



ИНТЕГРАТИВНЫЕ СЮЖЕТЫ КАК СПОСОБ СГЛАЖИВАНИЯ БАРЬЕРА МЕЖДУ ШКОЛЬНОЙ И ВУЗОВСКОЙ МАТЕМАТИКОЙ*

Лавренов А. В.¹, аспирант, ✉ avlavrenov@etu.ru, orcid.org/0009-0002-7659-5162

¹Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, 5, корп. 3, 197022, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация

В статье рассмотрены возможности интеграции информатики с математикой с целью повторения важных идей школьного курса математики и в то же время введения новых понятий вузовского курса. Предложенный подход базируется на использовании инструментов динамической геометрии, а также соединения геометрических представлений с аналитическими. Изложение теоретических соображений сопровождается их иллюстрацией на примере изучения темы «Метод наименьших квадратов».

Ключевые слова: компьютерные инструменты, адаптационный курс, интегративный сюжет.

Цитирование: Лавренов А. В. Интегративные сюжеты как способ сглаживания барьера между школьной и вузовской математикой // Компьютерные инструменты в образовании. 2023. № 3. С. 101-108. doi:10.32603/2071-2340-2023-3-101-108

1. ВВЕДЕНИЕ

Актуальной проблемой, стоящей перед кафедрами математики технических вузов, является проблема адаптации бывших школьников к новым условиям обучения [1–3], так как недостатки в освоении математики влияют на освоение специальных дисциплин [4–6].

Одним из путей сглаживания барьера между школьной и вузовской математикой является организация дополнительных занятий по школьной математике, которую ведут преподаватели вузов [7–10]. С этой точки зрения проблема рассматривалась, например, в Национальном исследовательском Мордовском государственном университете им. Н. П. Огарева. Исходя из анализа результатов опроса преподавателей Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова-Ленина, Казанского национального исследовательского технического университета, Тверского государственного университета, а также представителей Саарского университета

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-29-14141: изучение взаимосвязи концептуальных математических понятий, их цифровых представлений и смыслов как основы трансформации школьного математического образования.

(Германия), Технологического университета Тампере (Финляндия) и Лионского университета Клода Бернара (Франция), были сделаны следующие выводы [относительно выравнивающих курсов по математике для студентов естественнонаучных и инженерных направлений и специальностей]: «... объемы «школьного» материала, подлежащего повторению или изучению, достаточно велики. ... параллельно с выравнивающими курсами студенты изучают вузовскую программу; чем быстрее закончится «выравнивание», тем быстрее она будет восприниматься в полном объеме» [11].

Таким образом, традиционные дополнительные занятия отодвигают начало эффективного изучения вузовских курсов математики. Для решения этой проблемы предложен другой способ адаптации бывших школьников к обучению в техническом вузе. В проведенном в 2022 году педагогическом эксперименте вместо занятий по повторению школьного материала были проведены занятия по некоторым темам курса высшей математики. Новые занятия были призваны решить следующие педагогические задачи:

- 1) ввести в курс математики идеи теоретической информатики с тем, чтобы заинтересовать школьников новой интерпретацией как известных им понятий, так и новых идей, вводимых в экспериментальном курсе;
- 2) использовать межпредметные связи между алгеброй, геометрией и математическим анализом с тем, чтобы студент увидел новые идеи с различных сторон, в разных интерпретациях и на разных «математических языках»;
- 3) ввести эксперимент в изучение новых идей посредством использования различных компьютерных инструментов.

2. ПРИМЕР ИНТЕГРАТИВНОГО СЮЖЕТА

Рассмотрим содержание одного из 10 занятий, проведенных в рамках педагогического эксперимента. Сюжет этого занятия связан со следующими вопросами курса математического анализа: системы линейных уравнений, метод наименьших квадратов, векторы на плоскости и в пространстве, нормали к плоскости, проекция вектора на подпространство.

Перед тем, как перейти к изложению метода наименьших квадратов, проводится компьютерный эксперимент с динамической математикой по минимизации функции, характеризующей удаленность точки плоскости от концов заданного отрезка. Первая функция — сумма взвешенных расстояний от точки плоскости до концов заданного отрезка. Другая функция — сумма взвешенных квадратов расстояний от точки плоскости до концов заданного отрезка.

В результате экспериментов акцентируются следующие результаты:

- 1) первая функция будет достигать наименьшего значения для всех точек заданного отрезка (рис. 1);
- 2) для второй функции минимальное значение будет достигаться в единственной точке, в которой отношение отрезков AW и WB обратно пропорционально весам k_1 и k_2 (рис. 2).

