Ляхов Александр Федорович,
Рыжов Владимир Андреевич

МУЗЫКАЛЬНО-ЗВУКОВАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MATLAB

Аннотация

В работе предлагается метод построения звуковой визуализации параметрически заданных функций, в частности фазовых траекторий динамических систем. В качестве примеров использования предложенного метода приводятся звуковые визуализации гармонического осциллятора – системы, состоящей из двух связных маятников и материальной точки, движущейся в однородном поле тяжести в среде без сопротивления. К работе прилагается программа, написанная в среде MatLab.

Ключевые слова: музыкальная визуализация, графическая визуализация, звуковая визуализация, преобразования Фурье, динамические системы, среда MatLab.

С возникновением и развитием информационных технологий объемы обрабатываемой информации возросли на порядки. Однако человек в силу своей физиологической ограниченности в основном может воспринимать информацию только по двум каналам: каналу зрения и слуха.

Можно предложить два пути разрешения противоречия между возрастающими объёмами информации и возможностями человека. С одной стороны, можно увеличить количество принимаемой информации человеком за счет более интенсивного использования имеющихся каналов приема, с другой стороны, за счет преобразования количественной информации в некоторую качественную информацию.

Примерами таких преобразований цифровой информации могут служить широко используемые различные методы графической визуализации. Следует заметить, что графическая визуализация одной и той же функции может иметь различный вид. Например, график функции $e^{-0,1x}\sin x$ в декартовых и полярных координатах имеет вид (рис. 1).

Графическая визуализация допускает представление функции, зависящей от четырёх параметров системы. Три параметра отображаются стандартным образом по осям координат, а четвёртый параметр отображается цветом. Введение цвета как параметра требует соответствующего определения цветовой шкалы[1].

На рис. 2 показана графическая визуализация системы параметрически заданных функций

$$\phi(t) = 100 + 100\cos\left(\frac{2\pi}{50}t\right),$$

[1] Заметим, что цветоощущения современного человека развивались вместе с развитием культуры. У племён, находящихся на первобытных стадиях развития, вместо цветовых понятий существуют понятия «светлый» и «тёмный».

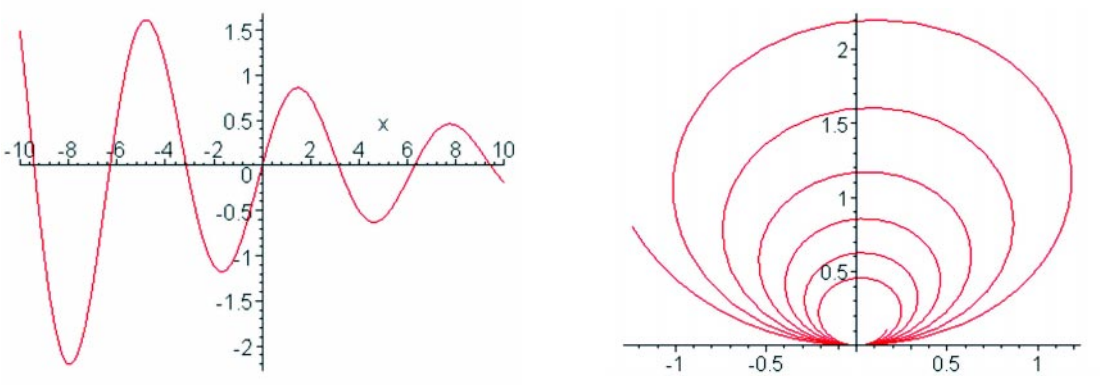

Рис. 1

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = -4\pi \sin\left(\frac{2\pi}{50}t\right),$$

$$\psi(t) = 200 + 200\cos\left(\frac{2\pi}{50}t\right),$$

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = -4\pi \sin\left(\frac{2\pi}{50}t\right).$$

$\phi(t), \dfrac{d\phi(t)}{dt}, \dfrac{d\psi(t)}{dt}$ – отложены на осях, а $\psi(t)$ – отображена с помощью цвета.

Наряду с графической визуализацией могут быть использованы звуковая и музыкальная визуализации объектов.

