

Колесов Юрий Борисович,
Сениченков Юрий Борисович,
Инихов Дмитрий Борисович

ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В MVSTUDIUM

Под динамическими системами понимают строго определенные математические модели, но этот термин также часто используют, когда хотят всего лишь сказать, что свойства модели зависят от времени. Мы тоже будем обращаться с ним достаточно вольно, и эта вольность оправдана практическими соображениями. Разработчики моделей редко следуют строгим математическим определениям, а пакеты моделирования не способны подчас проверить на «математическую чистоту» предлагаемые им решения задачи. Однако и стремиться к такой строгости, наверное, не следует. Инженерные задачи обычно выходят за рамки существующих теорий, но при этом можно найти вполне подходящие практические решения. Язык моделирования должен позволять пользователю пофантазировать, конечно, в разумных пределах.



...свойства модели зависят от времени.

MvStudium предлагает пользователю четыре «интерфейса», или четыре способа построить динамическую систему (рис. 1):

- Для описания динамической системы, то есть системы обыкновенных дифференциальных уравнений с гладкой правой частью, достаточно написать уравнения в «математической форме», задать начальные условия и промежуток наблюдения за решением. Использование этого интерфейса предполагает только умение пользоваться редактором уравнений (рис. 2), существующим в MvStudium, и научиться этому несложно.

- Если необходимо решать системы дифференциальных уравнений, вид правых частей которых зависит от событий, происходящих в самой системе или ее окружении (событийно-управляемые системы), лучше воспользоваться графической нотацией. Для описания таких систем используют гибридные автоматы, а соответствующие им математические модели чаще называются гибридными (им соответствуют дифференциальные уравнения с разрывными правыми

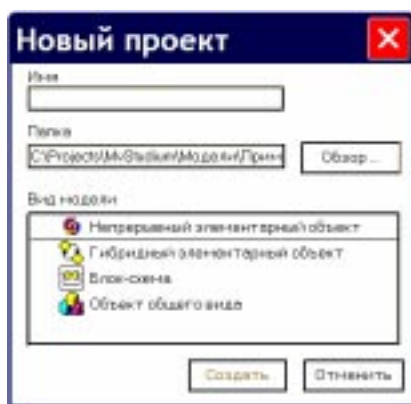


Рис. 1. Выбор интерфейса

частями). Здесь уже надо уметь пользоваться и редактором так называемых карт поведения. Карта поведения – это направленный граф. Каждой непрерывной составляющей правой части ставится в соответствие состояние (узел графа), а переходы (ребра графа) указывают, какая составляющая правой части должна работать после наступления того или иного события (рис. 3).

- Представление сложной модели в виде однокомпонентной, с выписанной руками итоговой, совокупной системой уравнений затруднительно. Сложные модели строят либо из блоков с входами и выходами (например, блоки, используемые в теории управления, описываемые передаточными функциями), либо из блоков с контактами (например, электрические схемы). Такие блоки, соединяясь между собой, образуют

функциональные схемы, для которых уравнения совокупной системы можно построить автоматически по известным компонентным (уравнениям блоков) и топологическим уравнениям (виду схемы). Особенностью MvStudium, является то, что блоки могут содержать как классические динамические, так и гибридные системы. Функциональные схемы удобны, если приходится собирать новую систему из готовых блоков, оформленных в виде библиотек (рис. 4).

- В наиболее общем случае изучаемая система взаимодействует с окружением, а ее функциональная схема состоит из блоков, имеющих собственную иерархическую структуру. Этот тип модели наиболее интересен проектировщикам «больших» промышленных систем. Сложные блоки мож-



MvStudium предлагает пользователю геймре «интерфейса»...

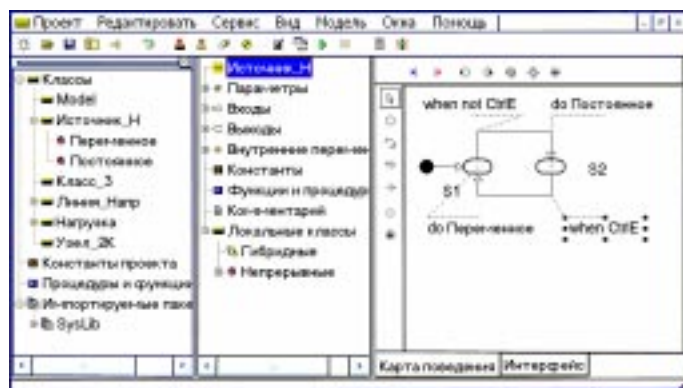


Рис. 3. Карта поведения



Рис. 2 . Редактор уравнений в момент редактирования представляет формулы в естественной математической форме