После эксперимента предлагается обсудить решение системы трех линейных уравнений с двумя неизвестными, которая не имеет решения в обычном смысле.

$$\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 2x = 3, \\ x + y = -2. \end{cases}$$



Рис. 1

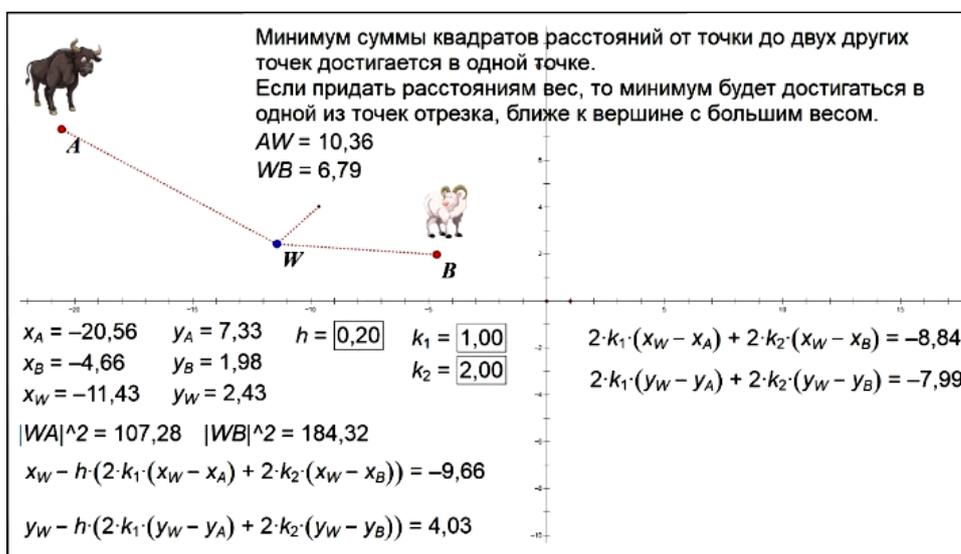


Рис. 2

Действительно, из второго уравнения получаем $y = 1,5$, тогда из первого $x = -2$. Подставляя в третье, получим противоречие $-0,5 = -2!!!$ Однако можно поставить задачу по другому: то есть минимизировать сумму квадратов разностей между левой и правой частями каждого уравнения.

После постановки задачи был проведен следующий эксперимент в динамической математике. Задавалась точка $A(x, y)$ с переменными координатами, которые трактовались как решение системы уравнений. Также задавалась функция:

$$f(x) = (2x + y - 1)^2 + (2x - 3)^2 + (x + y + 2)^2,$$

зависящая от координат этой точки и определяющая сумму квадратов разностей между левой и правой частями каждого уравнения.

Рассмотрим плоскость, проходящую через векторы \vec{A} и \vec{B} . Если вектор \vec{C} не лежит в плоскости, то необходимо минимизировать разность между вектором \vec{C} и суммой векторов $\vec{A} \cdot x$ и $\vec{B} \cdot y$. Вектор разности будет иметь минимальную длину тогда, когда он будет перпендикулярен плоскости. Таким образом, необходимо найти проекцию вектора \vec{C} на плоскость, которую задают вектора \vec{A} и \vec{B} . Тогда решением нашей задачи будут такие значения x и y , при которых сумма векторов $\vec{A} \cdot x$ и $\vec{B} \cdot y$ и равна искомой проекции. После вычислений акцентируем внимание на том, что получаем тот же самый результат, что и при применении алгебраического подхода.

В заключение занятия проводится еще один эксперимент с динамической математикой, коррелирующий с предыдущими экспериментами. Экспериментально решается задача о поиске точки, сумма расстояний которой до вершин треугольника минимальна.

3. ДИСКУССИЯ

Понятие зоны ближайшего развития, введенное Л. С. Выготским, подразумевает набор определенных задач, которые ребенок не может решить самостоятельно, но способен справиться совместно со взрослым. Современные исследователи полагают, что данное понятие может относиться не только к детскому, но и к любому другому возрасту [12, 13]. Одной из определяющих задач курса является связь между базовыми понятиями школьного курса и ключевыми идеями начальных курсов математического анализа, алгебры и геометрии. В школе изучают системы, в которых количество уравнений совпадает с количеством неизвестных. В рамках курса предлагалось решить необычную задачу — систему трех линейных уравнений с двумя переменными. В ходе выполнения возникла проблема: система не имеет решения в том понимании, которое закладывается в школе. В школьной программе обычно не говорят про функции двух переменных, но встречаются задания, где функции одной переменной содержат константы. Считая поочередно, что одна переменная константа, вводится понятие частных производных, опираясь на школьные знания. Приравнивая производные нулю, система трех уравнений была сведена к системе двух уравнений, которая имеет решение. Таким образом, понятие «решение системы уравнений» было расширено на случай «приближенного» решения, когда уравнений больше, чем переменных. В школе изучаются векторы на плоскости и в пространстве. Разобранная задача по нахождению проекции вектора на подпространство, заданное двумя другими векторами, по требуемым техническим умениям не выходит за рамки школьной программы, то есть попадает в зону ближайшего развития. В то же время наличие другой — аналитической — интерпретации, позволяет ввести новую идею — метод наименьших квадратов. Роль информатики здесь проявляется в использовании компьютерных экспериментов. Экспериментальное сравнение двух различных функций для измерения расстояний (модуля и квадрата) показывает, почему квадратичная функция удобнее модуля (длины отрезка).

