



СВЯЗЬ ЦЕЛЕПОЛАГАНИЯ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ С ЕЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ СОПРОВОЖДЕНИЕМ*

Поздняков С. Н.¹, доктор педагогических наук, ✉ pozdnkov@gmail.com

¹ Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5, корп. 3, 197376, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация

Технологическая поддержка обучения математике зависит от того, какие методические и педагогические цели ставятся перед обучением. Достижение или недостижение этих целей связано с используемым способом обратной связи или иначе способом оценки учебной деятельности студентов. В работе противопоставляются два вида оценивания: тестовая форма проверки знаний (реализуемая системой контрольных и экзаменационных работ) и формирующая оценка (определяемая способом неформальной реакции преподавателя на продуктивную деятельность студента и способом организации такой деятельности). Показано, что первая из них соответствует рассмотрению программы обучения как цели обучения, вторая — как средства обучения. В первом случае целью обучения является приобретение конкретных знаний, умений и навыков, во втором — овладение общими механизмами учебной деятельности, свойственными данной предметной области (математике). Для первой цели целесообразно использование шаблонных задач, в том числе, генерируемых упражнений и тренажеров, для второй — использование различных инструментальных средств, которые поддерживают конструктивную и исследовательскую деятельность.

В статье показано использование для достижения второй цели «неинвазивного мониторинга», когда преподаватель и студент находятся не по разные стороны академического барьера (студент отвечает — преподаватель выставляет отметку), а по одну сторону и совместно совершают действия по созданию условий для наиболее эффективного овладения материалом курса каждым студентом. В основе неинвазивного мониторинга лежит моделирование представления результатов работы научному сообществу, включая все промежуточные этапы такой деятельности. Вместо тестирования знаний и выставления формальных отметок используется обратная связь, совместно обсуждаются различные подходы и пути решения задачи, а мониторинг ограничивается самооценкой студентов, которая не обязательно сообщается преподавателю. В то же время, сам процесс обсуждения является открытым, и преподаватель всегда может оценить проблемы обучаемых, не превращая их в инструмент формального давления на студента третьими лицами.

Ключевые слова: продуктивное обучение математике, дистанционное обучение, компьютерные инструменты, неинвазивный мониторинг, проектная деятельность, шаблоны решения задач.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-013-01130.

Цитирование: Поздняков С. Н. Связь целеполагания в преподавании математики с ее технологическим сопровождением // Компьютерные инструменты в образовании. 2019. № 3. С. 70–89. doi:10.32603/2071-2340-2019-3-70-89

1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимость изменения педагогических стратегий, вызванная быстрым изменением информационной среды человека, в том числе студента, обучающегося в университете, признана педагогическим сообществом актуальной проблемой. Это подтверждается появлением новых технологических и методических подходов к организации учебного процесса.

Рассмотрим методические и технологические подходы, которые появились сравнительно недавно — в эпоху информатизации образования — и явно или неявно направлены на поддержку продуктивной деятельности учащегося, то есть на понимание изучаемого материала и сознательное усвоение новых идей.

Одним из таких подходов стала концепция «перевернутого класса», когда студенты начинают изучение новых тем дома, а в классе обсуждаются проблемы, возникающие при этом, и преподаватель помогает студентам строить концептуальные знания на основе собственных представлений. Такой подход хорошо соответствует принципам продуктивного обучения, однако его практическая реализация увеличивает нагрузку как на преподавателей, так и на студентов, что усложняет его реализацию. Таким образом, поиск методов реализации «перевернутого класса», не увеличивающий нагрузку на преподавателей, является актуальной педагогической задачей [1].

Другим подходом, основанным на комбинировании традиционного и компьютерного обучения является смешанное обучение (blended learning). В работе [2] отмечается, что стратегии взаимного обучения оказали наибольшее влияние на академическую успеваемость. Участие в интерактивном взаимодействии со сверстниками представляется важным для учащихся [3]. Быть активно вовлеченным и оставаться активным имеет больше преимуществ, чем более пассивное участие [3, 4].

Следует отметить, что взаимоотношения в студенческих группах во времена существования СССР всегда отличались взаимопомощью студентов друг другу. Эта особенность тогда воспринималась как естественный атрибут обучения, и только в постсоветские времена стало понятно, что отношения могут быть иными, основанными на большем индивидуализме. По опыту автора, эффект внутригруппового взаимодействия мог быть настолько сильным, что студенческая группа, изначально оцениваемая как самая слабая в потоке, через год-полтора становилась лучшей как по мотивации к обучению, так и по результатам. Это говорит о том, что использование механизма оценки не только для обратной связи, но и для социальной оценки деятельности студента третьей стороной является препятствием для использования безвозмездной помощи друг другу как механизма группового обучения. Этот тезис подтверждается исследованиями школьного обучения [5], в котором показано, что ученики получают лучшие результаты, если оценивается степень их усилий в решении задачи, а не степень их одаренности. Заметим, что любая шкала отметок, оторванная от предметного контекста, является основой для оценки самого ученика, а не его усилий по изучению предметной области. Ещё одним важным способом обучения в информационную эпоху является неформальное обучение, когда обучаемый самостоятельно осуществляет навигацию в информационном пространстве и сам выстраивает стратегии обучения. Неформальное обучение возника-

ет, когда обучаемый решает свою проблему, попутно знакомясь со связанными с ней областями и получая некоторые знания косвенно. В статье [6] дан анализ различных принципов неформального онлайн обучения на основе анализа основных публикаций по данной проблеме. Среди 19 принципов, сформулированных в этих статьях, выявлено только два принципа, которые выделяют большинство авторов и относительно которых сложилось общее мнение об эффективности их роли в неформальном обучении:

1. Учебные объекты должны быть удобными для поиска (сегментированные, названные и помеченные учебные объекты облегчают персонализированное обучение) [7].
2. Предоставление учащимся возможности общаться с другими людьми в процессе формирования знаний (возможности взаимодействия способствуют формированию знаний и расширению возможностей учащихся) [8].

Таким образом, от технологической поддержки требуется не так много. Это подтверждается также тем, что очень большие системы обучения математике успевают устаревать в процессе их создания.

Изучение неформального обучения имеет много общего с изучением передачи концептуальных знаний или, иными словами, понимания изучаемого материала, поскольку для этого нет хороших способов контроля. В работе [9] отмечается: «Люди учатся всегда и везде, где только можно, что бы они ни любили или с чем бы они ни сталкивались — с математикой, драмой, искусством, языками, физикой, философией и так далее. С взрывным ростом знаний оценка передачи концептуальных знаний становится все сложнее... Оценка понимания обычно осуществляется с помощью тестов или собеседований, но они имеют недостатки, такие как низкая эффективность и неполный характер. Мы предлагаем метод оценки понимания концептуальных знаний путем отслеживания его / ее учебной деятельности (выделено ред.). Это позволяет преодолеть некоторые ограничения традиционных методов...».

Представленный в данной работе подход хорошо согласуется с представленной в нашей работе идеей «неинвазивного мониторинга» знаний. Также эта идея тесно связана с концепцией формирующей оценки (formative assessment, formative evaluation, formative feedback, or assessment for learning), которая, представляет собой ряд формальных и неформальных процедур оценки, проводимых учителями в ходе учебного процесса с целью изменения учебной деятельности для улучшения успеваемости учащихся [10]. Как правило, она включает в себя качественную обратную связь (а не отметки), которая фокусируется на содержании и методах оперирования учебным материалом [11]. Это обычно контрастирует с итоговой оценкой, которая направлена на мониторинг образовательных результатов, часто в целях внешней подотчетности [12].