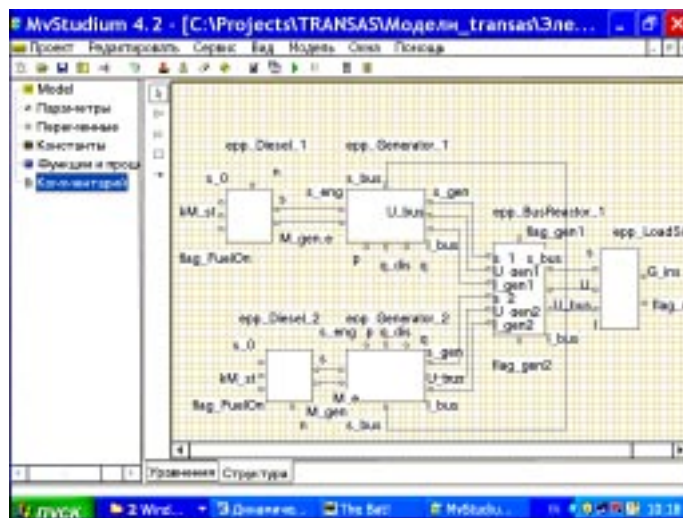


Рис. 4. Функциональная схема

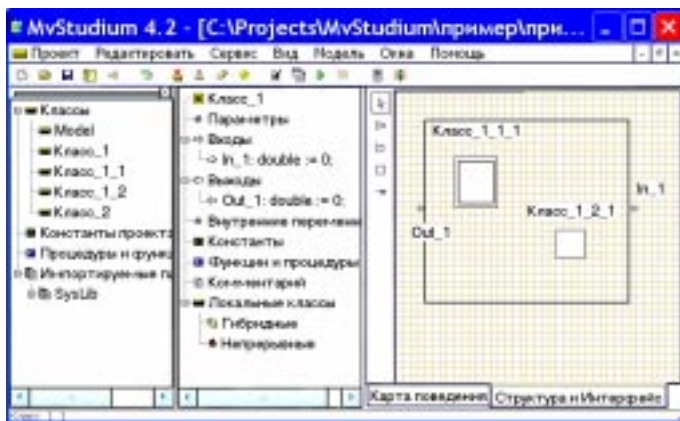


Рис. 5. Иерархическая функциональная схема.

Класс_1 включает в себя экземпляры классов *Класс_1_1* (обведен двойной рамкой) и *Класс_1_2* (очерчен простой линией). Двойная рамка указывает на то, что экземпляр класса имеет внутреннюю структуру. *Класс Model* может быть использован как модель окружающей

среды, но разрабатывать одновременно несколькими коллективами программистов (рис. 5).

Познакомимся с каждым интерфейсом подробнее. Рассмотрим пример, в котором модель можно представить по-разному, используя различные интерфейсы MvStadium.

Технологическая установка состоит из двух баков заданной высоты и объема, соединенных трубой (На рис. 6 приведен один из возможных вариантов такой установки). В нашем случае труба горизонтальная, известной длины и диаметра располагается на уровне дна баков. В одном из баков уже находится жидкость, которая должна перетечь в другой бак (мы уже предварительно наполнили первый бак). Второй бак до на-

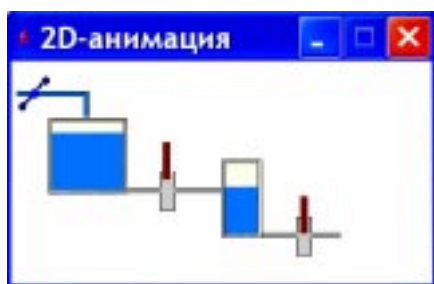


Рис. 6. Пример типичной технологической установки с двумя баками и трубой и ее двумерной визуализации в MvStadium

чала работы установки пуст, кран в трубе мгновенно открывается, и мы начинаем наполнять второй бак. Параметры установки таковы, что в трубе может наблюдаться как ламинарное, так и турбулентное течение жидкости.

