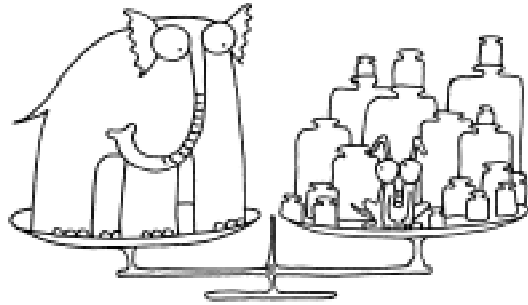


ЗАДАЧИ

Задача 1.

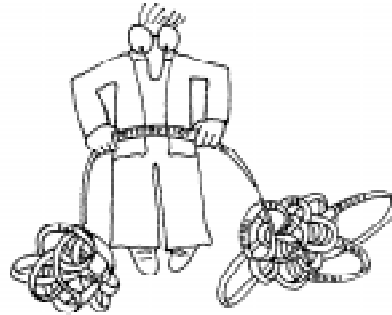
Уровень 1. Какой минимальный набор гирь вам понадобится, чтобы иметь возможность взвешивать любой вес от 1 до 200 кг?



Задача 2.

Перевести введенное число из десятичной системы в двоичную.

Уровень 1. Переведите число 1200 в двоичную систему.



Уровень 2.

Напишите программу.

Формат ввода:

Десятичная запись целого числа

Формат вывода:

Двоичная запись.

Пример.

Ввод:

13

Вывод:

1101

Задача 3.

Уровень 1. Попробуйте записать в двоичной системе счисления дробные числа $1/2$, $1/5$ и $1/3$ по аналогии с десятичной записью (0.5, 0.2 и 0.3(3)).

Задача 4.

Выяснить, делится ли введенное двоичное число (до 1000 знаков) на 7.



Уровень 1. Делится ли на 7 число

110000111101011010011?

Уровень 2. Напишите программу.

Формат ввода:

Число, в конце точка.

Формат вывода:

“Да” или “Нет”.

Пример.

Ввод:

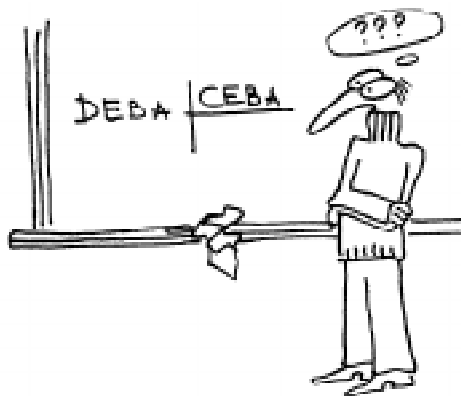
1101.

Вывод:

Нет

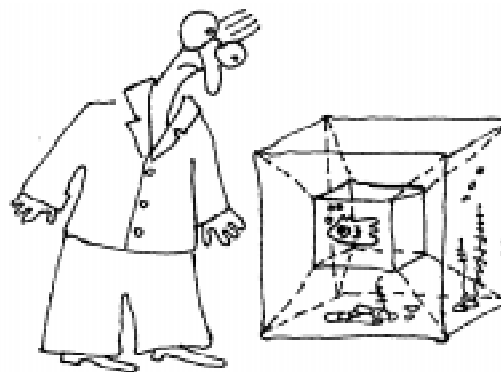
Задача 5.

Уровень 1. В десятичной системе счисления по сумме цифр числа мы можем определить его делимость на 3 и на 9. Почему? Что мы сможем сказать про делимость числа, если узнаем его сумму цифр в шестнадцатеричной системе счисления?



Задача 6.

В трехмерном пространстве задан куб с ребром длиной 1. Одна из вершин в точке с координатами (0,0,0), а противоположная с координатами (1,1,1).



Уровень 2. По двум введенным вершинам определить, находятся ли они на одном ребре куба или на одной его грани.

Формат ввода:

Первая вершина

Вторая вершина

Формат вывода:

Принадлежат/Не принадлежат одному ребру.

Принадлежат/Не принадлежат одной грани.

Пример.

Ввод:

001

010

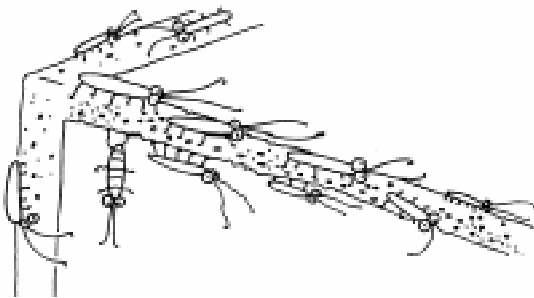
Вывод:

Не принадлежат одному ребру.