Слуховой аппарат человека – это система, принимающая звуковые колебания с частотой в среднем от 16 до 20000 Гц. При этом он обладает почти предельно возможной чувствительностью, то есть реагирует на колебания, по энергии эквивалентные ударам нескольких молекул о барабанную перепонку. Избирательность слуха по спектру акустических колебаний – высоте и тембру звука – очень высока. Минимальный интервал частот, которые человек может различать в среднем регистре, примерно равен 1 Гц (для сравнения полутон в этом же регистре – 26 Гц). Кроме того, спектральные характеристики слухового аппарата практически не зависят от громкости звука, и в этом смысле наши слуховые ощущения адекватны вызывающим их звукам.

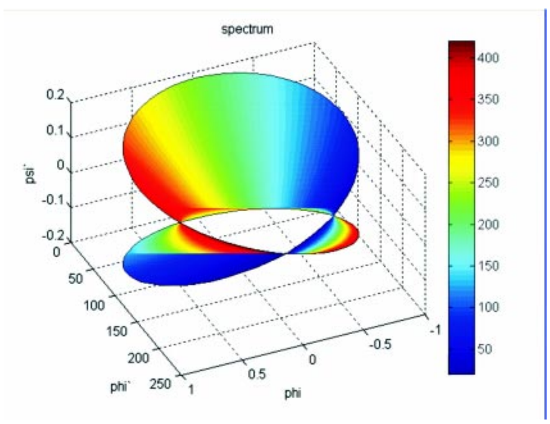

Рис. 2

Звуковая визуализация широко используется человечеством с древнейших времён, примером могут служить тревожные звуковые сигналы в армии, на транспорте и т. д.

Простейшую звуковую визуализацию можно получить, используя либо высоту звука, либо его громкость, либо оба параметра вместе. При решении подобной задачи наиболее очевидный путь состоит в том, что функцию, которую требуется визуализировать, можно разложить в ряд Фурье, то есть представить виде

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos kx + b_k \sin kx),$$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos kx \cdot dx,$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin kx \cdot dx$$

и установить соответствие амплитуд разложения и частот с амплитудами и частотами звука. Такое моделирование мало интересно уже тем, что исследуемый процесс либо закончился, либо носит периодический характер. Результат такого моделирования, как правило, для простой гармонической системы выразится как звучание одной ноты, а для сложной системы получится некоторый периодический шум.

Музыкальная визуализация гораздо богаче по своим возможностям в преобразованиях и передаче информации по сравнению со звуковой визуализацией, а в потенциале, возможно даже с графической[1].

Феномен музыки не поддается простому объяснению. Современные исследования показывают определяющую роль музыки в гармонизации интеллектуальной деятельности человека, но множество вопросов, связанных с её возникновением и возможностями целенаправленного использования, остаются открытыми [1].

Со времён Древней Греции известно, что музыка это не только искусство, но и наука. Музыкальная научная проблематика граничит с семиотикой (музыкальная знаковость и структуры языка), герменевтикой (музыкальное произведение как текст), теорией драмы (законы функционирования музыкального целого). Особое значение имеет исследование временных структур музыки в качестве самостоятельного раздела новой науки хронософии – интердисциплинарной науки о времени.

Любое музыкальное произведение является музыкальным текстом, который обладает всеми атрибутами обычного текста, а именно: информационной плотностью, избыточностью и т. д. Музыкальный текст существует там, где существует информация, выражаемая и передаваемая с помощью комплекса специфических музыкальных средств – ритмо-интонации, гармонии. Музыкальный текст, вне зависимости от его передачи в устной традиции или нотной записи, является «открытым сообщением».

Необходимым условием понимания музыкального текста являются соответствующие культурно-исторические традиции, то есть процедура понимания музыкального текста предполагает контекстные условия.

Примером использования музыкальной визуализации могут служить музыкальные сигналы кавалеристов, охотников. Следует отметить, что передаваемая музыкальная информация имеет высокую степень избыточности и защищённости от помех. Старшее поколение должно помнить пионерских горнистов и барабанщиков. По нескольким музыкальным звукам можно было легко отличить сигнал сбора, подъёма или отбоя, передаваемый горнистом на большие расстояния и при больших помехах.

В данной работе осуществляется музыкальная визуализация динамического поведения систем.

