



ВНЕДРЕНИЕ НОВЫХ ОБЛАСТЕЙ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННОЕ ИНЖЕНЕРНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ НА ПРИМЕРЕ ТРОПИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ

Казакевич В. Г.¹, старший преподаватель, ✉ sokratt@gmail.com,
orcid.org/0000-0002-3150-2105

Колоницкий С. Б.¹, канд. физ.-мат. наук, доцент, sergey.kolonitskii@gmail.com,
orcid.org/0000-0002-0535-0582

Толкачёва Е. А.¹, канд. физ.-мат. наук, доцент, eatolkacheva@etu.ru,
orcid.org/0000-0002-0552-7245

¹ Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, 5, корп. 3, 197022, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация

В настоящей работе рассматривается разрабатываемая схема внедрения нового научного направления в учебный процесс на примере внедрения направления «Тропическая математика» на факультете компьютерных технологий и информатики СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

Ключевые слова: современное инженерное образование, тропическая математика.

Цитирование: Казакевич В. Г., Колоницкий С. Б., Толкачёва Е. А. Внедрение новых областей математики в современное инженерное образование на примере тропической математики // Компьютерные инструменты в образовании. 2023. № 2. С. 79–88. doi: 10.32603/2071-2340-2023-2-79-88

1. ВВЕДЕНИЕ

Большинство результатов, излагаемых в технических вузах в общеобразовательных математических курсах (алгебра, анализ), были получены в XVIII–XIX веках и введены в учебный и практический оборот тогда же. В этом смысле дискретная линейка курсов, выстроенная в СПбГЭТУ «ЛЭТИ» («Дискретная математика и теоретическая информатика», «Комбинаторика и теория графов», «Математическая логика и теория алгоритмов») — приятное исключение: многие результаты, излагаемые в этих курсах, относятся ко второй половине XX и даже к XXI веку. Однако вопрос ознакомления студентов с современным состоянием математики и актуальных для них (студентов) ее приложений — вопрос очень острый. Для развития прикладных направлений, скорейшего введения новых идей в инженерную практику важно внедрять в учебный процесс знакомство с современными научными направлениями. Это внедрение сталкивается с множеством препятствий: начиная с того, что количество учебных часов ограничено и заканчивая некоторой консервативностью системы образования. В 2019 году на

кафедре алгоритмической математики СПбГЭТУ «ЛЭТИ» (далее — кафедра АМ) начата разработка педагогических технологий по введению новых актуальных математических идей в высшее профессиональное образование. Новое научное направление, которое можно внедрять в учебный процесс в техническом вузе, должно отвечать ряду требований:

1. Преимущество имеют достаточно молодые научные области: более низкий входной порог, есть простые нерешенные задачи.
2. Область должна быть актуальной для наших студентов как для будущих специалистов: то есть должна иметь достаточно много приложений, актуальность которых очевидна (а в идеале — на слуху даже у неспециалистов) и легко подтверждается примерами. Это, кстати, во многом решает и вопрос с мотивацией студентов.
3. Область должна быть включена в контекст, в котором находятся студенты, в первую очередь — в учебный и профессиональный, то есть опираться на ранее изученное, перекликаться с изучаемым параллельно и иметь выходы на будущую профессиональную деятельность. В идеале нужен целый веер возможностей: начиная от чисто прикладного использования в индустрии для тех, кому это потребуется только как один из возможных профессиональных инструментов, и заканчивая возможностью работать в соответствующем научном направлении — для тех, кто этого захочет.
4. Во внедряемой области должны быть специалисты, готовые к сотрудничеству с вузом. Внедрение нового направления, естественно, означает необходимость вырастить тех, кто будет преподавать. Удачным вариантом центра кристаллизации для такого процесса нам видится сотрудничество с крупными учеными: очевидно, привлекать их к обучению начинающих это все равно, что забивать гвозди микроскопом. А вот помочь в подборе источников, прочесть вводный курс для преподавателей, курировать семинар и осуществлять научное руководство желающими (включая сотрудников) — это хороший вариант.