Принадлежат одной грани.

Задача 7.

По ребрам куба ползут тараканы. Все они ползут из вершины (000) в вершину (111) так, что каждый из них проползает при этом три ребра. Найти самое “истоптанное” ребро.



Уровень 2. Напишите программу.

Формат ввода:

Количество тараканов M

Путь первого таракана

Путь второго таракана

...

Путь M-того таракана

Путь определяется двумя промежуточными вершинами: первая вершина, пробел, вторая вершина (при этом нулевая вершина всегда (000), а третья – (111)).

Формат вывода:

Первая вершина ребра

Вторая вершина ребра

Пример.

Ввод:

4

100 110

010 110

010 011

001 011

Вывод:

000

010

Задача 8а.

Уровень 1. Существует множество задач про рыцарей и лжецов. (В таких задачах речь идет о бинарных вопросах. То есть о вопросах, на которые отвечают либо “Да” либо “Нет”.) Вот одна из них.

В стране рыцарей живут только рыцари, которые, естественно, говорят только правду. А в стране лжецов всегда лгут. Как, задав прохожему только один вопрос, определить – в какой из этих двух стран вы находитесь?



Задача 8б.

Уровень 1. Придумайте вопрос, на который невозможно ответить неправду.

Задача 8в.

Уровень 1. Постройте отрицание фразы: “У любого уважающего себя дворника не валяется ни одной соринки”.

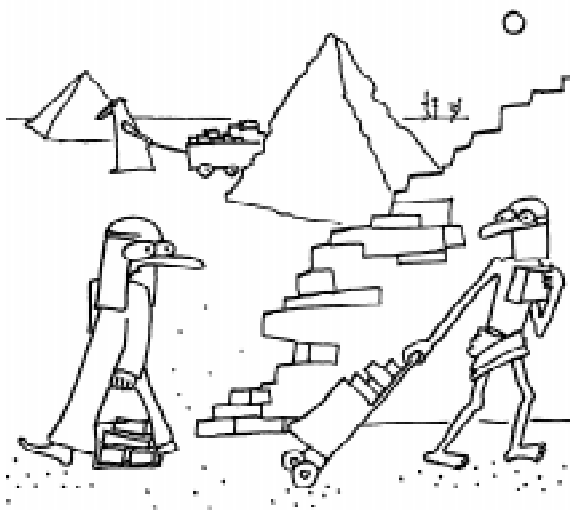


Задача 9.

Игра “Ним”.

Несколько (до 100) камней разложены в три кучки. Игроки по очереди забирают один или несколько камней из любой кучки (но не из нескольких сразу!). Выигрывает тот, кто берет последний камень.

Полный анализ этой игры (для любого числа камней и любого числа кучек) сделал в 1901 году Чарлз Л. Бутон, профессор математики Гарвардского университета, который и дал ей название “Ним” от устаревшей формы английских глаголов “стянуть”, “украсть”.



Идею анализа можно объяснить, используя двоичные записи количества камней в кучках. Возьмем для примера $x=011$ (3 камня), $y=100$ (4 камня), $z=101$ (5 камней).

Применим к этим наборам операцию “исключающее или”: $x \text{ XOR } y \text{ XOR } z$. (В нашем примере результат равен 010.)

Стратегия выигрыша такова: игрок должен взять столько камней, чтобы результат вычисления состоял из одних нулей. (В нашем примере это получится, если из первой кучки взять 2 камня; тогда новые значения x, y, z будут 001, 100, 101 соответственно, а $x \text{ XOR } y \text{ XOR } z = 000$).

Уровень 1. Придумайте алгоритм выигрышной игры второго игрока, если в кучках лежит 3, 4 и 5 камней, и первый своим ходом берет 4 камня из последней кучки.

Уровень 2. Выясните, существует ли выигрышный ход в любой заданной игровой ситуации. Если существует, то найдите его.

Формат ввода:

Количество камней в первой кучке.
Количество камней во второй кучке.
Количество камней в третьей кучке.

Формат вывода:

Выигрышный ход существ./не существ.
Если существует:
Номер кучки
Количество взятых камней.

Пример.