Рассматривая продуктивный аспект обучения математике, методы оценки его результатов и технологическую поддержку тех целей, которые ставит в качестве главных концепция продуктивного обучения, следует отметить, что результативность не может рассматриваться как однопараметрический процесс и иметь в качестве оценки результатов отметку в скалярной шкале. В работе [13] были выделены около десятка различных параметров, совокупность которых позволяет оценить результативность с точки зрения продуктивного подхода к обучению.

Взгляды математиков, методистов и преподавателей математики относительно целей и задач курса математики в школе и вузе можно условно разделить на две группы:

1. Первая точка зрения на обучение рассматривает его как передачу определенной совокупности знаний, умений и навыков, которые определяются нормативными

документами. Для проверки результатов создаются специальные средства оценки результатов обучения. Эти средства проверки представляют собой наборы типовых заданий, которые должен уметь выполнить ученик по завершении обучения. Такой подход обеспечивает технологичность проверки результатов обучения и в настоящее время используется в проведении Единого государственного экзамена. Апологеты такого взгляда на обучение апеллируют к доводу «это надо знать», не интересуясь тем, каким образом это знание представлено в «информационной системе обучаемого», насколько цельной является система знаний и не является ли проверяемое знание формальным, то есть, изолированным от этой системы, «вещью в себе», текстом, заученным ради экзамена. Ориентация только на этот показатель иницирует преподавателей и учащихся искать более простые методы для прохождения экзаменов — от «натаскивания» на решение «типовых» задач до списывания (и более современные методы, получившие в зарубежных публикациях [14] название аутсорсинга). Известным примером дословного следования этой концепции является опыт Шаталова [15], который добивался успешных результатов обучения школьной математике («без троек»), причем сократив время обучения с 10 до 8 лет. Этот опыт был принят с большим воодушевлением учителями математики, которые массово ездили к автору метода на курсы повышения квалификации. В то же время идея метода была подвергнута критике психологами [16]. Этот пример наглядно показал, к каким результатам может привести творческая реализация неправильно поставленных целей.

2. Другая точка зрения связана с взглядом на обучение как на формирование целостной системы знаний на основе имеющихся представлений у каждого учащегося и использования программы курса как инструмента, с помощью которого это здание строится и с помощью которого формируются ментальные механизмы обучаемого. Такое обучение мы будем называть продуктивным [17, 18]. С некоторым приближением можно было бы говорить о компетентностном подходе [20–22], но, к сожалению, не будучи должным образом сформулированным и обоснованным на научно-методическом уровне, компетентностный подход сразу попал в сферу административного управления образованием и превратился в нефункционирующий придаток традиционного подхода к образованию, расширивший объем нормативных документов в школе и вузе [23].

В то же время наша позиция состоит в том, что противопоставлять эти взгляды неправильно. Так, первый из них с психологической точки зрения можно было рассматривать как средство формирования некоторого множества шаблонов (фреймов в терминах Марвина Минского [24]), а обойтись без каких-то шаблонов в продуктивном обучении невозможно, так как даже «нестандартные» ходы при решении задач тоже делаются на основе каких-то шаблонов, хотя и более универсальных и имеющих инструментальный характер, выражающийся в умениях формирования новых шаблонов самостоятельно.

С этой точки зрения формирование базисного набора шаблонов можно считать целью общего образования с условием, что среди этих шаблонов есть шаблоны «второго уровня» (или точнее, более высоких уровней), которые не привязаны к узким классам учебных задач, а ориентированы на задачи в широком смысле слова. Такие шаблоны можно найти у Пойа в книгах «Как решать задачу» [25], «Математическое открытие» [26], «Правдоподобные рассуждения» [26]. Работу репетиторов (в той же мере, как и руководителей некоторых олимпиадных кружков) можно рассматривать как работу по формиро-

ванию избыточного количества шаблонов «одного уровня». То есть там, где реально стоит задача более качественного структурирования знаний у обучаемого, преподаватель ориентируется на сложившуюся систему экзаменов (олимпиад) и занимается наращиванием количества шаблонов, жертвуя качеством создаваемой таким образом системы знаний ученика. Примерами тому являются и ЕГЭ и командная олимпиада по программированию ACM, победители которой отнюдь не всегда становятся учеными и профессионалами в области IT.

Проблема проверки эффективности обучения с точки зрения формирования целостной системы знаний имеет объективную трудность в том, что качественные сдвиги происходят не непрерывно и индивидуально. Продуктивное обучение основано на максимальном использовании уже сложившихся знаний и обобщенных умений [17, 27]. По нашим данным, даже при ориентации преподавателя на продуктивное обучение только у 10–30 % обучаемых можно зафиксировать эффект переноса знаний в новую ситуацию при обычной системе письменного экзамена.

Нужно ли вообще использовать такие средства контроля для фиксирования движения ученика в «правильном направлении», не имеем ли мы дело с «квантоподобной» системой, когда попытка вмешаться, чтобы измерить характеристики объекта, меняет его свойства из-за того, что диагностические материалы сами становятся предметом обучения?

Как указывалось в обзоре работ [29], похвала усилий школьников по решению возникающих проблем имеет большее положительное влияние на учеников, чем похвала их интеллекта. Это означает, что лучшей оценкой эффективности обучения будут такие психологические характеристики обучения, как увлеченность предметом изучения и вовлеченность в различного вида деятельность с этим материалом.

Рассмотрим некоторые способы технологической поддержки обучения, наиболее широко используемые в настоящее время, и выделим проблемы в реализации продуктивного обучения этими технологиями.

Рассмотрим два наиболее используемых в настоящее время способа:

1. Использование систем управления обучением (LMS — Learning Management System) для поддержки обучения. В основе их использования лежит метафора (иногда формулируемая явно, иногда неявно) «наполнения» студента знаниями. Курс строится из учебных модулей, имеющих внутренние семантические связи, и набора тестовых материалов различной направленности (самопроверка, контроль текущих знаний, итоговая проверка знаний). Известным примером LMS является Moodle. Системы управления обучением предоставляют технические средства для указанных выше дидактических материалов, но требуют несопоставимо больших усилий при попытке реализовать иные педагогические технологии. Как воспринимают себя студенты в этом обучении? Сама концепция такого обучения не предполагает приспособления внешнего представления материала к внутреннему, навязывает обучаемому однообразный формат обучения. Если поставленный к изучению курс не является для обучаемого персонально значимым (персонально значимыми, например, являются курсы, связанные с последующей сертификацией специалистов в области IT), они не будут стремиться использовать «честную» стратегию, а будут оптимизировать (минимизировать) свою работу по данному курсу, что означает ответы на тестовые вопросы с помощью друзей или выбора ответа из возможных после их формального сравнения. Также студенты будут передавать выполнение работ на «аутсорсинг», то есть заказывать их выполнение третьим

лицам [14]. Таким образом, для того, чтобы в рамках этой технологии реализовать продуктивное обучение, надо сделать курсы значимыми. Это представляет серьезную методическую проблему для преподавания математики студентам 1 и 2 года обучения в университетах, когда требуется заложить фундамент для получения профессиональных знаний, который существенно превышает объем школьной математики, но непосредственной значимости которого для будущей профессии студент не видит.

2. Использование массовых онлайн образовательных курсов (MOOK) [28] — в этой технологии основной упор делается на качество курсов и возможность быстро создавать актуальные курсы, приближая современные научные открытия к их изучению. Реально такие курсы можно разделить на несколько категорий:

- курсы, читаемые учеными по актуальной для них тематике; такие курсы связаны с новыми идеями и теориями и пока не имеют устоявшегося методического обеспечения, поэтому они будут достаточно сложными для студентов;
- курсы, читаемые опытными педагогами, также занимающимися наукой, но для которых педагогическая работа стоит на первом месте; такие курсы обычно ориентированы на определенный состав аудитории, хорошо знакомый преподавателю; как правило, это фундаментальные курсы, мало меняющиеся год от года, но требующие педагогического мастерства;
- курс, который по каким-то причинам было решено превратить в MOOK, не обладающий признаками двух предыдущих категорий.