А. Технологическая установка – это система, но ее можно рассматривать как единое целое, выписав руками соответствующие ей уравнения. Первое уравнение будет описывать убывание жидкости в первом баке, второе – наполнение жидкостью второго бака и третье – течение жидкости в трубе. Ниже приведены нужные нам уравнения 1–3. Правда, таких систем нужно две – с ламинарным и турбулентным течениями.

$$\left\{ \begin{aligned} dP_1 &= -Q_1 \\ dt &= k_1 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} dP_2 &= Q_2 \\ dt &= k_2 \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} P_1 - P_2 &= 8 \cdot \lambda \cdot \frac{\rho_l \cdot L}{\pi^2 \cdot g \cdot d^5} \cdot Q \cdot |Q| \\ Q_1 - Q_2 &= 0 \\ Q &= |Q_1| \\ Re &= \frac{2Q}{\pi \cdot d \cdot v_l}; \lambda = \frac{75}{Re} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} P_1 - P_2 &= 8 \cdot \lambda \cdot \frac{\rho_l \cdot L}{\pi^2 \cdot g \cdot d^5} \cdot Q \cdot |Q| \\ Q_1 - Q_2 &= 0 \\ Q &= |Q_1| \\ Re &= \frac{2Q}{\pi \cdot d \cdot v_l}; \lambda = \frac{0.3164}{Re^{-1/4}} \end{aligned} \right. \quad (3')$$

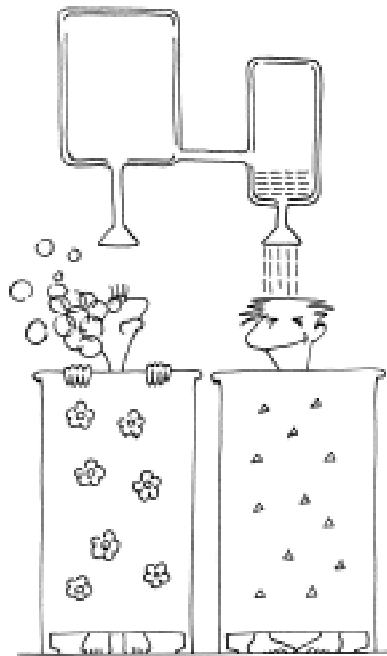
Здесь L – длина трубы, d – ее диаметр, v_l – коэффициент кинематической вязкости жидкости, ρ_l – плотность жидкости, Re – число Рейнольдса, P_i – давления и Q_i – объемные расходы на входе и выходе трубы.

Б. Единую систему можно представить в более экономной форме, если учесть, что

в обеих системах при переходе от течения ламинарного к турбулентному меняется только одно уравнение, а смена уравнений определяется числом Рейнольдса или параметрами нашей технологической установки. Таким образом, в итоговой системе появляется условное уравнение: если число Рейнольдса меньше некоторого значения, используем уравнение соответствующее ламинарному течению, если больше – турбулентному.

$$\left\{ Re = \frac{2Q}{\pi \cdot d \cdot v_l} \right\} \begin{cases} \leq 2300 \Rightarrow \lambda = \frac{75}{Re} \\ > 2300 \Rightarrow \lambda = \frac{0.3164}{Re^{\frac{1}{4}}} \end{cases} \quad (3'')$$

В. Если мы в будущем собираемся изучать различные установки, состоящие из баков, труб, возможно, насосов и других подобных компонентов, то целесообразнее написать библиотеку классов-компонентов. Наша простейшая установка может быть нарисована в виде «плоской» функциональной схемы: два бака, соединен-



Технологическая установка состоит из двух баков заданной высоты и объема, соединенных трубой...

ные трубой. Если в создаваемой библиотеке будут классы «бак» и «труба», то для построения модели нам понадобятся два экземпляра класса «бак» и один экземпляр класса «труба».

Г. Наконец, можно себе представить, что первый бак, на самом деле, состоит из двух резервуаров, аналогичных исходной установке. Тогда на первом уровне детализации мы будем иметь систему двух баков, а на втором увидим, что первый бак имеет более сложную внутреннюю структуру.

Этим четырем постановкам исходной задачи и соответствуют четыре интерфейса.

Интерфейс «Непрерывные системы»

На рис.7 и 8 приведены общий вид системы и результаты численного моделирования. Редактор уравнений показывает их в двух формах – текстовой (после окончания редактирования в окне Уравнения) и гра-

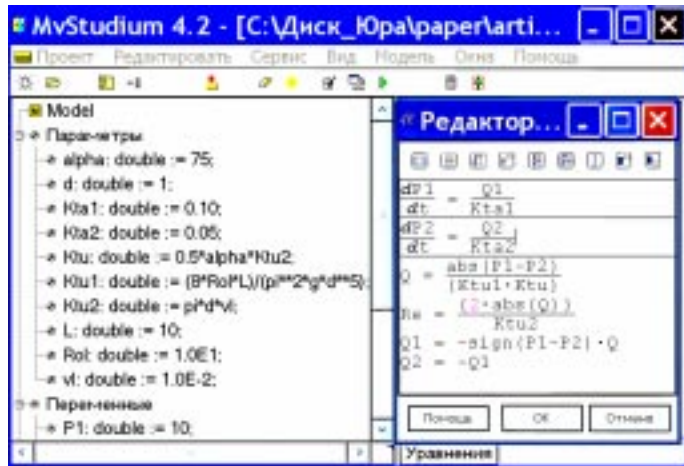


Рис. 7. Так выглядит совокупная система уравнений для ламинарного течения в момент редактирования