4. ВЫВОД

Использование интегративного сюжета, основанного на динамической компьютерной модели, и демонстрация различных интерпретаций одного и того же математического понятия с точки зрения математического анализа, алгебры, геометрии и информатики позволяют студенту по-новому увидеть изучаемый материал и ликвидировать ба-

рьер между его школьным и вузовским представлениями. На основании теоретического анализа и педагогического эксперимента можно сделать следующие выводы:

- 1) курс повторения школьного материала можно базировать на на новой интерпретации известных студентам понятий и имеющихся умений;
- 2) в курсе повторения целесообразно использовать межпредметные связи между алгеброй, геометрией и математическим анализом; это позволяет без введения новых сущностей укрепить связи между уже имеющимися знаниями;
- 3) введение компьютерных инструментов позволяет сопроводить новые идеи экспериментом, для которого в вузовском курсе обычно не хватает времени.

Список литературы

1. Гребенев И. В., Ермолаева Е. И., Круглова С. С. Математическая подготовка абитуриентов — основа получения профессионального образования в университете // Наука и школа. 2012. № 6. С. 27–30.
2. Шашкина М. Б., Табинова О. А. Проблемы реализации преемственности математической подготовки в школе и вузе // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2013. № 4 (26). С. 128–132.
3. Agustin M. Z. N., Agustin M. A. Algebra and precalculus skills and performance in first-semester calculus // International Journal of Case Method Research & Application. 2009. Vol. 21, is. 3. P. 232–236.
4. Bardelle C., Di Martino P. E-learning in secondary–tertiary transition in mathematics: for what purpose? // ZDM — International Journal on Mathematics Education. 2012. Vol. 44, is. 6. P. 787–800. doi:10.1007/s11858-012-0417-y
5. Di Martino P., Gregorio F. The mathematical crisis in secondary–tertiary transition // International Journal of Science and Mathematics Education. 2019. Vol. 17, is. 4. P. 825–843.
6. Geisler S., Rolka K. Affective variables in the transition from school to university mathematics // Proceedings of INDRUM 2018 Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, Kristiansand, Norway, April 5–7. 2018. P. 507–516.
7. Гридчина В. Б., Осипова Л. А. Методические особенности организации выравнивающего курса математики для бакалавров направления Прикладная математика и информатика // Вестник ТГПУ. 2018. Т. 7. № 196. С. 168–173. doi:10.23951/1609-624X-2018-7-168-173
8. Кочеткова Т. О., Кытманов А. А. Адаптационный курс математики в университете — назад в будущее // Вестник КГПУ им. В. П. Астафьева. 2016. № 2 (36). С. 60–63.
9. Мамаева Н. А. О преемственности математического образования при переходе из школы в технический вуз // Вестник Астраханского гос. техн. ун-та. 2011. № 1 (51). С. 73–78.
10. Степкина М. А., Байгушева И. А. О готовности первокурсников к изучению математики в вузе // Преподаватель XXI век. 2016. № 4. С. 211–219.
11. Сыромясов А. О., Егорова Д. К., Козлов М. В., Чучаев И. И., Федосин С. А. Выравнивающие курсы по математике для студентов естественнонаучных и инженерных направлений специальностей // Образовательные технологии и общество. Казань: Изд-во Казанского нац. иссл. технол. унив., 2017. Т. 20. № 1. С. 393–399.
12. Позина М. Б. Зона ближайшего развития: коррекция самооценки в осознании непонимания. Интернет ресурс: <http://www.nesterova.ru>
13. Марков В. Н. Профессиональный потенциал в зоне ближайшего профессионального развития // Акмеологическое исследование потенциала, резервов и ресурсов человека. М., 2005.

Поступила в редакцию 12.06.2023, окончательный вариант — 20.07.2023.