Последний вариант можно рассматривать как элемент курсов для LMS. Предпоследний вариант хорош как дополнение к классическому лекционному курсу опытного лектора, так как прочитан в контексте некоторой методической концепции или педагогической парадигмы, связан с особенностями постановки курса для данного контингента данным лектором.

Наиболее интересен первый вариант. В этом случае курс привязан не к методической (или педагогической) концепции, а к структуре научного материала. Такие курсы, как правило, относятся к преподаванию новых разделов, не имеющих методических разработок и устоявшихся реализаций. Такая ситуация по существу означает введение в учебную программу нового материала. В этом случае «потребителем» курса будет не только (и не столько) студент, но и преподаватель, которому предстоит организовывать управление учебной деятельностью студентов с целью овладения новой темой. Таким образом, в данном случае технология использования видеозаписи будет играть роль быстро обновляемого учебника, который преподаватель использует для постановки курса. Отличие заключается лишь во временных масштабах. Методическая проработка нового материала должна происходить параллельно чтению курса с тем, чтобы в будущем курс мог вести квалифицированный педагог, не обязательно специализирующийся в данной области.

В этой ситуации возникает возможность реализации педагогической парадигмы «студенты обучают друг друга». Методический комплект может частично создаваться посредством выкладывания решений задач, поставленных лектором. Задача здесь рассматривается в широком смысле. Это может быть и «выправленный конспект лекции» (чтобы можно было разобраться во всех деталях), и расширенный конспект, когда студенты разберутся в статьях и книгах по прочитанной теме и добавят свои «эссе». Главное, что это работа созидательная — продуктивная и может воспроизводиться регулярно без повторения (как это бывает в курсовых работах), так как курсы регулярно обновляются и дополняются.

Такая работа студентов может быть поддержана технологически:

- средствами для поиска, организации, редактирования материала (например редактирования субтитров через YouTube);
- средствами симуляции и визуализации, когда студенты реализуют модели, лежащие в основе изучаемого материала (см. раздел 4);
- использования возможностей программирования для проведения экспериментов, связанных с изучаемым материалом (см. раздел 4);
- средствами верификации — проверки теоретических гипотез имеющимися программными средствами (см. далее раздел про альтернативный экзамен).

2. МЕТОДОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Сформулируем гипотезы относительно связи целей обучения и технологической поддержки.

Если поставленная преподавателем цель — усвоение конкретного набора знаний (в том числе, умений), сформулированных в рабочей программе курса и сопровождаемых набором типовых заданий для проверки результатов обучения, то наиболее эффективной технологической поддержкой будет та, которая реализует использования шаблонов, то есть, основана на решении типовых задач, проведении типовых рассуждений, заучивания определений и формулировок безотносительно, связаны ли они с продуктивными процессами в мышлении или мнемоническими приемами. Технологическая поддержка может осуществляться с использованием генераторов типовых заданий и упражнений, тренажеров, тестов.

Если целью является развитие интеллектуальных механизмов обучаемого, то технологическая поддержка — это поддержка продуктивного мышления: поддержка экспериментальной и поисковой деятельности, проверки гипотез, верификации частичных решений, анализа действий обучаемого в поисках решения — все это признаки технологизации продуктивного обучения.

Следует отметить, что определенное соперничество между последователями двух взглядов на обучение — последователей теорий когнитивной нагрузки (*англ.* Cognitive load theory) [30] и проблемного обучения (*англ.* Problem-based learning (PBL)) [31] частично определяется различиями в определении целей обучения.

В данной работе представляется методика, объединяющая оба подхода. Она основана на выделении двух стратегий, на первой из которых делается акцент в первой половине семестра и которая связана в большей степени с организацией практической работы студентов, вторая акцентируется во второй части семестра и связана с поддержкой самостоятельной работы студентов.

Далее приводятся результаты эксперимента, проведенного при изучении курсов «Дискретная математика» (ДМ) и курса «Математическая логика и теория алгоритмов» (МЛиТА), читаемых в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете «ЛЭТИ» на факультете компьютерных технологий и информатики во 2 и 3 семестре соответственно. Домашние задания в этих курсах создаются с использованием генераторов задач. В каждом курсе таких заданий три, а количество задач в каждом задании — десять. Эти задания охватывают все базовые вопросы курса. Задачи являются параметрически генерируемыми, поэтому они сходны по используемому в решении алгоритму и отличаются только наборами исходных данных (например, для курса МЛиТА это разные булевы функции, разные конечные автоматы, разные предикатные формулы и пр.).

Первая контрольная по составу в точности совпадает с индивидуальными домашними заданиями, то есть, студент демонстрирует знание алгоритмов, сначала выполняя задания дома в условиях неограниченного времени, использования учебной литературы и возможной помощи со стороны других студентов, а потом демонстрирует их знание в классе в условиях ограниченного времени и без доступа к учебным материалам. Вторая контрольная не связана напрямую с домашним заданием, хотя все алгоритмы разбираются в классе на других наборах задач. Сравнение результатов первых двух контрольных показывает, что в среднем студент решает правильно на 20 % меньше задач, если предварительно он не проработал типовые задачи дома.

Приведем результаты (см. табл. 1) на примере одной группы студентов (аналогичные результаты наблюдаются и на множестве всех групп потока, то есть для более чем 100 студентов). В первом столбике показан процент успешно решенных задач первой контрольной (с предварительным решением типовых заданий дома), в правом столбце — процент правильно решенных задач второй контрольной.

Таблица 1

N	% правильно решенных задач 1 контрольной	% правильно решенных задач 2 контрольной
1	90	50
2	90	40
3	80	60
4	80	80
5	90	90
6	90	40
7	50	30
8	90	60
9	100	90
10	90	60
11	90	40
12	90	60
13	100	80
14	60	60
15	100	80
16	90	60
17	80	60
18	90	60
19	100	90
20	60	80

Далее приведена оценка значимости изменений средних величин при помощи парного t -критерия Стьюдента.

Среднее значение числа решенных задач (в процентах от 10 предложенных задач), когда задачи, аналогичные задачам контрольной предлагались в индивидуальном домашнем задании до контрольной, составляет 85.000 ± 13.955 .

Среднее значение числа решенных задач (в процентах от 10 предложенных задач), когда задачи контрольной не разбирались предварительно в индивидуальном домашнем задании, составляет 63.500 ± 18.144 .

Число степеней свободы равно 19, парный t -критерий Стьюдента равен 5.217. Критическое значение t -критерия Стьюдента при данном числе степеней свободы составляет 2.093. $t_{\text{набл}} > t_{\text{крит}}$, поэтому изменения признака статистически значимы.

Ещё больший разрыв показывают результаты письменного экзамена, когда студентам предлагались нестандартные задания, требующие переноса знаний в новую ситуацию.

В таблице 2 приведены результаты такого эксперимента.