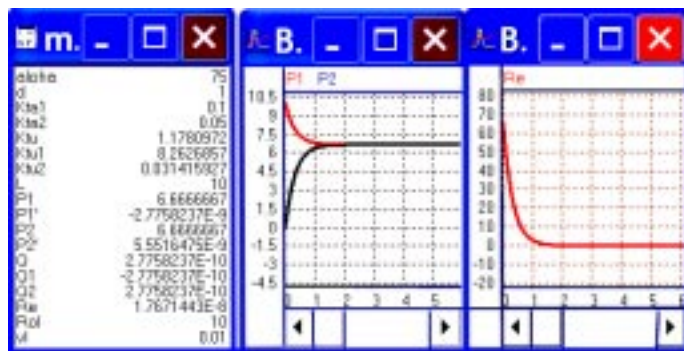


Рис. 8. Результаты численного моделирования

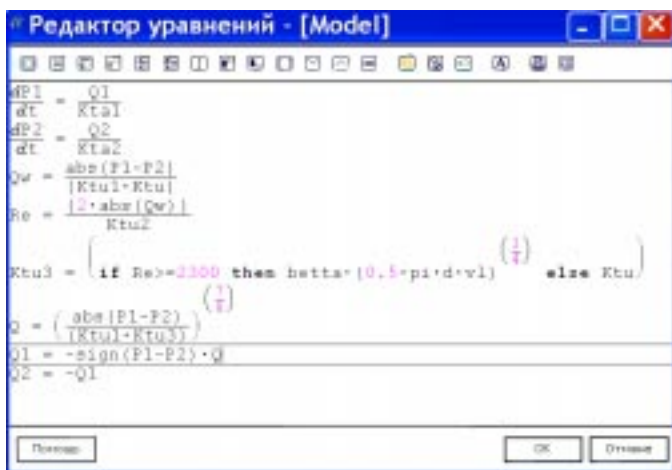


Рис. 9. Совокупная система уравнений с условным уравнением

фической (во время редактирования). На рис. 7 уравнения представлены в графической форме.

Для проверки уравнений мы построили численное решение. Как видно из рис. 8, с течением времени уровни жидкости в баках выровнялись, что и следовало ожидать. Мы не уверены, что баки и жидкости с такими параметрами, как у нас в модели, существуют (мы их выдумали), но это и не имеет значения, результаты объяснимы и предсказуемы.

Интерфейс «Гибридные системы»

На рис. 9 и 10 показано, как выглядят условные уравнения, вид решений которых зависит от значения параметров.

Из формул, приведенных на рисунке 9, следует, что мы вычисляем число Рейнольдса

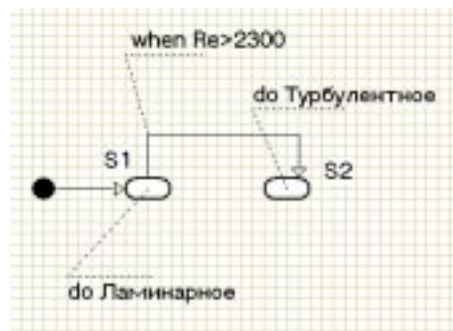


Рис. 10. Гибридный автомат, учитывающий изменения характера течения. Поведение Ламинарное и Турбулентное описываются уравнениями 3 и 3'

в предположении ламинарности течения, но, если его значение соответствует турбулентному течению, пересчитываем коэффициенты.

Графическое представление в виде карты поведения (гибридного автомата) показано на рис. 10.

Интерфейс «Функциональная схема»

Создадим класс «Танк_1труба» и класс «Труба» (рис. 11). Название первого класса говорит о том, что рассматривается бак (он же танк) имеет одну трубу. Трубе соответствуют две модели. Класс и модель «Труба_Марс» заимствованы из книги [1] («Марс» – это название пакета моделирования), «Труба» из книги [2]. Модели баков и труб реализованы с помощью блоков с входами и выходами (направленные стрелки на рис. 11). Для бака давление является выходом, а расход – входом. Для трубы расходы являются выходами, а давления на ее концах входами.

