

*Хайнц Шуман*

## **ИНТЕРАКТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И МОДИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ КОНКРЕТНОГО ИСКУССТВА В ВИРТУАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

Многообразие стилей в изобразительном искусстве XX-го века [24] выразилось также в изображении пространственных объектов [10]. Одним из проявлений этого многообразия явилось конкретное искусство, особенно развившееся в Европе после Второй мировой войны. Конкретное искусство характеризуется своим чистым «геометризмом» [9]. Кратко это можно сформулировать так: художники «конкретного» направления используют универсальный язык геометрии, чтобы конкретизировать свои, в большинстве невыразимые, идеи; художники же «абстрактного» направления, напротив, абстрагируются от естественной формы объекта. Трехмерные объекты конкретного искусства возвращаются к таким основным пространственным формам, как пирамида, конус, шар и Платоновы тела [5].

Швейцарский скульптор, художник, дизайнер, архитектор и теоретик искусства Мах Вилл (1908–1994), один из видных представителей конкретного искусства написал в 1949 в своей программной статье: «...под математическим мышлением в искусстве здесь понимается не то, что обычно называют “расчетом в искусстве”, ведь и до сих пор любое произведение искусства основывалось в большей или меньшей степени на расчете, на геометрических пред-

*ставлениях. Это относится и к искусству XX века ...», «...моя концепция состоит в том, что можно развить искусство на основе именно математического мышления. Против этого выдвигаются серьезные возражения, утверждают, что искусство не имеет ничего общего с математикой, математика “сухой”, далекий от искусства предмет, связанный мышлением, что чуждо искусству, для которого важно лишь чувство...», «...математическое мышление в современном искусстве – это не сама математика, оно едва ли пользуется тем, что понимают под точной математикой, скорее оно заключается в применении процесса логического мышления к созданию ритмов, соотношений и закономерностей индивидуальных для каждого художника...», «...чем точнее ход мыслей, чем целостней сама идея, тем созвучней мышление художника математическому мышлению, тем универсальней искусство, будучи непосредственно выражаемым и непосредственно воспринимаемым», «...искусство осваивает область, ранее для него закрытую, область, обслуживаемую математическим мышлением, которое кроме рациональных элементов, содержит и элементы, связанные с мировоззрением» [6, с. 105–116].*

Компьютерные инструменты для интерактивного конструирования в виртуальном пространстве [14] позволяют моделировать объекты, создаваемые представителями кон-

кретного искусства, придавая им новые качества [15].

При моделировании в виртуальном пространстве нужно учесть, что с помощью таких инструментов можно осуществить действия либо совсем либо почти невозможные в физическом пространстве. Кроме того, в виртуальном пространстве в противоположность физическому пространству совершенно не имеет значения размер моделируемого объекта, а также материал, из которого изготовлен объект.

Компьютерное моделирование и модифицирование будет далее продемонстрировано на произвольно выбранных произведениях таких представителей конкретного искусства как Max Bill, Alf Lechner, Gerard Caris und Anton Stankowski.

В качестве инструмента мы используем Cabri 3D – среду, разработанную для конструирования в виртуальном пространстве объектов школьной геометрии. Мы ограничиваемся многогранниками и объектами, которые можно аппроксимировать многогранниками. Оригиналами объектов служат изображения (например, фотографии; более информативным является результат сканирования всего объекта, так как единственное изображение бывает недостаточным для моделирования). В виртуальном пространстве можно рассматривать модели в любом ракурсе, в том числе и с позиций, невозможных в физическом пространстве.

Из генерируемых многогранников можно получить развертку, затем ее распечатать и сложить реальный многогранник.

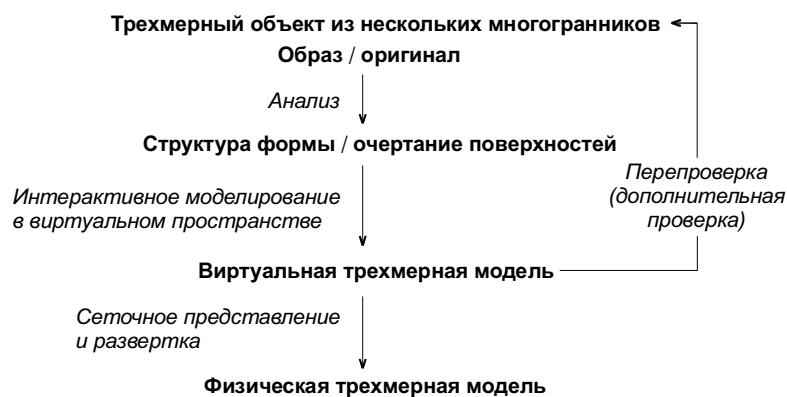


Схема 1

Процесс моделирования идет согласно примерно схеме 1.

## 2. ПРИМЕРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И МОДИФИКАЦИИ

*Предварительное замечание:* в дальнейшем будут показаны не все этапы моделирования и визуализации модели.