Таблица 2. Результаты решения экзаменационных задач, требующих переноса знаний в новую ситуацию

Номер задачи	Содержание задачи	% правильно решивших задачу
1	Протоколирование алгоритма подобного алгоритму разложения на свободные от квадратов множители	52 %
2	Инвариант цикла	27 %
3	Разложение многочлена на множители над Zp	24 %
4	Исследовательский вопрос о зависимости вида разложения от p	7 %
5	Конструктивная задача на построение полного двудольного графа с заданными свойствами	33 %
6	Задача на подсчет полных двудольных графов с заданным свойством для небольшой размерности графа	17 %
7	Задача на подсчет полных двудольных графов с заданным свойством для большой размерности графа (обобщение предыдущей)	8 %
8	Подсчет числа правильных раскрасок полного двудольного графа 2 красками	15 %
9	Подсчет числа правильных раскрасок полного двудольного графа 3 красками (небольшое усложнение)	5 %

В таблице приведены результаты письменного экзамена по заданиям, которые не решались студентами на практике и не разбирались на лекциях (оценка продуктивности освоения тем программы). Число участников 91 человек. Из них только 1 достиг «хороших» результатов (70 % решенных задач или более), 15 человек — «удовлетворительных» (50 % решенных задач или более). Таким образом, можно считать, что не более 18 % усвоили содержание курса неформально [32] и способны осуществлять перенос знаний с одной ситуации на другую. Здесь следует отметить, что около 25–30 % студентов, показывающих хорошие результаты на контрольных, сдают экзамен в альтернативной форме и не учтены в этой таблице, поэтому можно ожидать, что этот показатель был бы выше, но он не может стать больше 42 %.

Прокомментируем результаты, приведенные в табл. 2. В целом по традиционной шкале отметок только первая задача может считаться сделанной удовлетворительно. Такое преимущество в решении первой задачи можно считать следствием проведенной в середине 2 семестра мероприятия, основанного на проектной командной работе по созданию систем компьютерной алгебры [33]. Тем же можно объяснить сравнительно неплохой результат в задачах 2 и 3. Задачи 5 и 8 построены на конструктивной деятельности и не требуют специальных знаний, кроме определения, которое в данных задачах достаточно понятно.

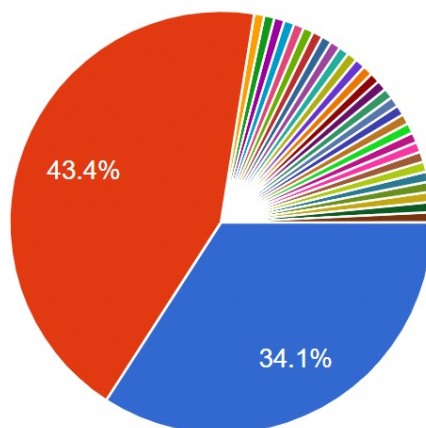


Рис. 1

Представляет интерес отношение самих студентов к «жестким» требованиям на экзамене. Следующий вопрос был задан 129 участникам экзамена: «Оцените роль заданий на письменном экзамене для понимания материала, выбрав один из следующих вариантов:

- 1) плохо, что задания, предлагаемые на экзамене, не совсем те, что решали на практике и лекциях, из-за этого студенты не готовятся к экзамену;
- 2) хорошо, что задания, предлагаемые на экзамене, не совсем те, что решали на практике и лекциях, это побуждает студентов глубже продумывать материал при подготовке к экзамену;
- 3) дайте свой ответ.»

В результате (см. рис. 1) 77 % выбрали ответ 1 или 2 из предложенных (большинство из оставшихся студентов сдавали экзамен по проектной схеме и не стали отвечать на этот вопрос, ещё несколько человек отметили плюсы и минусы каждого подхода). Удивительно, что большинство из сдававших экзамен студентов (65 %) выбрали второй вариант, то есть согласились с целевой установкой проведенного экзамена, предложенной преподавателем.

3. ШАБЛОНЫ В ОБУЧЕНИИ

Проведем анализ целесообразности использования или неиспользования шаблонных задач в курсе математики.

Какова роль «шаблонных» задач и «шаблонных» рассуждений? На первый взгляд, от них нужно отказаться в пользу задач продуктивных, в которых студент должен все время думать, строить гипотезы, проверять и пр. Однако, основываясь на опыте автора, можно утверждать, что без наличия шаблонов не получится осуществлять продуктивную деятельность. Рассмотрим простой пример: нужно ли учить детей в младших классах перемножать целые числа столбиком? Многие считают, что наличие калькулятора делает эту работу бессмысленной. Проведем психологический анализ действий ученика. Когда ученик перемножает (или складывает) числа, он повторяет такие операции: «столько-то пишем, столько-то в уме». То есть он учится оперировать данными с использованием собственной кратковременной памяти. Когда в дальнейшем ребенок демонстрирует примеры «логического» мышления, ему одновременно нужно держать в памяти несколько посылок и правило вывода, чтобы получить результат. Таким образом,

вопрос о полезности знания алгоритма умножения столбиком переходит в другую плоскость: насколько эффективен этот способ для формирования нужного психологического механизма? Какими другими методическими средствами можно сформировать этот психологический механизм?

Целесообразность шаблонов в обучении математике неявно следует из различных психологических теорий, которые отражают различные аспекты овладения новыми понятиями (теория свертки алгоритмов, теория инкапсуляции, теория фреймов) [34] показывает, что освоенные (даже, возможно, без осознания их сущности) алгоритмы, сворачиваясь, превращаются в понятия, на которых строится следующий уровень обучения. Фактически та же идея представлена в теории APOS (Action, Process, Object, Schema): [35], описывающая, как «... действия превращаются в процессы, а затем заключаются в ментальные объекты, чтобы занять их место в более сложных когнитивных схемах ...» [36]. Минский показывает что механизмы зрения не могли бы функционировать без шаблонов, которые позволяют человеку в реальном времени обрабатывать визуальную информацию и ориентироваться в пространстве. Далее Минский показывает, что, однажды сформировавшись, они начинают функционировать и в других видах человеческой деятельности (Society of Mind) [27].

В то время как набор шаблонов, связанных с решением типовых задач, хорошо известен и проработан, формирование мыслительных шаблонов изучено мало. Именно поэтому, возможно, замечательный ученый и яркий лектор В. А. Рохлин писал [37], что знания передаются от хорошего преподавателя к ученику волшебным способом, и главная задача обучения математике — подготовить учителей, которые понимают математику.

Подводя первые итоги теоретического анализа проблемы и полученных экспериментально результатов, можно утверждать, что понимание материала даже при «понятном» изложении и поддержке практическими занятиями приходит к большинству студентов не сразу. Не вдаваясь в анализ процесса понимания, можно предположить, что его можно разделить на несколько видов и стадий, и степень «понимания» каждого понятия в отдельности зависит от целостности структуры знаний в целом. Тем самым формирование некоторых шаблонов, которое обычно рассматриваются как компоненты алгоритмического подхода к обучению и алгоритмического «мышления», играет важную роль в формировании внутренних инструментов, которые в некоторый момент создают у обучаемых ощущение «понимания».

4. НЕИНВАЗИВНЫЙ МОНИТОРИНГ

Рассмотрим вторую стратегию, используемую в экспериментальной работе — организацию самостоятельной (и в значительной степени инициативной) деятельности студентов в течение второй части семестра. В основе концепции организации этой работы лежат следующие положения:

- 1) работа по интересующей студента тематике будет эффективнее с точки зрения продуктивного обучения, так как студент мотивирован к этой деятельности, самостоятельно решает возникающие трудности, основываясь на собственных представлениях и вырабатывая собственные пути к пониманию;
- 2) для интеллектуального развития студента, успешно осваивающего курс, проведение итогового экзамена, имеющего по своей сути формализованный усредненный характер, будет менее эффективно, чем работа над собственным проектом и углубление в одну из тем курса;

- 3) инициативная самостоятельная деятельность соответствует формированию общих компетенций, связанных с умением организовать собственную умственную деятельность, получить опыт исследовательской работы и его представления профессиональному сообществу.