Тропическая математика была выбрана нами как идеально соответствующая всем перечисленным выше критериям. Область молодая (первый пик развития соответствующих идей относится к 1990-м годам, следующий — к началу 2000-х). Необходимые предварительные сведения, а также соответствующая математическая база по силам хорошим студентам, особенно тем, кто внимательно слушал курсы алгебры и алгебраических структур. Для иллюстрации актуальности тропической математики достаточно произнести слово «нейросети». И это же слово способствует включению студентов в соответствующий контекст — вместе со знакомыми по другим курсам словами, начиная с самых простых — «полукольцо» и «кусочно-линейная функция». Студентам, уже прослушавшим курс теории графов, в качестве релевантного и сильного мотивирующего примера прекрасно подходит задача поиска кратчайших путей в графе, которая очень компактно и даже изящно формулируется в тропических терминах. В качестве представителей соответствующего научного направления были привлечены д. ф.-м.н. профессор Д. Ю. Григорьев и к. ф.-м.н. доцент Н. Н. Васильев. Также на кафедре была сформирована группа сотрудников, планирующих научную деятельность в области тропической математики.

2. СВЯЗ ТРОПИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ И НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Базовая алгебраическая структура тропической математики — тропическое полукольцо (полуполе). Рассмотрим множество $\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$, на котором введены две

бинарные операции: тропическое сложение $a \oplus b := \min\{a, b\}$ и тропическое умножение $a \odot b := a + b$ (заметим, что в качестве тропического сложения можно также рассматривать выбор максимума из двух чисел). Для структуры $(\mathbb{R}, \oplus, \odot)$ выполнены все аксиомы кольца (и, более того, поля) за исключением обратимости сложения — такая структура называется полукольцом (полуполем) соответственно. Над тропическим полукольцом имеет смысл рассматривать аналоги различных алгебраических объектов (в частности, матриц, многочленов, дробно-рациональных функций), а также объектов геометрических (например, предмногообразий и многообразий).

С точки зрения приложений тропической математики в силу специфики нашей аудитории основной интерес представляют тропические дробно-рациональные функции, класс которых есть класс непрерывных кусочно-линейных функций. Аппарат тропической математики предоставляет удобные и эффективные инструменты для работы с данным классом функций. Некоторые популярные типы нейронных сетей (например, ReLU, Leaky ReLU, MaxOut) представляют собой кусочно-линейные функции, параметры которых должны быть определены в ходе обучения. Тем самым, перечисленные классы нейронных сетей естественно и эффективно изучать при помощи методов тропической математики. С другой стороны, заметим, что непрерывные кусочно-линейные функции образуют плотное множество в пространстве непрерывных функций. Следовательно, перечисленные типы нейронных сетей могут приближать произвольную непрерывную функцию. При этом кусочно-линейные функции могут быть вычислены гораздо быстрее, чем их более гладкие аналоги (например, нейронные сети типа Log-Sum-Exp, которые требуют значительного объема вычислений с плавающей точкой). Таким образом, на основе тропического подхода к кусочно-линейным функциям могут быть разработаны универсальные, эффективно обучающиеся и нетребовательные к вычислительным ресурсам нейронные сети.

3. ЭТАПЫ ВНЕДРЕНИЯ

Эксперимент по внедрению тропической математики в учебный процесс в СПбГЭТУ «ЛЭТИ» был запланирован в несколько этапов.

3.1. 0 этап

В 2019 году Д. Ю. Григорьев прочитал в СПбГЭТУ «ЛЭТИ» мини-серию открытых лекций по тропической математике. Лекции вызвали интерес как студентов, так и сотрудников. Конечно, читать лекцию на настолько разнородной аудитории непросто. Задачи на этом этапе были следующие:

- Начать приучать к словосочетанию «тропическая математика».
- Посмотреть на отклик на предложенное направление среди студентов.
- Обратить внимание студентов на интерес к подобным мероприятиям у преподавателей.
- Показать студентам — пусть весьма поверхностно — как выглядит современная математика.

Результатами нулевого этапа стали:

1. Записи лекций Д. Ю. Григорьева, доступные и, судя по количеству просмотров, востребованные.
2. Содержательные вопросы, задаваемые лектору во время лекций и после них, а также дальнейшее обсуждение материала в формально свободное время.

3. Сформировавшаяся группа заинтересовавшихся студентов, которая в дальнейшем составила ядро одной из ветвей 1 этапа эксперимента.

3.2. 1 этап

1 этап состоял из трех развивающихся параллельно ветвей.