Большинство рассматриваемых на практике динамических систем описывается системой дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{f}(t, \bar{x}),$$

где $\bar{x}$ и $\bar{f}$ – вектора размерности $2n$, n – число степеней свободы системы. Например, колебания маятника описываются системой уравнений

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \qquad \frac{dx_2}{dt} = -\omega^2 x_1, \tag{1}$$

здесь x_1 – угол отклонения маятника, x_2 – угловая скорость, а ω – частота его колебаний.

Поведение динамической системы удобно исследовать в $2n$-мерном, так называемом фазовом пространстве H, $\bar{x} \in H$.

Например, каждому решению системы (1)

$$x_1(t) = A\sin(\omega t - \varepsilon), \qquad x_2(t) = A\omega\cos(\omega t - \varepsilon). \tag{2}$$

на плоскости x_1, x_2 – соответствует некоторая кривая – фазовая траектория. Её можно получить, исключив из уравнений (2) время t. Для этого разделим первое уравнение на A, а второе на $A\omega$ и, возведя их в квадрат, сложим. В результате получим фазовую траекториюв виде эллипса

$$x_1^2 + \frac{x_2^2}{\omega^2} = A^2.$$

[1] Звук становится музыкальным только в том случае, если он не один, а взят в отношении к другому (то есть интонационен).

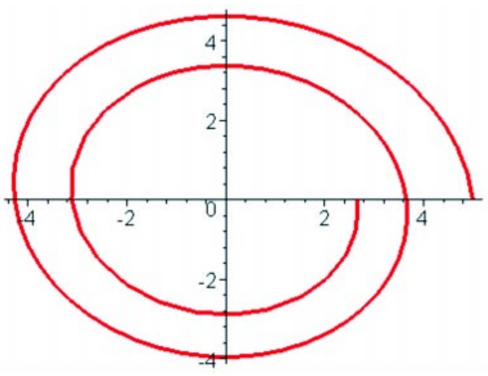

Рис. 3

Можно видеть, что периодическим колебаниям маятника соответствует замкнутая фазовая траектория. Аналогичная ситуация имеет место для более сложных динамических систем.

Изучение поведения динамической системы в фазовом пространстве позволяет находить положения равновесия системы и исследовать их устойчивость. Например, для простого маятника положение равновесия определяется уравнениями $x_1(t)=0,\ x_2(t)=0$.

Если рассматривать колебания маятника в среде с сопротивлением

$$x_1(t)=e^{-\delta t}A\sin(\omega_1 t-\varepsilon),$$
$$x_2(t)=e^{-\delta t}A(\omega_1\cos(\omega_1 t-\varepsilon)-\delta\sin(\omega_1-\varepsilon)), \quad (2)$$

то колебания с течением времени затухают и система придёт в положение равновесия. Исключая из уравнений (2) время, можно получить соответствующую фазовую траекторию (рис. 3).

Рис. 4

Исследование динамических систем с помощью фазового пространства нашли самое широкое применение в теории колебаний и теории динамических систем. Очевидно, что графически можно отобразить фазовые портреты только в трёхмерном пространстве и ещё один параметр отобразить цветом. Для систем с большим числом степеней свободы этого явно недостаточно.

Звуковая визуализация фазовых портретов динамической системы расширяет возможности наглядного представления динамического поведения системы.

Для музыкальной визуализации фазовых траекторий динамических систем был предложен следующий алгоритм:

1. Вводится дискретное время. Фазовая траектория становится дискретной и характеризуется упорядоченным набором точек – отсчётов (рис. 4).

2. Строится звуковая волна для отдельной точки. Для каждой дискретной точки, в соответствии с её фазовыми координатами, строится звуковая волна продолжительностью, равной времени перехода динамической системы от выбранной точкой к следующей за ней на фазовой траектории. Звуковая волна строится таким образом, чтобы её амплитуда была равна по модулю фазовой координате x, а частота по модулю равна фазовой координате $\dot{x}$ (рис. 4).

3. Все полученные звуковые волны от отдельных фазовых точек склеиваются в единую звуковую волну. На стыках делается вставка фрагмента, усредненного по амплитуде и частоте.