Далее мы анализируем десятилетний опыт так называемого альтернативного экзамена, который основан на концепции неинвазивного мониторинга, и рассматриваем 12 различных форм и этапов этого мониторинга в процессе подготовки проектов для студентов по курсу дискретной математики (2 семестр).

Альтернативный экзамен (АЕ) — это форма самостоятельной работы студентов во второй половине семестра. Эта деятельность может рассматриваться как вид проектной деятельности и как проявление концепции формирующей оценки (formative assessment). Однако у него есть свои особенности.

Альтернативный экзамен ставит перед студентами три цели:

- понять материал темы, чтобы свободно оперировать понятиями и методами этой темы;
- обучать других тому, чему они научились самостоятельно (в форме подготовки статьи или программного обеспечения и отчета по определенной теме);
- изучать идеи, представленные другими участниками альтернативного экзамена.

Далее мы опишем методику использования этой формы экзамена.

Выбор формы экзамена происходит после написания первой контрольной работы. В этой контрольной работе студентам предлагаются задания, аналогичные тем, которые ранее предлагались для индивидуальных домашних заданий и анализировались на практических занятиях.

Студенты четко информированы о стратегии победы: «если вы хотите получить оценку «хорошо» (при успешном решении 70 % задач) или «отлично» (при решении 90 % задач), то достигнете этой цели, выполнив домашние задания самостоятельно и используя практические занятия, на которых рассматривались решения задач, которые вы не смогли решить дома.

Далее, тем, кто получил отметку «хорошо» или «отлично» и желает сдавать экзамен в альтернативной форме, предлагается выбрать одно из направлений (в соответствии с основной темой читаемого курса, в курсе обычно 3–4 таких темы) и тип экзамена (один из трех):

- изучение нового материала с решением задач,
- программирование,
- исследование.

Преподаватель задает тему работы, опираясь на научные статьи, учебники, сетевые ресурсы, стараясь каждый год давать новые темы в соответствии с появлением новых книг, статей, видео лекций, или предлагает углубить или расширить уже выполненные проекты.

Преподаватель

- предлагает учащимся необходимые книги и указывает, какие задачи нужно решить тем, кто изучает новый материал;
- обсуждает техническое задание с теми, кто пишет компьютерные программы; обычно студенты сами выбирают язык программирования (часто с целью освоения нового языка); задачи обычно связаны с реализацией алгоритмов, изучаемых в курсе, либо в форме вычислительного эксперимента, либо в форме создания учебных модулей.

Студенты, выбирающие исследование, обычно получают тему из внешних источников (например на научном семинаре) или выбирают одну из открытых задач, которые были объявлены преподавателем на лекции; в этом случае они сами ищут дополнительные источники, проводят вычислительные эксперименты, ставят и решают вспомогательные задачи. в ходе выполнения исследовательских работ студент может встречаться с преподавателем для обсуждения найденной литературы, подходов к задаче, постановки вспомогательных задач.

В работе студента над альтернативным экзаменом можно выделить 12 последовательных этапов.

- Обсуждение темы и начало работы.
- Изучение источников по теме.
- Решение задач или написание компьютерной программы.
- Подготовка расширенной презентации для рецензирования.
- Ознакомление преподавателя с работой и допуск к рецензированию другими участниками АЭ.
- Рецензирование работ (каждый рецензирует три работы и, соответственно, получает три рецензии на свою работу).
- Исправление работы после рецензирования.
- Подготовка 10–15 минутного отчета (и презентации).
- Слушание докладов других участников, вопросы и комментарии к ним (в случае затруднений с ответами, на вопросы должны отвечать рецензенты).
- Презентация работы (доклад с презентацией на 10–15 минут).
- Оценка работы других студентов по некоторым признакам (например таким, как понятность представления материала).
- Тестирование с самоконтролем по темам докладов.

Рассмотрим важный аспект альтернативного экзамена — оценку проделанной работы. Оценка работы проводилась посредством неинвазивного мониторинга. Главной особенностью неинвазивного мониторинга является изменение цели мониторинга. Неинвазивный мониторинг не имеет целью явно оценить работу студента, цель такого мониторинга в том, чтобы смоделировать представление результатов работы сообществу (иными словами, смоделировать контроль со стороны научного сообщества). Сравнивая свои результаты с результатами других участников АЭ, студент сам может позиционировать себя в том «научном мире», который моделируется структурой альтернативного экзамена. Что касается оценки (точнее отметки, которая ставилась в зачетную книжку), то она совпадала с оценкой контрольной работы, по которой студент допускался к альтернативному варианту сдачи экзамена, то есть была «хорошо» или «отлично». В то же время, работы, которые по глубине содержания превышали требования АЭ, поощрялись повышением оценки до «отличной».

Степень понимания материала оценивалась тремя различными способами:

- экспертами (преподавателем, научными сотрудниками, предложившими темы, участниками АЭ предыдущих лет), после прочтения студенческих отчетов и/или их прослушивания,
- самими участниками путем опроса,
- по результатам испытаний по темам докладов.

Все три способа показали высокий уровень понимания студентами своих тем и приемлемый уровень понимания других тем участниками АЭ.

По собственной оценке участников, понимание отчетов других студентов было в среднем на уровне 65 %, доверительный интервал (29 %; 100 %).

Согласно результатам тестирования, понимание отчетов других студентов в среднем составило 47 % (что статистически меньше, чем при самооценке), доверительный интервал составляет (19 %; 75 %).

После завершения альтернативного экзамена участникам была предложена анкета «Оцените, как пришло понимание проектной темы: изменения в понимании не произошло — 0, понимание сути изменилось незначительно — 1, понимание существенно изменилось — 2, понимание достигло максимума — 3.

- Сразу после получения темы.
- После прочтения литературы по теме.
- После решения задач по теме проекта (или написания программы).
- После подготовки расширенной презентации для рецензирования.
- После представления своей работы преподавателю.
- После получения рецензий на свою работу.
- После рецензирования работ других участников.
- После подготовки доклада.
- После прослушивания докладов других студентов.
- После собственного выступления.
- После заполнения таблицы с оценкой других выступлений.
- После тестирования по темам всех выступлений.»

Кластеризация результатов анкетирования методом k -средних дала 3 группы АЭ-участников (13, 9 и 17 студентов в каждой группе, 1 из 40 студентов попал в маргинальную группу и не был учтен). На рис. 2 приведены графики, которые демонстрируют среднее влияние всех 12 этапов на уровень понимания (цвет А соответствует группе из 13 человек, цвет С — 17, цвет В — 9).

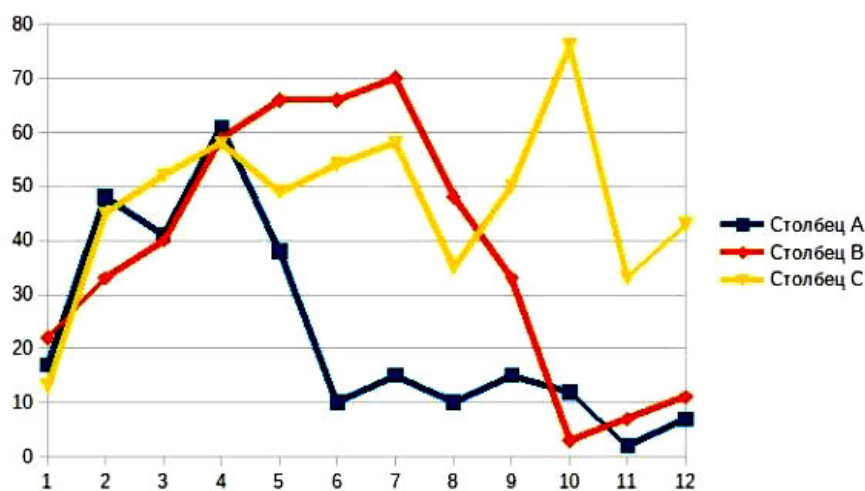


Рис. 2. Среднее влияние каждого из 12 этапов альтернативного экзамена на понимание материала для трех типологических групп участников

Каждую из выделенных типологических групп можно характеризовать этапом, на котором большинство членов этой группы получило самоощущение понимания проблемы, которую они изучают.