- Студенческий семинар по тропической математике и нейронным сетям. На этом семинаре чередовались доклады, посвященные тропической математике и нейронным сетям. Корпус научных статей, по которым планировалось выполнять доклады, был сформирован Д. Ю. Григорьевым. В качестве слушателей-консультантов семинар посещали также преподаватели. Семинар просуществовал в таком виде несколько лет.
- Семинар по алгоритмической математике под руководством Н. Н. Васильева. Семинар смешанного состава — студенты, аспиранты и преподаватели. Среди тем докладов на этом семинаре заметную долю составляют доклады, посвященные тропической математике и ее приложениям. В настоящее время семинар продолжает свою работу.
- Работа Д. Ю. Григорьева и Н. Н. Васильева с сотрудниками и магистрами и аспирантами кафедры. Эта работа продолжается до сих пор.

Результаты 1 этапа:

1. Словосочетание «тропическая математика» стало привычным.
2. У студентов накопились знания, позволяющие обсуждать тропики между собой, а также сформировалась привычка это делать. Кроме того, сформировалась среда, в которой такого рода обсуждения, анализ и обмен идеями — норма.
3. Появились студенты, занимающиеся тропической математикой в течение нескольких лет и взявшие на себя роль кураторов и консультантов для студентов, только приступающих к изучению.
4. Появились и стали известны студентам конкретные преподаватели, к которым можно обратиться с вопросами по тропикам или за задачей, темой альтернативного экзамена или даже диплома.

3.3. 2 этап

На 2 этапе (который длится по сей момент) была налажена регулярная семинарская работа в формате учебных семинаров в небольших группах (максимальный размер группы участников — 23 студента). Руководство семинаром осуществляют авторы статьи. Четыре года семинар проводится в качестве дисциплины по выбору для студентов 4 курса бакалавриата. В этом году впервые был проведен семинар для магистрантов 2 курса кафедры АМ (следует отметить, что это первый набор обучающихся по программе магистратуры кафедры АМ). Кроме того, регулярно набирается несколько человек на 1 курсе бакалавриата, которые в качестве темы альтернативного экзамена (альтернативный экзамен — альтернатива классической форме сдачи экзамена, выполнение проектной научно-практической работы по тематике курса) выбирают темы, связанные с тропической математикой. Как правило в качестве кураторов выступают старшие студенты, посещавшие семинары 1-го этапа. Однако в весеннем семестре 2022 года соответствующая группа студентов 1 курса оказалась слишком большой (15 студентов) и в качестве кураторов выступили авторы статьи.

Результаты 2 этапа:

1. Тропическая математика окончательно вошла в привычный список дисциплин.
2. Основные рассматриваемые приложения — нейронные сети — полностью решают вопрос с актуальностью и мотивацией студентов.
3. Количество студентов, знакомых с тропиками, сильно увеличилось. Среда, сформированная на предыдущем этапе, разрослась. В частности, в аффилированном с кафедрой АМ проекте «Студенческий университет «IT ЛЭТИ»» есть курс, связанный с тропической математикой.
4. Процесс выстраивания методики преподавания тропической математики студентам СПбГЭТУ «ЛЭТИ» продолжается.

4. РЕАЛИЗАЦИЯ 2 ЭТАПА

Остановимся подробнее на реализации второго этапа, а точнее — на дисциплине по выбору студента (далее — ДВС) для студентов 4 курса бакалавриата, который в разных форматах отработывался на протяжении четырех лет, а также на семинарах для 1 курса бакалавров и 2 курса магистров (на текущий момент такие семинары было проведены по 1 разу каждый).

4.1. Дисциплина по выбору для студентов 4 курса бакалавриата кафедры вычислительной техники

4.1.1. Первая итерация (весна 2020)

ДВС представляла собой классический семинар-чтение книги. В качестве книги был использован текст М. Э. Казаряна «Тропическая геометрия» [1]. В семинаре участвовало 5 человек, из которых 1 ранее посещал лекции Д. Ю. Григорьева, а остальные впервые слышали словосочетание «тропическая математика». Каждый студент сделал по 2 доклада, причем первые 2 доклада — вводные, посвященные базовым понятиям тропической математики — делал студент, ранее знакомый с тропиками. Помимо занятий, посвященных докладом, руководителями семинара проводились отдельные занятия, во время которых будущие докладчики могли проконсультироваться по интересующим их вопросам. Первые несколько заседаний прошли очно, затем, в силу пандемии, пришлось перейти в дистанционный формат. Все последующие семинары проходили дистанционно.