Ввод:

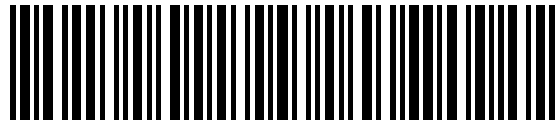
0
1
5

Вывод:

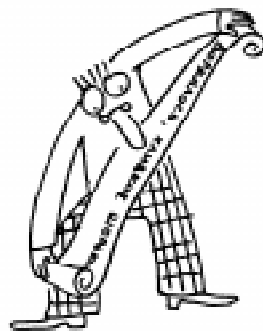
Выигрышный ход существует
3
4

Задача 10.

Уровень 1. Расшифруйте текст, записанный штриховым кодом в кодировке 3 из 9.



Уровень 2. Нужно расшифровать



длинное секретное донесение. Таблица кодировки неизвестна, зато известно, что каждый символ закодирован семью битами.

Обычно в таких случаях поступают следующим образом. Берут обычный “среднестатистический” текст (например, из какого-нибудь литературного произведения) и подсчитывают –

сколько раз встречается каждый символ (включая пробелы и знаки препинания).

Далее мы делаем предположение, что в закодированном тексте символы встречаются с той же частотой и декодируем его.

Напишите программу, декодирующую текст. Обычный текст находится в файле `common.txt`. Закодированный текст находится в файле `secret.cod`. Его следует расшифровать и вывести в файл `secret.txt`.

Задача 11.

Имеется прямоугольная решетка $N \times N$. Мы идем по ней из левого нижнего угла в правый верхний. Можно идти либо вверх, либо вправо (рисунок 1).

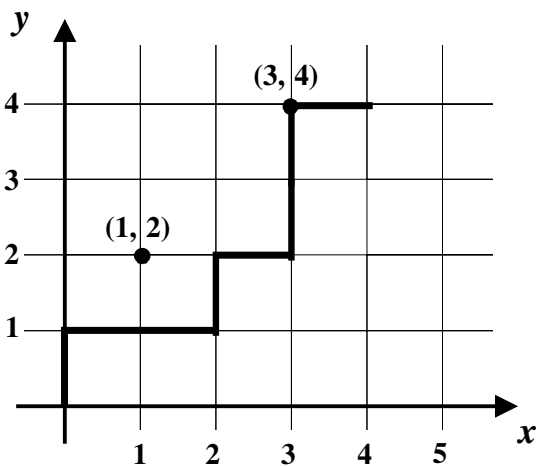


Рисунок 1. Путь 10010110.

Если мы идем вправо, то пишем ноль, а если вверх, то единицу. Таким образом мы записываем наш путь.

Имеется запись пути. Нужно по ней определить – проходит ли путь через точку с координатами x и y .

Уровень 1. Проходит ли путь 00101101 (в решетке 4×4) через точку $(2, 3)$.

Уровень 2. Напишите программу.

Формат ввода:

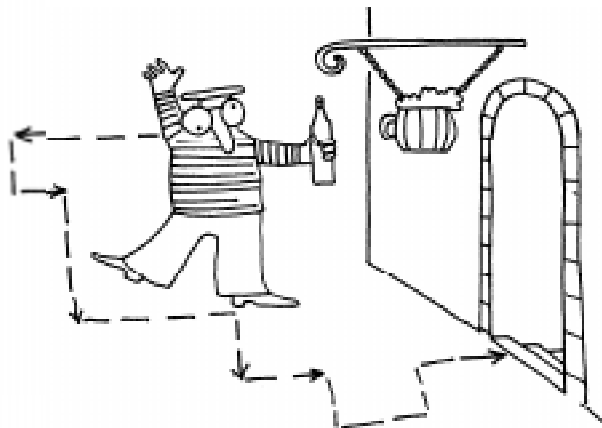
Запись пути

Координата x

Координата y

Формат вывода:

Проходит/Не проходит



Пример.

Ввод:

01010101

2

2

Вывод:

Проходит

Задача 12.

Прямоугольная решетка $N \times N$ поставлена вертикально на один из своих углов (рисунок 2). Некоторые клеточки перечеркнуты. В верхнюю клетку время от времени кладут мячик. Мячик катится по решетке либо направо, либо налево. При этом он не может закатиться в перечеркнутые клетки. Если мячику некуда катиться, то он останавливается, и после этого в эту клетку больше никакой мячик попасть не может.

Требуется определить, – докатится ли какой-нибудь мячик до самого низа.