Для группы А это этап 4 — «После подготовки расширенной презентации» (важность следующих этапов для этой группы быстро падает).

При проверке статистических гипотез достоверно можно указать следующие соотношения важности разных этапов для группы А: этапы от №6 до №12 имеют меньшую важность, чем этап № 4 (то есть после подготовки презентации доклада дальнейшее на понимание влияет мало).

Для группы В это этап 7 — «После рецензирования работ других участников» (близкие к этому результаты и по двум предыдущим пунктам, связанным с рецензированием, однако важность следующих этапов быстро уменьшается).

При проверке статистических гипотез достоверно можно указать следующие соотношения важности разных этапов для группы В: этапы от № 1 до № 3 и этапы от № 9 до № 12 имеют меньшую важность чем этапы от № 5 до № 7 (то есть, наиболее важны для понимания этапы рецензирования чужих работ и получения замечаний от рецензентов своей работы).

Для группы С это этап 10 — «После собственного выступления» (при этом для этой группы достаточно важны и все другие этапы).

При проверке статистических гипотез достоверно можно указать следующие соотношения важности разных этапов для группы С: этап №10 имеет большую для понимания важность, чем этапы № 2, № 5, № 8, № 9, № 11, № 12. Это говорит о потенциальной важности «оглашения» результатов работы самими студентами. В условиях письменного экзамена этот этап постепенно пропал из университетской практики, но, как можно видеть, это очень важный этап в понимании, так как группа С — самая большая из типологических групп (44 % участников). Другой аспект интерпретации результатов группы С — эти студенты не достигли понимания вплоть до последних стадий альтернативного экзамена, то есть среди этой группы могут быть студенты, которые не полностью овладели требуемыми концептуальными знаниями.

5. ВЫВОДЫ

1. Рассмотрены два подхода к мониторингу понимания материала курса студентами:
 - посредством проведения письменного экзамена в традиционной форме (набор задач и ограниченное время для их решения), но с задачами, требующими переноса знаний в новую ситуацию;
 - посредством моделирования представления результатов работы научному сообществу, включая все промежуточные этапы такой деятельности (неинвазивный мониторинг).

Эксперимент показал, что при использовании задач на понимание на письменном экзамене только 18 % студентов показывают неформальное усвоение материала. Это не связано с качеством работы на практических занятиях, так как решение шаблонных задач не обеспечивает в полной мере формирования умственных операций, результатом которых является эффект понимания.

Использование неинвазивного мониторинга дает существенно лучшие результаты и для формирования умственных операций, обеспечивающих эффект понимания, и для проверки понимания материала студентами. Так анкетирование показало, что 33 % участников достигли понимания на начальном этапе экзамена (в процессе изучения литературы, решения задач и написания программ), 23 % достигли понимания на этапе рецензирования, наконец, 44 % достигли понимания на последнем этапе — после представления доклада другим участникам экзамена. Это означает, что на 56 % участников

не повлияли вопросы преподавателя и экспертов в процессе заключительного представления работ, и значит, по крайней мере, 56 % участников наверняка неформально освоили темы. Это подтверждается как непосредственным опросом (65 % достигли понимания по мнению участников) так и экспресс тестом по всем темам докладов (47 %). Последние результаты относятся уже не к собственной работе, а к пониманию чужих работ, однако подтверждают, что организация подготовки к экзамену в альтернативной форме дает больший эффект с точки зрения понимания изучаемого материала.

Недостатком неинвазивного мониторинга в форме альтернативного экзамена является сужение мониторинга на выбранные студентом вместе с преподавателем темы. В то же время, если сочетать оба подхода и использовать традиционный мониторинг (домашние задания, контрольные и пр.) для проверки базовых знаний, то можно предположить, что сужение тематики работы в рамках альтернативного экзамена не будет иметь отрицательных последствий, но позволит повысить продуктивность обучения.

Также проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы, которые можно рассматривать как рабочие гипотезы для продолжения исследования:

2. Сочетание традиционного тестирования с неинвазивным мониторингом дает недорогое технологическое решение для сопровождения продуктивной деятельности студентов, сокращая рутинную деятельность преподавателей.

3. Эффективным способом развития технологического обеспечения для поддержки продуктивной деятельности является концентрация внимания на использовании компьютерных инструментальных средств, моделирующих предметную область, а не педагогические концепции, которые трудно описать формально, не упрощая, и которые представляются (хранятся и передаются) опытом преподавания.

4. Потенциал эффективной технологической поддержки заключается в отношении к студентам как равноправным участникам образовательного процесса, используя и развивая их ответственность за результаты обучения.

Список литературы

1. He W., Holton A., Farkas G., Warschauer M. The effects of flipped instruction on out-of-class study time, exam performance, and student perceptions // *Learning and Instruction*. 2016. № 45. P. 61–71. doi: 10.1016/j.learninstruc.2016.07.001
2. Vanslambrouck S., Zhu C., Pynoo B., Thomas V., Lombaerts K., Tondeur J. An in-depth analysis of adult students in blended environments: Do they regulate their learning in an “old school” way? // *Computers & Education*. 2018. № 128. P. 75–87. doi: 10.1016/j.compedu.2018.09.008
3. Broadbent J., Poon W. L. Self-regulated learning strategies & academic achievement in online higher education learning environments: A systematic review // *Internet and Higher Education*. 2015. № 27. P. 1–13. doi: 10.1016/j.iheduc.2015.04.007
4. Xia J., Fielder J., Siragusa L. Achieving better peer interaction in online discussion forums: A reflective practitioner case study // *Issues in Educational Research*. 2013. Vol. 23. № 1. P. 97–113.
5. Mueller C. M., Dweck C. S. Praise for intelligence can undermine children’s motivation and performance // *Journal of Personality and Social Psychology*. 1998. № 75(1). P. 33–52. doi: 10.1037/0022-3514.75.1.33
6. Holland A. A. Effective principles of informal online learning design: A theory-building metasynthesis of qualitative research // *Computers & Education*. 2018. Vol. 128. P. 214–226. doi: 10.1016/j.compedu.2018.09.026
7. Ally M., Cleveland-Innes M., Boskic N, Larwill S. Learners’ use of learning objects // *Journal of Distance Education*. 2006. Vol. 21. № 2. P. 44–57.
8. Clark K. Serving underserved communities with instructional technologies: Giving them what they need, not what you want // *Urban Education*. 2005. № 40. P. 430–445. doi: 10.1177/0042085905276388