Заметим, что именно склейка звуковых волн и позволяет говорить о музыкальной визуализации, так как в этом случае возникает звук, зависящий от окружающих его звуков.

Таким образом, к существующим четырем графическим визуальным параметрам добавляется возможность отображать процесс ещё по двум параметрам.

На основе предложенного алгоритма в среде Matlab была написана исследовательская программа «SoundVisualization», которая позволяет осуществлять звуковую визуализацию динамических фазовых траекторий.

Программа вызывается в среде MatLab.

Интерфейс программы показан на рис. 5.

Поясним действия управляющих кнопок.

В первом ряду расположены кнопки, позволяющие проводить анализ либо одной параметрически заданной функции, либо двух заданных функций.

Два следующих ряда окон предназначены для ввода функций в нотации, принятой в MatLab. В качестве переменного параметра используется *i*.

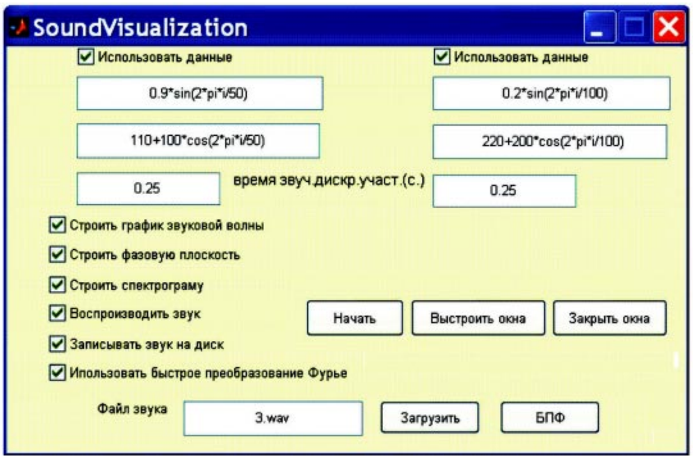

Рис. 5

Заметим, что отрезок определения функций и параметры дискретизации исследуемой функции можно прописать в явном виде в m-file. По умолчанию функция определена на отрезке [1;100], а параметр дискретизации $iFs = 500$.

Далее на форме расположены окна, в которых задаётся время звучания от одной точки дискретизации до другой (время задаётся в секундах).

Слева на форме расположен столбец из кнопок, предназначенных для графического вывода фазовых траекторий спектограм и записи соответствующей звуковой волны на жесткий диск.

Нижняя строка позволяет проводить анализ звуковых файлов. Имя файла записывается в соответствующее окно, после загрузки нажимается кнопка БПФ (быстрое преобразование Фурье) и программа строит графический образ звуковой волны и соответствующую амплитудно-частотную характеристику.

Работа программы при заданных параметрах требует достаточно больших временных затрат (порядка нескольких минут). Особенно сильно временная задержка проявляется при больших временных интервалах построения звуковой волны и большом числе точек дискретизации.

Анализ и изучение любого музыкального текста требует его прослушивания. В обычной текстовой форме можно привести только графики сопутствующие процедуре озвучивания.

Приведём несколько примеров.

Пример 1

Музыкальная визуализация параметрически заданной параболы

$$x(i) = 100 * i, \quad y(i) = -4{,}5i^2 + 450i.$$

Вид траектории с соответствующими точками дискретизации, звуковая волна и амплитудно-частотная характеристика показаны на рис. 6.