Промежуточные выводы:

1. Книга М. Э. Казаряна мало пригодна для большинства наших студентов — привязка к геометрии для большинства из них оказывается слишком абстрактной, несмотря на возможность использовать математические пакеты для построения графиков, многогранников Ньютона и т. п.
2. В начале курса необходимо приводить мотивирующие примеры, которые должны быть релевантными и посильными для нашей аудитории (об этом подробно писали выше).
3. Большинство студентов в принципе не умеет делать доклады и презентации. Поэтому в дальнейшем проводилось отдельное занятие, посвященное этому вопросу.

4.1.2. Вторая итерация (весна 2021)

На ДВС записалось 23 человека, из которых 5 ранее посещали студенческий семинар по тропической математике и нейронным сетям. Количество записавшихся потребовало

радикальной переработки формата по сравнению с предыдущим семестром (нужно отметить, что фактическая продолжительность курса — 2 месяца, так как у студентов 4 курса бакалавриата апрель и май выделены под написание выпускной квалификационной работы, учебных занятий в это время у них уже нет). В результате было принято следующее решение. Первое занятие было вводно-организационным, на нем же звучали мотивирующие примеры и разбирались особенности выполнения докладов и презентаций. Далее начались заседания, посвященные студенческим докладам. Доклады было разрешено выполнять в группах от 1 до 4 человек. Первые 3 доклада — вводные, посвященные обзору основных понятий и идей тропической математики (далее «ликбезные») — выполняли студенты, знакомые с тропиками, и эти доклады фактически представляли собой тропический ликбез. Список тем на «ликбез» был сформирован руководителями семинара, ими же был предоставлен список источников, в который вошли видеолекции Григорьева и еще несколько источников [2–4]. Остальные команды получили пул статей, посвященных, в основном, применению тропической математики в нейронных сетях. Статьи выбирались на открытом ресурсе Arxiv.org из публикаций последних 5 лет, доступных по уровню нашим студентам. Команды выбирали себе статью и делали по ней доклад. Так же, как и в 2020 году, для докладчиков проводились консультации (эта опция — инвариант семинара все 4 года).

Промежуточные выводы:

1. Переход от подхода с акцентом на геометрию к более алгебраическому сильно упростил восприятие азов тропической математики для наших студентов.
2. В занятие о том, как делать доклады и презентации, необходимо добавить раздел о том, как делать это командой (в 2020 году доклады выполнялись студентами по отдельности, а не в мини-группах и проблем, связанных с выстраиванием работы в мини-группе, соответственно, не возникало). Также необходимо остановиться подробно на нюансах переводов по специальности (статьи на Arxiv — англоязычные).
3. Необходимо отдельно обсуждать уровень переработки материала статьи для доклада.
4. Наличие мотивирующих примеров сильно повысило результаты заинтересованной части слушателей (в итоговом опросе этот пункт отметило больше половины участников семинара).
5. Возможность поработать с актуальными результатами, а также с очевидно включенными в профессиональный, а не только учебный контекст, источниками — большой плюс для тех, кто планирует работу или продолжение обучения по специальности.

4.1.3. Третья итерация (весна 2022)

На ДВС записалось 19 человек. Среди них двое плотно занимались тропической математикой ранее, в рамках альтернативного экзамена, а также студенческого семинара по тропической математике и нейронным сетям. Общая структура: вводная часть — тропический «ликбез» (доклады выполняются студентами, ранее знакомыми с тематикой) — актуальные статьи (доклады выполняются командой из 1–4 человек) — осталась такой же, как на второй итерации. По сравнению с предыдущей итерацией был расширен и обновлен пул статей (помимо более прикладных, в списке появились более математические статьи для желающих глубже изучать не прикладную, а теоретическую составляющую). Кроме того, студенты, ранее знакомые с тематикой, могли по желанию: выполнять

роль консультантов для команд докладчиков, ранее не знакомых с тропиками, выполнять роль оппонентов на докладах, а также сделать доклад по статье.

Промежуточные выводы:

1. Расширение пула мотивирующих примеров и их привязка к знакомым областям (теория графов, теория оптимизации) положительно влияет как на понимание, так и на мотивацию к изучению.
2. Вводные занятия, посвященные командной работе, а также подходу к презентации, докладу и работе с источниками на английском языке, резко положительно сказываются на качестве докладов и уровне понимания.
3. Необходимо дополнительно мотивировать слушателей к активному участию в качестве слушателей во время докладов.
4. Для студентов, не справившихся с докладом (множество этих студентов совпадает с множеством тех, кто не воспользовался возможностью взять консультацию) необходимо заготовить набор задач по «ликбезной» части, решения которых достаточно для получения оценки «удовлетворительно».