9. *Liu G.* Understanding tree: a tool for estimating an individual's understanding of conceptual knowledge // arXiv:1708.00335v2. 2018.
10. *Crooks T.* The Validity of Formative Assessments // British Educational Research Association Annual Conference. University of Leeds. September. 2001. P. 13–15.
11. *Huhta Ari* Diagnostic and Formative Assessment. In Spolsky, Bernard; Hult, Francis M. (eds.). The Handbook of Educational Linguistics. Oxford, UK: Blackwell. 2010. P. 469–482.
12. *Shepard L. A.* Formative assessment: Caveat emptor // ETS Invitational Conference The Future of Assessment: Shaping Teaching and Learning, New York. October 10–11. 2005.
13. *Лауна П. И.* Результативность обучения математике в школе: Дисс. канд. пед. наук. Л., 1991.
14. *Amigud A., Lancaster T.* 246 reasons to cheat: An analysis of students' reasons for seeking to outsource academic work // Computers & Education. 2019. № 134. P. 98–103. doi: 10.1016/j.compedu.2019.01.017
15. *Шаталов В. Ф.* Куда и как исчезли тройки. М.: «Педагогика», 1980. 134 с.
16. *Фридман Л. М.* Анализируем поиски, находки учителей // Вопросы психологии. 1981. № 3. С. 146–151.
17. *Вертегеймер М.* Продуктивное мышление. М.: Прогресс, 1987.
18. *Башмаков М. И.* Теория и практика продуктивного обучения. М.: Народное образование, 2000.
19. *Зимняя И. А.* Ключевые компетенции — новая парадигма результатов образования // Высшее образование сегодня. 2003. № 5. С. 34–42.
20. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года. Приложение к приказу Минобразования России от 11.02.2002 № 393. М., 2002.
21. *Лебедев О. Е.* Компетентностный подход в образовании // Школьные технологии. 2004. № 5. С. 3–12.
22. *Эрштейн Л. Б.* Влияние компетентностного подхода в образовании на развитие общества // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2015. Т. 13. С. 751–755.
23. *Минский М. Л.* Фреймы для представления знаний. М.: Энергия, 1979.
24. *Пойа Д.* Как решать задачу: Пособие для учителей / Пер. с англ. В. Г. Звонаревой, Д. Н. Белла. Под ред. Ю. М. Гайдука. 2-е изд. М.: ГИЗ МП РСФСР, 1961. 208 с.
25. *Пойа Д.* Математическое открытие. М.: Наука, 1970.
26. *Пойа Д.* Математика и правдоподобные рассуждения. Под ред. С. А. Яновской. М.: Наука, 1975. 464 с.
27. *Minsky M.* The Society of Mind. NY: Simon & Schuster. 1986.
28. *Deng R., Benckendorff P., Gannaway D.* Progress and new directions for teaching and learning in MOOCs // Computers & Education. 2018. № 129. P. 48–60. doi: 10.1016/j.compedu.2018.10.019
29. *Mueller C. M., Dweck C. S.* Praise for intelligence can undermine children's motivation and performance // Journal of Personality and Social Psychology. 1998. Vol. 75. № 1. P. 33–52. doi: 10.1037/0022-3514.75.1.33
30. *Sweller J.* Cognitive load during problem solving: Effects on learning // Cognitive Science. 1988. Vol. 12. № 2. P. 257–285. doi: 10.1207/s15516709cog1202_4
31. *Dahl B.* What is the problem in problem-based learning in higher education mathematics // European Journal of Engineering Education. 2017. Vol. 43. № 1. P. 112–125. doi: 10.1080/03043797.2017.1320354
32. *Хинчин А. Я.* Педагогические статьи. Под ред. Б. В. Гнеденко. М.: Издательство Академии педагогических наук РСФСР, 1963.
33. *Шапиро С. И.* От алгоритмов — к суждениям: Эксперименты по обучению элементам математического мышления. М.: Советское радио, 1973. 288 с.
34. *Dubinsky E., Mcdonald M. A.* (n.d.) APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research // The Teaching and Learning of Mathematics at University Level, 2001. P. 275–282. doi: 10.1007/0-306-47231-7_25
35. *Tall D. O.* Reflections on APOS theory in elementary and advanced mathematical thinking // Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Israel: Haifa, 1999. Vol. 1. P. 111–118.
36. *Поздняков С. Н.* Система компьютерной алгебры как педагогическая задача // Компьютерные инструменты в образовании. 2017. № 2. С. 25–41.
37. *Рохлин В. А.* Лекция о преподавании математики нематематикам // Математическое просвещение. 2004. Сер. 3. Вып. 8. С. 21–36.

Поступила в редакцию 20.08.2019, окончательный вариант — 10.09.2019.

Поздняков Сергей Николаевич, заведующий кафедрой Алгоритмической математики
СПбГЭТУ «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), ✉ pozdnkov@gmail.com

Computer tools in education, 2019

№ 3: 70–89

<http://cte.eltech.ru>

[doi:10.32603/2071-2340-2019-3-70-89](https://doi.org/10.32603/2071-2340-2019-3-70-89)

The Relationship of Goal-Setting in the Teaching of Mathematics with its Technological Support

Pozdnyakov S. N.¹, PhD, ✉ pozdnkov@gmail.com

¹Saint Petersburg Electrotechnical University,
5, building 3, st. Professora Popova, 197376, Saint Petersburg, Russia

Abstract

Technological support of teaching mathematics depends on what methodological and pedagogical goals are put for learning. Achieving or failing to achieve these goals is connected with the used type of feedback or in other words, the method of assessing the educational activities of students. In this work, two types of assessment are contrasted: a test form of knowledge testing (implemented by a system of mid-term and final exams) and a formative assessment (determined by the teacher's informal reaction to the student's productive activities and the way these activities are organized). It is shown that the first type of assessment corresponds to the consideration of the curriculum as a learning goal, the second — as a learning tool. In the first case, the purpose of training is the acquisition of specific knowledge and skills, and in the second, the mastery of the general mechanisms of educational activity inherent in a given subject area (mathematics). For the first goal, it is effective to use template tasks including generated exercises and simulators, for the second — to use various tools that support constructive and research activities.

The article shows how “non-invasive monitoring” is used to achieve the second goal, when the teacher and the student are not on opposite sides of the academic barrier (the student answers — the teacher sets a mark), but on the same side and jointly perform actions to create conditions for the most effective mastery of the course material by each student. The basis of non-invasive monitoring is modeling the presentation of the results of this activities to the scientific community, including all intermediate stages of such activities. Instead of testing knowledge and issuing formal marks, feedback is used, various approaches and ways to solve the problem are discussed together, and monitoring is limited to students' self-esteem, which is not necessarily communicated to the teacher. At the same time, the discussion process itself is open, and the teacher can always evaluate the problems of students, without turning them into an instrument of formal pressure on the student by third parties.

Keywords: *Productive math learning, distance learning, computer tools, non-invasive monitoring, project activities, problem solving templates.*

Citation: S. N. Pozdnyakov, "Connection of Goal-Setting in Mathematics Teaching with Its Technological Support," *Computer tools in education*, no. 3, pp. 70–89, 2019 (in Russian); doi:10.32603/2071-2340-2019-3-70-89