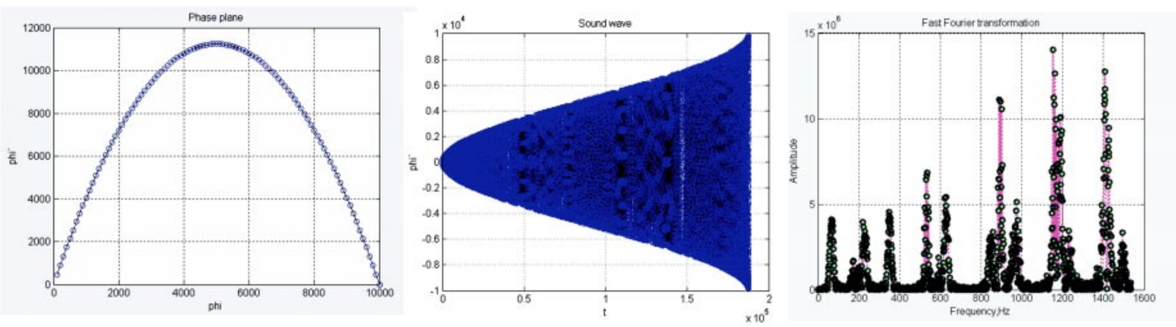

Рис. 6

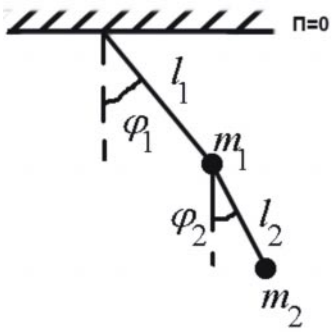

Рис. 7

Пример 2

Музыкальная визуализации динамической системы с двумя степенями свободы (двойной маятник рис. 7).

Уравнения малых колебаний маятников имеют вид

$$\begin{cases}(m_1+m_2)l_1^2\phi_1'' + m_2 l_1 l_2 \phi_2'' + (m_1+m_2) g l_1 \phi_1 = 0,\\ m_2(l_2^2\phi_2'' + l_1 l_2 \phi_1'') + m_2 g l_2 \phi_2 = 0.\end{cases}$$

Решение системы запишем при следующих параметрах $l_1 = l_2 = 1$, $m_1 = 3$, $m_2 = 1$ и начальных условиях $\phi_1(0) = 0{,}6$, $\phi_1'(0) = 0$, $\phi_2(0) = 0{,}1$, $\phi_2'(0) = 0$.

$$\begin{cases}\phi_1(t) = 0{,}3\left(\cos(\sqrt{2}\omega_0 t + \cos(\sqrt{2/3}\omega_0 t)\right),\\ \phi_2(t) = -0{,}2\left(\cos(\sqrt{2}\omega_0 t + 1{,}8\cos(\sqrt{2/3}\omega_0 t)\right),\end{cases}$$

где $\omega_0 = \sqrt{g/l_1} \approx 3{,}13$.

Используя программу «SoundVisualization» для каждой из степеней свободы динамической системы, строим отдельную звуковую волну. Объединяя их, получим суммарную звуковую волну, визуализирующую систему с двумя степенями свободы.

С помощью программы «SoundVisualization» можно построить проекции динамических траекторий на фазовую плоскость, звуковую волну, амплитудно-частотную характеристику суммарной звуковой волны (рис. 8).

Приведенный пример показывает, что звуковая визуализация возможна для систем с большим количеством степеней свободы. Для этого достаточно озвучить все параметрические уравнения проекций динамических траекторий на фазовое пространство, описывающих отдельные степени свободы, и получить объединённую звуковую волну.