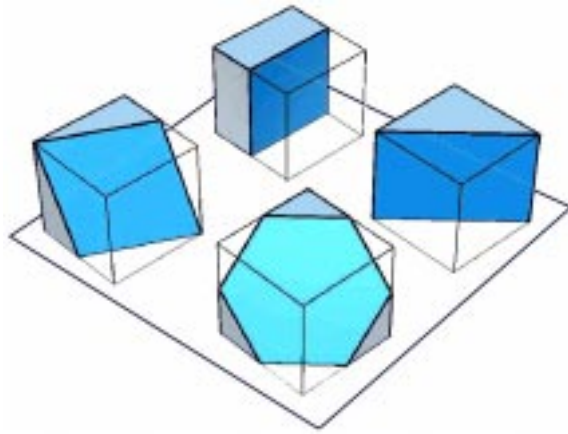
За техническими деталями мы отсылаем к справочнику по Cabri 3D.

### 2.1 MAX BILL (1908–1994)

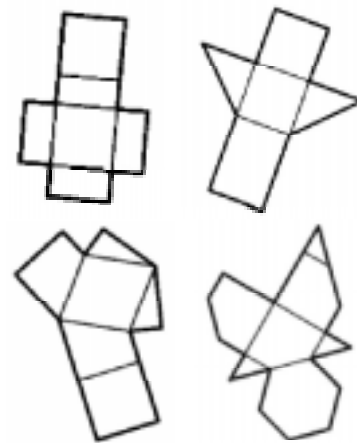
Max Bill развил основы теории эстетической формы. Понятие формы он сформулировал так: «форма – это то, с чем мы сталкиваемся в пространстве, все, что мы можем видеть. Однако когда мы слышим слово “форма” или мыслим этим понятием, оно означает больше, чем какой-то случайно существующий объект. Мы заранее связываем с понятием формы некое качество... Речь идет об относительной красоте» [2, с. 6]. Max Bill использует сечения тора, шара и куба, чтобы эстетически выразить мотив «половины». На рис. 1 и 2 представлены различные сечения плоскостями, проходящими через центр и вершины или ребра куба: параллельное граням (квадрат); проходящее через диагонали граней (прямоугольник с отношением сторон  $1:\sqrt{2}$ ), через диаметрально противоположные вершины и середины ребер (ромб со стороной  $\sqrt{5}/2$  и высотой  $\sqrt{30}/5$ ), через середины непараллельных ребер (шестиугольник со стороной  $\sqrt{2}/2$ ).

На выставке в городском парке Иерусалима Max Bill расставил специальным образом четыре пары полученных таким образом полукубов: модель (рис. 3), готовая композиция (рис. 4).

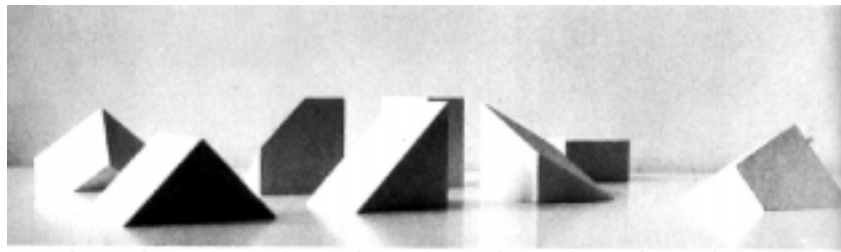
Используя эти изображения, мы реконструируем модель. Рис. 5 показывает одну фазу моделирования, в которой удваива-



**Рис. 1.** Половины кубов



**Рис. 2.** Их развертки



**Рис. 3.** 1973–1985

ются полукубы и полученные восемь полукубов располагаются в соответствии с моделью. Готовая модель изображена на рис. 6.

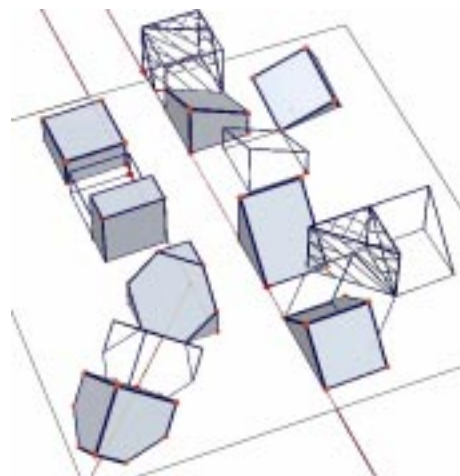
Модель можно рассматривать с разных сторон (рис. 7). Одна из модификаций модели – в виде конструкции из ребер с сохранением одной грани как «крыши» (рис. 8).

Другие модификации можно получить, меняя положение полукубов.