References

1. W. He, A. Holton, G. Farkas, and M. Warschauer, "The effects of flipped instruction on out-of-class study time, exam performance, and student perceptions," *Learning and Instruction*, no. 45, pp. 61–71, 2016; doi: 10.1016/j.learninstruc.2016.07.001
2. S. Vanslambrouck, C. Zhu, B. Pynoo, V. Thomas, K. Lombaerts, and J. Tondeur, "An in-depth analysis of adult students in blended environments: Do they regulate their learning in an "old school" way?" *Computers & Education*, vol. 128, pp. 75–87, 2019; doi: 10.1016/j.compedu.2018.09.008
3. J. Broadbent and W. L. Poon, "Self-regulated learning strategies & academic achievement in online higher education learning environments: A systematic review," *Internet and Higher Education*, vol. 27, pp. 1–13, 2015; doi: 10.1016/j.iheduc.2015.04.007
4. J. Xia, J. Fielder, and L. Siragusa, "Achieving better peer interaction in online discussion forums: A reflective practitioner case study," *Issues in Educational Research*, vol. 23, no. 1, pp. 97–113, 2013.
5. C. M. Mueller and C. S. Dweck, "Praise for intelligence can undermine children's motivation and performance," *Journal of Personality and Social Psychology*, vol. 75, no. 1, pp. 33–52, 1998; doi: 10.1037/0022-3514.75.1.33
6. A. A. Holland, "Effective principles of informal online learning design: A theory-building metasynthesis of qualitative research," *Computers & Education*, vol. 128, pp. 214–226, 2019; doi: 10.1016/j.compedu.2018.09.026
7. M. Ally, M. Cleveland-Innes, N. Boskic, and S. Larwill, "Learners' use of learning objects," *Journal of Distance Education*, vol. 21, no. 2, pp. 44–57, 2006.
8. K. Clark, "Serving underserved communities with instructional technologies: Giving them what they need, not what you want," *Urban Education*, vol. 40, pp. 430–445, 2005; doi: 10.1177/0042085905276388
9. G. Liu, "Understanding tree: a tool for estimating an individual's understanding of conceptual knowledge," *arXiv preprint arXiv:1708.00335v2*, 2018.
10. T. Crooks, "The Validity of Formative Assessments," in *Proc. British Educational Research Association Annual Conference*, University of Leeds, pp. 13–15, 2001.
11. A. Huhta, "Diagnostic and Formative Assessment," B. Spolsky and F. M. Hult, eds., *The Handbook of Educational Linguistics*, Oxford, UK: Blackwell, pp. 469–482, 2010.
12. L. A. Shepard, "Formative assessment: Caveat emptor," in *ETS Invitational Conference The Future of Assessment: Shaping Teaching and Learning*, New York, Oct. 10–11, 2005.
13. P. I. Laina, "Rezultativnost' obucheniya matematike v shkole" [The effectiveness of teaching mathematics at school], Ph.D. dissertation, Leningrad, USSR, 1991 (in Russian).
14. A. Amigud and T. Lancaster, "246 reasons to cheat: An analysis of students' reasons for seeking to outsource academic work," *Computers & Education*, vol. 134, pp. 98–103, 2019; doi: 10.1016/j.compedu.2019.01.017
15. V. F. Shatalov, *Kuda i kak ischezli troiki* [Where and how did the triples disappear], Moscow: Pedagogika, 1980 (in Russian).
16. L. M. Fridman, "Analiziruem poiski, nakhodki uchitelei" [We analyze the searches, finds of teachers], *Voprosy psikhologii*, no. 3, pp. 146–151, 1981 (in Russian).
17. M. Wertheimer, *Produktivnoe myshlenie* [Productive thinking], Moscow: Progress, 1987 (in Russian).
18. M. I. Bashmakov, *Teoriya i praktika produktivnogo obucheniya* [Theory and practice of productive learning], Moscow: Narodnoe obrazovanie, 2000 (in Russian).
19. I. A. Zimnyaya, "Klyuchevye kompetentsii — novaya paradigma rezul'tatov obrazovaniya" [Key competencies — a new paradigm of education outcomes], *Vysshee obrazovanie segodnya*, no. 5, pp. 34–42, 2003 (in Russian).
20. "Kontseptsiya modernizatsii rossiiskogo obrazovaniya na period do 2010 goda. Prilozhenie k prikazu Minobrazovaniya Rossii ot 11.02.2002 №393" [The concept of modernization of Russian education

- for the period until 2010: Appendix to Order of the Ministry of Education of Russia dated 11.02.2002 No. 393], Moscow, 2002 (in Russian).
21. O. E. Lebedev, "Kompetentnostnyi podkhod v obrazovanii" [Competency-based approach in education], *Shkol'nye tekhnologii*, no. 5, pp. 3–12, 2004 (in Russian).
 22. L. B. Ershtein, "Vliyanie kompetentnogo podkhoda v obrazovanii na razvitie obshchestva" [The impact of the competency-based approach in education on the development of society], *Nauchno-metodicheskii elektronnyi zhurnal 'Kontsept'*, vol. 13, pp. 751–755, 2015 (in Russian).
 23. M. L. Minsky, *Freimy dlya predstavleniya znaniy* [A Framework for Representing Knowledge], Moscow: Energiya, 1979.
 24. D. Poiya, *Kak reshat' zadachu: Posobie dlya uchitelei* [How to solve it], Yu. M. Gaiduka ed., Moscow: GIZ MP RSFSR, 1961 (in Russian).
 25. D. Poiya, *Matematicheskoe otkrytie* [Mathematical discovery], Moscow: Nauka, 1970 (in Russian).
 26. D. Poiya, *Matematika i pravdopodobnye rassuzhdeniya* [Mathematics and Plausible Reasoning], S. A. Yanovskoi ed., Moscow: Nauka, 1975 (in Russian).
 27. M. Minsky, *The Society of Mind*, New York: Simon & Schuster, 1986.
 28. R. Deng, P. Benckendorff, and D. Gannaway, "Progress and new directions for teaching and learning in MOOCs," *Computers & Education*, vol. 129, pp. 48–60, 2018; doi: 10.1016/j.compedu.2018.10.019
 29. C. M. Mueller and C. S. Dweck, "Praise for intelligence can undermine children's motivation and performance," *Journal of Personality and Social Psychology*, vol. 75, no. 1, 33–52, 1998; doi: 10.1037/0022-3514.75.1.33
 30. J. Sweller, "Cognitive load during problem solving: Effects on learning," *Cognitive Science*, vol. 12, no. 2, pp. 257–285, 1988; doi: 10.1207/s15516709cog1202_4
 31. B. Dahl, "What is the problem in problem-based learning in higher education mathematics," *European Journal of Engineering Education*, vol. 43, no. 1, pp. 112–125, 2017; doi: 10.1080/03043797.2017.1320354
 32. Ya. Khinchina, *Pedagogicheskie stat'i* [Pedagogical articles], B. V. Gnedenko ed., Moscow: Izdatel'stvo Akademii pedagogicheskikh nauk RSFSR, 1963 (in Russian).
 33. S. I. Shapiro, *Ot algoritmov — k suzheniyam: Eksperimenty po obucheniyu elementam matematicheskogo myshleniya* [From Algorithms to Judgments: Experiments in teaching elements of mathematical thinking], Moscow: Sov. radio, 1973 (in Russian).
 34. E. Dubinsky and M. A. McDonald, "APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research," *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level* (New ICMI Study Series), D. Holton at al. eds., Dordrecht, Netherlands: Springer, 2001, pp. 275–282; doi: 10.1007/0-306-47231-7_25
 35. D. O. Tall, "Reflections on APOS theory in elementary and advanced mathematical thinking," in *Proc. of the 23rd Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, Haifa, Israel, 1999, pp. 111–118.
 36. S. N. Pozdnyakov, "Sistema komp'yuternoï algebry kak pedagogicheskaya zadacha" [Computer Algebra System as a Pedagogical Task], *Computers tools in education*, no. 2, pp. 25–41, 2017 (in Russian).
 37. V. A. Rokhlin, "Lektsiya o prepodavanii matematiki nematematikam" [Lecture on teaching mathematics to non-mathematicians], *Matem. prosv.*, vol. 3, no. 8, pp. 21–36, 2004 (in Russian).

Received 20.08.2019, The final version — 10.09.2019.

Sergei N. Pozdnyakov, PhD, Head of Algorithmic Mathematics Department, Saint Petersburg Electrotechnical University, ✉ pozdnikov@gmail.com