4.1.4. Четвертая итерация (весна 2023)

На ДВС записалось 15 человек. Поскольку студенческий семинар по тропической математике и нейронным сетям к этому времени был преобразован в семинар по глубокому обучению (в связи с тем, что запросов от студентов на изучение нейронных сетей стало достаточно много для отдельного семинара, а семинар по тропической математике кафедры АМ студенты младших курсов кафедры ВТ (вычислительной техники) не посещали), на этот раз среди слушателей не оказалось ни одного, знакомого с тропической математикой. Поэтому структура ДВС претерпела следующие изменения: не только вводно-организационная, но и «ликбезная» часть была проведена руководителями семинара, пул статей снова был обновлен с учетом появившихся за прошедший год публикаций. Кроме того, было анонсировано, что активное участие в качестве слушателя может повысить оценку за ДВС (на 1 балл максимум), а также — что студенты, не справившиеся с докладом, должны будут решить некоторое количество задач по «ликбезной» части и получить за это оценку «удовлетворительно».

Выводы:

1. Решение не выдавать «ликбезную» часть в качестве нескольких первых докладов на данной аудитории было верным — это сэкономило время, уберегло от некоторого количества потенциальных ошибок, обеспечило равные условия для всех слушателей и, наконец, позволило слушателям сосредоточиться на наиболее интересной для них части — применении тропиков к нейронным сетям.
2. Потенциальное повышение оценки и потенциальная необходимость решать задачи в случае неудачного доклада (доклад признается неудачным, если докладчики демонстрируют отсутствие владения материалом) увеличили активность участия слушателей в докладах других (участие выражается, в первую очередь, во включенности слушателей в содержательное обсуждение материала, излагаемого докладчиками).
3. Слушатели этого года оказались более подготовлены в области нейронных сетей и глубокого обучения, чем предыдущие; благодаря этому среди статей, по которым были сделаны доклады, были статьи более сложные с точки зрения нейросетей (хотя не более сложные с точки зрения тропиков).

4.2. Семинар для 1 курса бакалавриата (в рамках подготовки к альтернативному экзамену) и семинар для 2 курса магистратуры

Эти семинары на данный момент были проведены по 1 разу каждый. Общая структура: вводная часть–«ликбез»–доклады по статьям — была такой же, как в ДВС для бакалавров 4 курса.

Основные отличия:

1. Отбор мотивирующих примеров. На момент семинара 1 курс бакалавриата еще не был знаком ни с теорией графов, ни с оптимизационными задачами, поэтому примеры для них пришлось конструировать отдельно на релевантном и посильном им материале. 2 курс магистратуры, наоборот, имел заметно более широкую подготовку, что позволило приводить более сложные и глубокие примеры — и получать отклик.
2. Проблемы с подготовкой докладов и презентаций, а также с работой в команде с переводами оказались универсальными для всех упомянутых категорий студентов. Принято решение провести для наших первокурсников отдельный миникурс по данному вопросу.
3. Статьи для 1 курса бакалавриата приходилось очень жестко отбирать, чтобы они проходили по критерию посильности. Доклады по «ликбезной» части также были розданы студентам и, естественно, сопровождалась консультациями руководителей семинара.
4. Одна из студенток 2 курса магистратуры плотно занимается тропической тематикой (в частности, пишет выпускную квалификационную работу) поэтому «ликбезная» часть была полностью выполнена ею (хотя и сопровождалась консультациями по мере необходимости).
5. По сравнению с бакалаврами кафедры ВТ и 1 курс бакалавриата, и 2 курс магистратуры проявили больше интереса к математической составляющей, а не только к прикладной. Разумеется, этот факт коррелирует с профилями обучения.