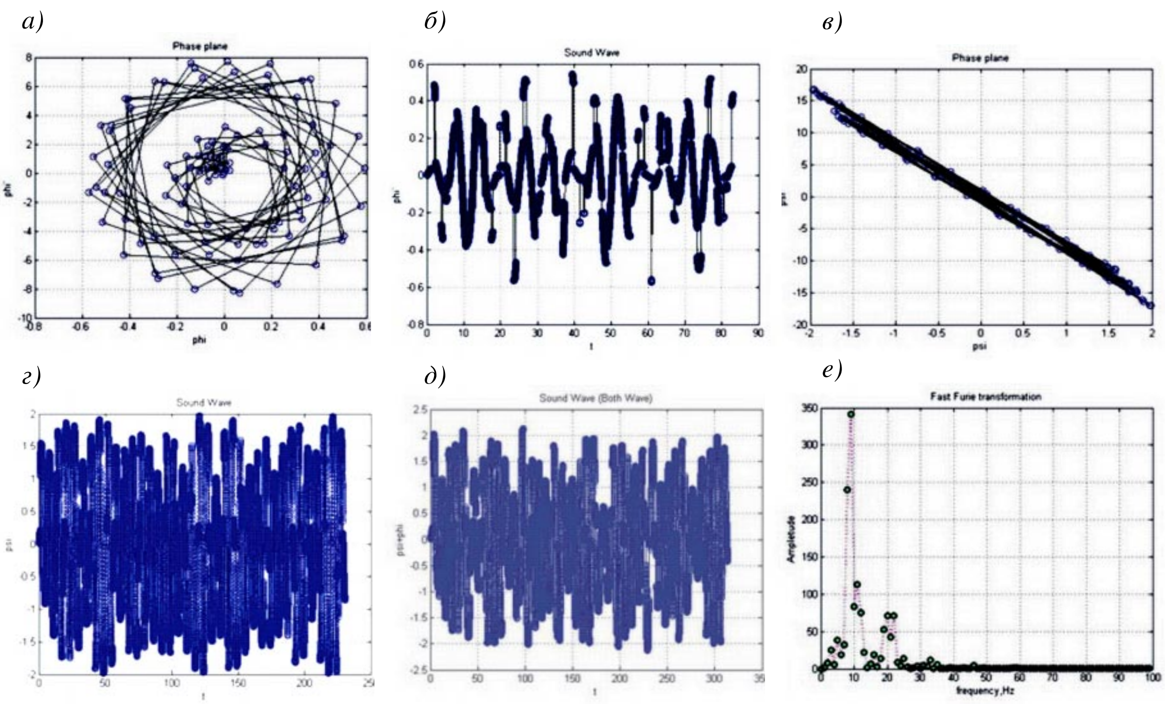

Рис. 8. *а* – фазовая траектория первой формы колебаний, *б* – соответствующая звуковая волна, *в* – фазовая траектория второй волны, *г* – соответствующая звуковая волна *д* – суммарная звуковая волна, *е* – амплитудно-частотная характеристика волны

Прослушивание соответствующих звуковых волн показывает, что даже нетренированный человек способен различить изменения звучания и, следовательно, изменения соответствующих характеристик системы.

Наряду с прямыми задачами визуализации динамических систем можно рассматривать и обратные задачи - задачи распознавания фазовых портретов динамических систем по звуковому образу.

Приведём алгоритм распознавания фазового портрета динамической системы по соответствующей звуковой волне.

1. Длительность звуковой волны делится на отдельные непродолжительные части, достаточные для корректного построения ряда Фурье. Для выбора интервала времени можно воспользоваться теоремой Котельникова.

2. На каждом из интервалов проводится быстрое преобразование Фурье, позволяющее определить амплитуду и частоту звука в данном промежутке времени.

3. Выбирается максимальное значение амплитуды и соответствующая частота.

4. Полученный набор пар амплитуд и частот помещается на фазовую плоскость.

Данный алгоритм позволяет восстановить фазовую траекторию только в положительной области фазового пространства. Для построения полной фазовой траектории необходимо зеркально отразить полученный рисунок относительно горизонтальной оси.

Интересный эффект обратной графической визуализации можно получить с помощью стандартного проигрывателя Windows Media. Для этого просто необходимо прослушать созданные звуковые файлы с помощью этого проигрывателя и поэкспериментировать с графическими образами. Иногда возникающие картины напоминают график исходной функции.

В заключение заметим, что выполненная работа позволяет поставить вопрос о более сложной музыкальной визуализации, а именно, о музыкальной визуализации на основе музыкальных произведений. В этом случае изменения динамической системы можно отслеживать, внося соответствующие изменения в структуру этого произведения.

Все программы и соответствующие звуковые файлы можно получить у авторов работы по адресу: Lyakhov@mm.unn.ru.

Литература

1. *Суханцева В.К.* Музыка как мир человека. От идеи вселенной – к философии музыки. К.:Факт, 2000. 176 с.

Abstract

In this paper we suggest a sound visualization method of parametrically specified functions, particularly phase paths of dynamic systems. As an example of method's usage, sound visualization of harmonic oscillator is given. The oscillating system consists of two bound pendulums and a material point moving in the homogeneous gravitational field in the medium without resistance. The program for calculations is written for MatLab, the source code is added.

Ляхов Александр Федорович,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической механики механико-математического факультета НГУ им. Н.И. Лобачевского,
Lyakhov@mm.unn.ru,

Рыжов Владимир Андреевич,
ведущий инженер предприятия «Нижегородский Энергобаланс»,
ryzhov.vladimir@mail.ru