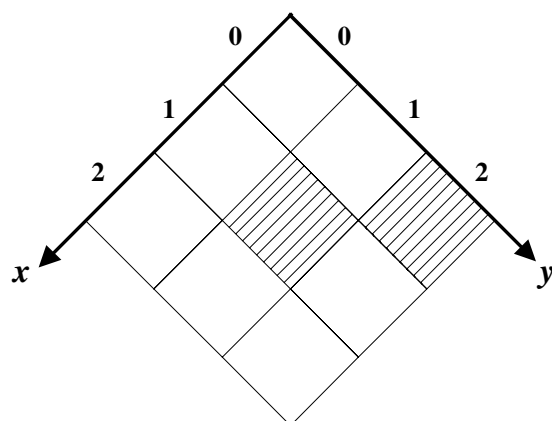
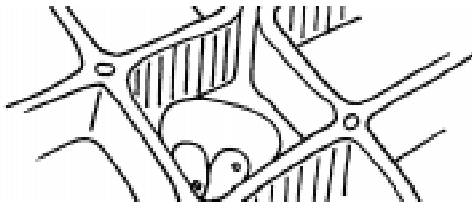


Рисунок 2.

Уровень 1. Сформулируйте условие для решетки, при котором когда-нибудь один из мячиков докатится до нижней клетки.



Уровень 2. Напишите программу.

Формат ввода:

Число N
 Количество перечеркнутых клеток M
 Координаты первой перечеркнутой клетки через пробел.
 Координаты второй перечеркнутой клетки
 ...
 Координаты M-ой перечеркнутой клетки
Формат вывода:
 Докатится/Не докатится

Пример.

Ввод:

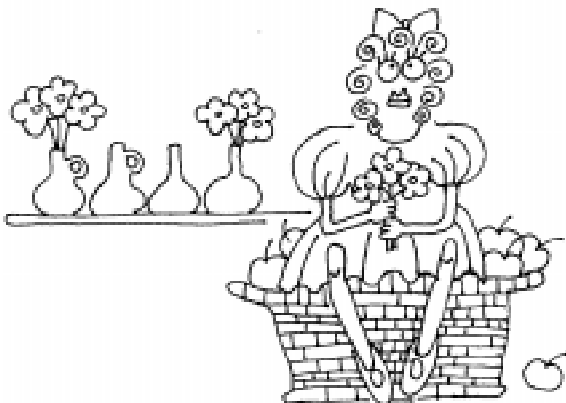
3
 2
 0 2
 1 1

Вывод:

Докатится

Задача 13.

Мальвина играет в интересную игру. Перед ней на окошке стоят несколько разноцветных ваз. В некоторых из них



находятся букеты цветов. Мальвина может либо поставить новый букет в пустую вазу, либо из одной вазы вынуть букет и подарить Буратино. Если при этом получается новая комбинация букетов в вазах то Мальвина получает от папы Карло яблоко. Если такая комбинация уже встречалась, то игра кончается. Как Мальвине набрать побольше яблок?

Уровень 1. Имеется четыре вазы. В первой из них стоят цветы. Сколько яблок удастся заработать Мальвине?

Уровень 2. В заданной ситуации заработать как можно больше яблок.

Операции описываются следующим образом: “Ставим букет в вазу № 4” или “Вынимаем букет из вазы № 1”. Нумерация ваз начинается с нуля.

Формат ввода:

Количество ваз $n \leq 10$
 Количество полных ваз m
 номер 1-ой полной вазы
 номер 2-ой полной вазы
 ...
 номер m-ой полной вазы

Формат вывода:

Количество операций k
 Описание первой операции
 ...
 Описание k-той операции

Пример.

Ввод:

2
 1
 1
 3

Вывод:

Ставим букет в вазу № 0
 Вынимаем букет из вазы № 1
 Вынимаем букет из вазы № 0

Задача 14.

В математической библиотеке все книжки имеют шестизначные номера. Появилась новая книжка и нужно дать ей номер. Математики народ великий и безалаберный, поэтому такими мелкими вещами, как составление каталогов, они не занимаются. Требуется найти наимень-

ший из номеров, который не принадлежит ни одной книжке. При этом не нужно сортировать книги по номерам, потому что они отсортированы по тематике. Можно просмотреть книги по очереди не более двадцати раз. Опишите алгоритм – как найти номер для новой книжки. При этом не хватит памяти для запоминания номеров всех книг.



Формат ввода:

Количество книг в М.
Номер первой книжки.
Номер второй книжки.
...
Номер m-той книжки.

Формат вывода:

Номер новой книжки.

Пример.

Ввод:

3
004685
000001
456790

Вывод:

000000

Задача 15.

Уровень 1. Выполните упражнения, сформулированные по ходу изложения материала занятия.