Лавренов Андрей Валерьевич, аспирант, ассистент кафедры алгоритмической математики СПбГЭТУ «ЛЭТИ», ✉ avlavrenov@etu.ru

Computer tools in education, 2023

№ 3: 101–108

<http://cte.eltech.ru>

doi:10.32603/2071-2340-2023-3-101-108

Integrative Scenarios as a Way of Smoothing the Barrier Between School and University Mathematics

Lavrenov A. V.¹, Postgraduate, ✉ avlavrenov@etu.ru, orcid.org/0009-0002-7659-5162

¹Saint Petersburg Electrotechnical University,
5, building 3, st. Professora Popova, 197022, Saint Petersburg, Russia

Abstract

The article discusses possibilities of integrating concepts of informatics and mathematics in order to repeat important ideas of a school mathematics course and, at the same time, to introduce new concepts into a university course. The proposed approach is based on the use of dynamic geometry tools, as well as the combination of geometric and analytical representations. The presentation of theoretical considerations is accompanied by their illustration using the example of studying the Least Squares Method.

Keywords: *computer tools, adaptation course, integrative story.*

Citation: A. V. Lavrenov, "Integrative Scenarios as a Way of Smoothing the Barrier Between School and University Mathematics," *Computer tools in education*, no. 3, pp. 101-108, 2023 (in Russian); doi: 10.32603/2071-2340-2023-3-101-108

References

1. I. V. Grebenev, E. I. Ermolaeva, and S. S. Kruglova, "Mathematical preparation of prospective students as the basis of professional education at the university," *Science and School*, no. 6, pp. 27–30, 2012 (in Russian).
2. M. B. Shashkina, O. A. Tabinova, "Problems of implementation of succession of mathematical training in schools and universities," *The bulletin of the Krasnoyarsk State Pedagogical University after V.P Astafyevno*, 4(26), pp. 128–132, 2013 (in Russian).
3. M. Z. N. Agustin and M. A. Agustin, "Algebra and precalculus skills and performance in first-semester calculus," *International Journal of Case Method Research & Application*, vol. 21, no. 3, pp. 232–236, 2009.
4. C. Bardelle and P. Di Martino, "E-learning in secondary–tertiary transition in mathematics: for what purpose?," *ZDM — International Journal on Mathematics Education*, vol. 44, no. 6, pp. 787–800, 2012; doi:10.1007/s11858-012-0417-y
5. P. Di Martino and F. Gregorio, "The mathematical crisis in secondary–tertiary transition," *International Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 17, no. 4, pp. 825–843, 2019; doi:10.1007/s10763-018-9894-y
6. S. Geisler and K. Rolka, "Affective variables in the transition from school to university mathematics," in *Proc. of INDRUM 2018 Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, Kristiansand, Norway, April 5–7, 2018*, pp. 507–516, 2018.
7. V. B. Gridchina and L. A. Osipova, "Methodical Features of the Leveling Course Organization of Mathematics For Bachelors of 'Applied Mathematics and Informatics,'" *Tomsk State Pedagogical University Bulletin*, no. 7, pp. 168–173, 2018 (in Russian); doi:10.23951/1609-624x-2018-7-168-173

8. T. O. Kochetkova and A. A. Kytmanov, "The adaptation course of mathematics at university — back to the future," *The bulletin of the Krasnoyarsk State Pedagogical University after V. P. Astafyevno*, 2(36), pp. 60–63, 2016 (in Russian).
9. N. A. Mamaeva, "On the continuity of mathematical education in the transition from school to technical university," *Vestnik of Astrakhan State Technical University*, vol. 1(51), pp. 73–78, 2011 (in Russian).
10. M. A. Stepkina and I. A. Baygusheva, "First-year students' readiness to the study of mathematics in higher education institutions," *Prepodavatel XXI vek*, no. 4, pp. 211–2019, 2016 (in Russian).
11. A. O. Syromyasov, D. K. Egorova, M. V. Kozlov, I. I. Chuchaev, and S. A. Fedosin, "Leveling courses in mathematics for students of natural sciences and engineering specialties," *Educational Technology & Society?* vol. 20, no. 1, pp. 393–399, 2017 (in Russian).
12. M. B. Pozina, "Zone of proximal development: correction of self-esteem in the awareness of misunderstanding," in *Psychology at school: zone of proximal development: Proceedings of the VII Annual Scientific and Practical Conference*, vol. 1, 2002 (in Russian).
13. V. N. Markov, "Professional potential in the zone of immediate professional development," in *Acmeological study of human potential, reserves and resources*, Moscow: RAGS, pp. 75–78, 2005 (in Russian).

Received 12-06-2023, the final version — 20-07-2023.

Andrey Lavrenov, Postgraduate, Assistant of the Algorithmic Mathematics Department, Saint Petersburg Electrotechnical University, ✉ avlavrenov@etu.ru