Таблица 1. Сводная таблица результатов регулярных семинаров по тропической математике

Год	Кол-во студентов	Кол-во оценок “отлично” и “хорошо”	Комментарий
2020	5	4	4 курс бакалавриата
2021	23	13	4 курс бакалавриата
2022	19	8	4 курс бакалавриата
2023	15	6	4 курс бакалавриата
2022	15	8	1 курс бакалавриата
2022	6	3	2 курс магистратуры

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все перечисленное выше — это уже проделанная работа. Следующий (планируемый) этап — масштабирование преподавания тропической математики по 2 параметрам: количество студентов в группе и количество часов. Предполагается сделать тропическую

математику ДВС для всего ФКТИ (4 курса), а также внедрить курс «Основы тропической математики» в программу бакалавриата — в 2023/24 учебном году на кафедре АМ открывается бакалаврская программа. Естественно, такое масштабирование потребует новых форм и подходов, которые находятся сейчас в стадии разработки.

Список литературы

1. *Казарян М.* Тропическая геометрия. М.: МЦНМО, 2012.
2. *Виро О.* Об основных понятиях тропической геометрии // Труды математического института им. Стеклова. 2011. Т. 273. С. 271–303.
3. *Заславский А., Нилов В., Скопенков А., Скопенков М.* Тропическая геометрия (краткий обзор) // Материалы к турниру городов, 2010. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.turgor.ru/lktg/2010/6/6-1ru.pdf> (дата обращения: 21.12.2022).
4. *Maclagan D., Sturmfels B.* Sturmfels Introduction to tropical geometry. AMS, 2015.

Поступила в редакцию 14.05.2023, окончательный вариант — 15.06.2023.

Казакевич Виктория Григорьевна, старший преподаватель кафедры алгоритмической математики СПбГЭТУ «ЛЭТИ», ✉ sokratt@gmail.com

Колоницкий Сергей Борисович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгоритмической математики СПбГЭТУ «ЛЭТИ», sergey.kolonitskii@gmail.com

Толкачёва Елена Алексеевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгоритмической математики СПбГЭТУ «ЛЭТИ», eatolkacheva@etu.ru

Computer tools in education, 2023

№ 2: 79–88

<http://cte.eltech.ru>

doi:10.32603/2071-2340-2023-2-79-88

Integration of Tropical Mathematics into Software Engineering Curriculum

Kazakevich V. G.¹, Senior Lecturer, ✉ sokratt@gmail.com, orcid.org/0000-0002-3150-2105

Kolonitskii S. B.¹, Cand. Sc., Associate Professor, sergey.kolonitskii@gmail.com,
orcid.org/0000-0002-0535-0582

Tolkacheva E. A.¹, Cand. Sc., Associate Professor, eatolkacheva@etu.ru,
orcid.org/0000-0002-0552-7245

¹Saint Petersburg Electrotechnical University,
5, building 3, st. Professora Popova, 197022, Saint Petersburg, Russia

Abstract

The case of introduction of Tropical Mathematics at the Faculty of Computer Science and Technology, St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”, is considered. Using it as an example, a tentative scheme of introduction of a new area of research to the existing education process is presented.

Keywords: *software engineer curriculum, tropical mathematics.*

Citation: V. G. Kazakevich, S. B. Kolonitskii, and E. A. Tolkacheva, "Integration of Tropical Mathematics into Software Engineering Curriculum," *Computer tools in education*, no. 2, pp. 79–88, 2023 (in Russian); doi: 10.32603/2071-2340-2023-2-79-88

References

1. M. Kazaryan, *Tropical geometry*, Moscow: MCNMO, 2012 (in Russian).
2. O. Vyro, "On basic concepts of tropical geometry," in *Proc. Steklov Inst. Math.*, vol. 273, pp. 252–282, 2011.
3. A. Zaslavsky, V. Nylov, A. Skopenkov, and M. Skopenkov, "Tropical geometry (summary)," in *Turgor.ru*, 2010. [Online]. Available: <https://www.turgor.ru/lktg/2010/6/6-1en.pdf>
4. D. Maclagan and B. Sturmfels, *Sturmfels Introduction to tropical geometry*, USA: AMS, 2015.

Received 14-05-2023, the final version — 15-06-2023.

Victoria Kazakevich, Senior Lecturer of Algorithmic Mathematics Department, Saint Petersburg Electrotechnical University, ✉ sokratt@gmail.com

Sergey Kolonitskii, Candidate of Sciences (Phys.-Math.), Associate Professor of the Algorithmic Mathematics Department, Saint Petersburg Electrotechnical University, sergey.kolonitskii@gmail.com

Elena Tolkacheva, Candidate of Sciences (Phys.-Math.), Associate Professor of the Algorithmic Mathematics Department, Saint Petersburg Electrotechnical University, eatolkacheva@etu.ru