В начальный момент известны уровни жидкости в баках и, следовательно, давления на концах трубы. Зная давления, можно найти расходы в трубе. Расходы в трубе равны расходам в баках. Система уравнений замкнулась и полностью определяет динамику технологической установки.

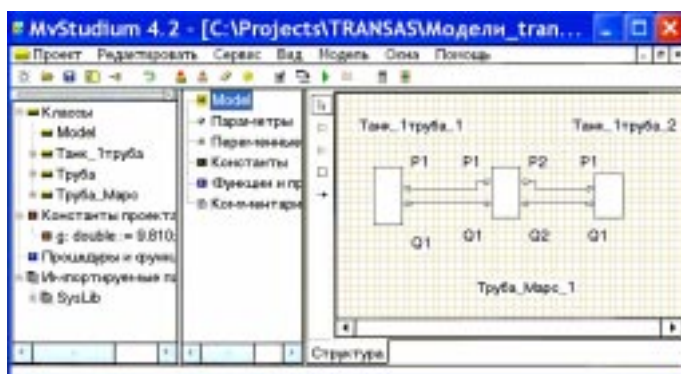


Рис. 11. Функциональная схема технологической установки, составленная из блоков с входами и выходами

Поместим экземпляры этих классов в окно структуры класса «Model», проведем нужные связи и тем самым построим функциональную схему.

Интерфейс «Иерархическая функциональная схема»

На рис. 12 приведено описание проекта с новым компонентом «Сложный_танк_1_труба». Не столь важно, что в нем располагается на данном этапе, – важно, что это составное устройство с одним выходом – давлением и одним входом – расходом.

Карта поведения (заготовка) класса Model (рис. 13) может быть использована для планирования эксперимента над установкой. С помощью гибридного автомата можно описать довольно сложную процедуру управления и обработки результатов эксперимента, учитывая промежуточные опыты.

Как видно из примеров, интерфейсы пакета можно изучать последовательно, по мере возрастания сложности моделей.

Литература

1. Е.А. Арайс, В.М. Дмитриев. Автоматизация моделирования многосвязных механических систем. М.: «Машиностроение», 1987. 240 с.
2. В.П. Корячко, В.М. Курейчик, И.П. Норенков. Теоретические основы САПР. М.: «Энергоатомиздат», 1987. 399 с.

Инихов Дмитрий Борисович,
зам. директора фирмы «MvSoft»,

Колесов Юрий Борисович,
доктор технических наук,
профессор кафедры РВКС
факультета технической
кибернетики СПбГУ,

Сениченков Юрий Борисович,
доктор технических наук,
профессор кафедры РВКС
факультета технической
кибернетики СПбГУ.

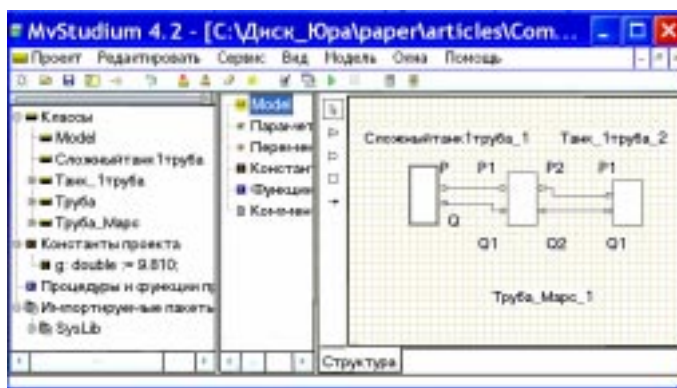


Рис. 12. «Сложный танк» имеет иерархическую структуру

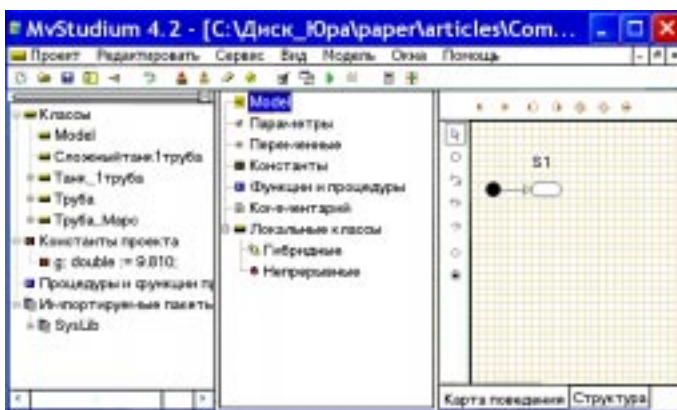


Рис. 13. Управление экспериментом с помощью гибридного автомата

