в шаблоне графика по вертикали указываются $f(x,i)$, а для $v(t)$ производные с

новыми индексами $F(x,v_i) := \frac{d}{dx} f(x,v_i)$

Например, см. рисунок 6.

Далее формируем блоки записи верного ответа:

$$M:=\text{augment}(u,v)$$

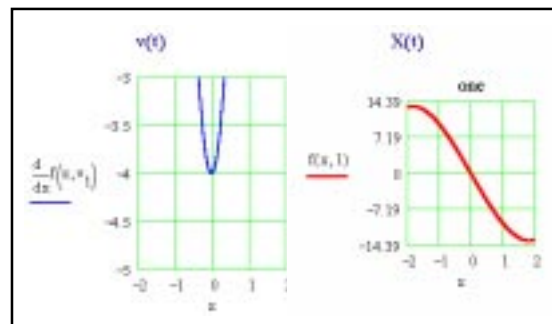


Рисунок 6.

Otv:=M^T
 WRITEPRN(«c:\gendate\otvkv.txt»)
 и блок считывания ответа:
 Otv:=READPRN(«gendate\otvkv.txt»)
 Матрица правильного ответа

$$Otv = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Отметим, что описанные файлы-генераторы непосредственно или с небольшой модификацией могут быть использованы и в других темах. Так, задача 1 может быть переформулирована как задача о построении касательной. Задача 2 может использоваться в теме «Первообразная» (соответствие между $v(t)$ и $x(t)$), а после замены $v(t)$ на $a(t)$ и, соответственно, в графиках первой производной на вторую, как тест об ускорении (свойства второй производной).

В заключение приведем задачу, в которой алгоритм генерации графиков построен на организации случайной комбинации выбора функций (линейной, квадратичной и кубической) над случайно заданными разбиениями $[a,b]$, $[b,c]$, $[c,d]$ отрезка $[a,d]$.

Задача 3.

На рисунке 7 приведен график функции $y=f(x)$. Изобразить схематично график ее производной.

Ответ приведен на рисунке 8.

В настоящее время на основе рассмотренной схемы разработаны комплексы заданий и дидактических материалов к ним по математическому анализу, теории вероятностей и математической статисти-

Литература.

1. Сливина Н.А. Универсальные математические пакеты в математическом образовании инженеров. Компьютер пресс № 8, 1997, с. 78–85.
2. Сливина Н.А. Профессиональные математические пакеты в образовании. Педагогические и информационные технологии в образовании. Электронный научно-методический журнал. Выпуск 2, 1999, http://scholar.urc.ac.ru:8002/LANG=ru/ped_journal/numero2/main.html.ru.
3. Рыжик В. Компьютерная математика Компьютерные инструменты в образовании, № 1, 1998 г.
4. Матвеева Т.А., Соболев А.Б., Машаров Б.И. Использование пакета MathCad в пре-

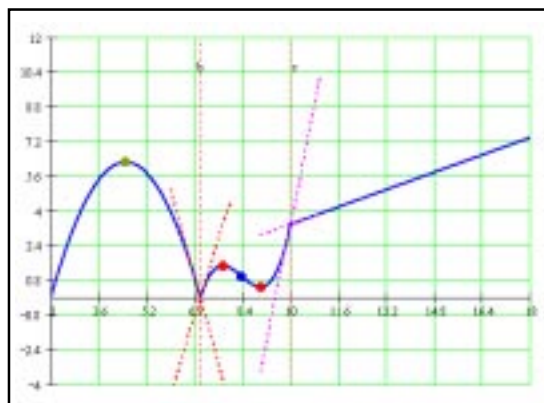


Рисунок 7.

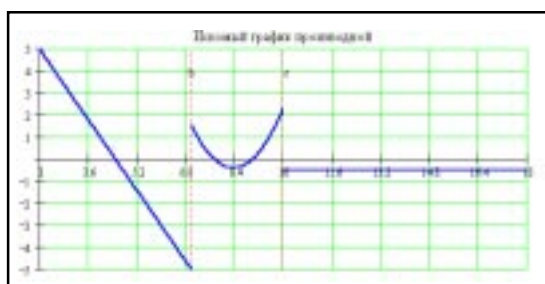


Рисунок 8.

ке, применении математических методов в экономике (спецкурс для старшеклассников, см. www.kubsu.ru/~mschool/).

Опыт разработки по описанной методике систем генерации индивидуальных заданий и их применения в педагогической практике в Кубанском госуниверситете, Кубанском Государственном технологическом университете, а также в математических классах краснодарской школы-гимназии № 4 позволяет заключить, что предлагаемая конструкция является эффективным инструментарием реализации образовательного потенциала компьютерных технологий.

- подавании высшей математики. Уральский государственный университет. Кафедра высшей математики. <http://www.riis.ru/PS/metod/ann-doc1.html>.
5. Грушевский С.П., Усатиков С.В. Опыт разработки и применения в курсе высшей математики компьютерных автоматизированных систем генерации вариативных индивидуальных заданий в сб. Современные технологии обучения и контроля. Краснодар: изд-во КубГТУ, 1998, с. 38–47.
 6. Очков В.Ф. Mathcad plus 8.0 для студентов и инженеров. М.: Компьютер Пресс, 1999, 522 с.
 7. Плисс А.И., Сливина Н.А. Matcad: математический практикум для экономистов и инженеров. Учебн. пособие. М.: Финансы и статистика, 1999, 656 с.
 8. Дьяконов В.П., Авраменко И.В. Mathcad 8 в математике, физике и в Internet. М.: «Нолидж», 1998, 352с
 9. Кудрявцев Е.М. Mathcad 8. ЛАЙТ Лтд, 2000, 320 с.
 10. Херхагер М., Партоллер Х. MathCAD 2000. Полное руководство. Издательство ВНУ-Киев, 2000, 416 с.
 11. Волков С.С., Грушевский С.П., Усатиков С.В. О генерации на ЭВМ типовых расчетов по дифференциальному исчислению курса высшей математики. Сб. Совершенствование подготовки специалистов в высшей школе. Краснодар: изд-во КубГТУ, 1996, с. 62–69.
 12. Грушевский С.П. Задачные дидактические конструкции при изучении математического анализа. В сб. Современные проблемы школьной и вузовской педагогики. Москва-Краснодар: изд-во АПСН (в печати).
 13. Грушевский С.П. Автоматизированные учебные системы генерации заданий как базовый компонент адаптивных дидактических конструкций в курсе математики. В сб. Материалы международной конференции «Современные технологии обучения», Санкт-Петербург: изд-во Санкт-Петербургского электротехнического университета, 1998, с.173–174.
 14. Грушевский С.П. Учебные web-сайты как средства информационного обеспечения задачных адаптивных конструкций при обучении математики. В сб. Научный сервис в сети Интернет: тезисы докладов Всероссийской научной конференции. М.: изд-во МГУ, 1999, с. 45–51.

*Грушевский Сергей Павлович,
доцент кафедры теории функций,
кандидат физ.-мат. наук,
Кубанский государственный
университет.*

НАШИ АВТОРЫ