Другое интересное представление понятия «половина» дают полусферы (Max Bill. Eine Retrospektive). Чтобы изобразить сечения шара, мы должны аппроксимировать



**Рис. 4.** 1973–1985



**Рис. 5.** Фаза моделирования

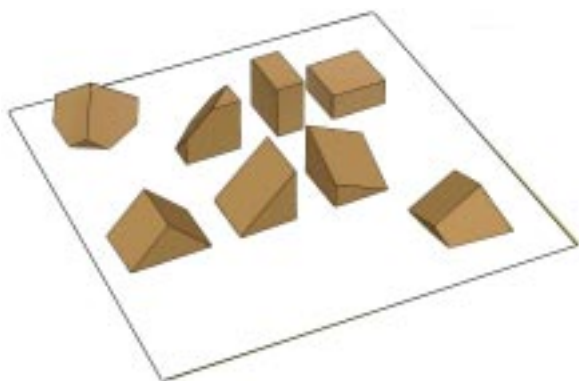


Рис. 6. Модель

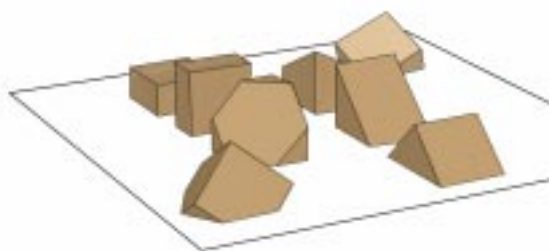


Рис. 7. Модель (поворот)

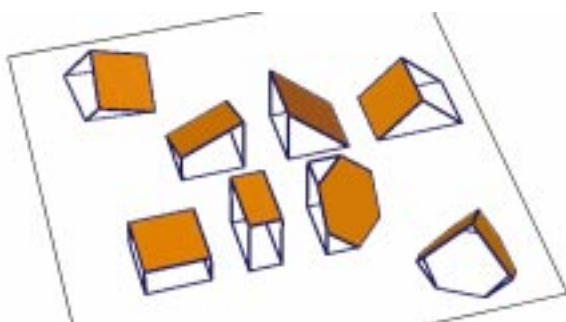


Рис. 8. Модификация модели

их многогранниками (рис. 9), аппроксимация 144-гранником). Из двух полушаров (рис. 10, 11) получаем четверти шаров, с помощью которых конструируются особым образом расположенные полушары (рис. 12, 13). Можно построить и другие конфигурации согласно (см. Мах Билл), например, «связующие силы внутри шара» (рис. 14, 15) – модель, допускающая анимацию.

Набор плоских конфигураций Макса Биля, как, например, вариация 1 (рис. 16) из «15 вариаций на одну тему» (литографии 30,5×32 см, 1938) дают повод к обобщению. Здесь из правильных многоугольников, лежащих друг на друге, как бы в разных слоях (рис. 16, 17), создается развертка, которой затем можно придать хаотическое движение.



Рис. 9. Аппроксимация шара многогранником



Рис. 10



Рис. 11



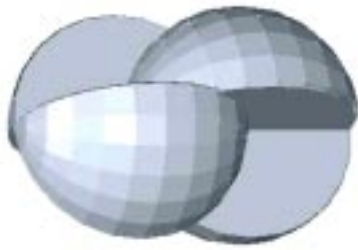
Рис. 12. Результат моделирования «полушар с двумя осями», 1965–1966



Рис. 13. Результат моделирования «полушар с тремя осями», 1965–1966



Рис. 14. «Связующие силы внутри шара», 1966–1967



**Рис. 15.** Результат моделирования  
(см. рис. 14)



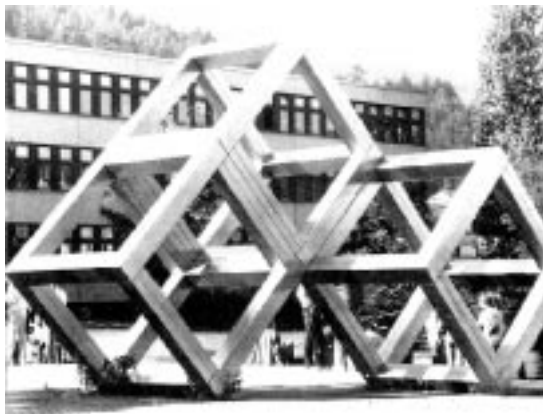
**Рис. 16.** Вариация 1



**Рис. 17.** Развертка

## 2.2. АЛЬФ ЛЕХНЕР(ALF LECHNER) (\*1925)

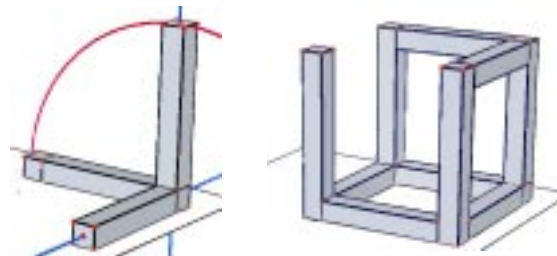
Лехнер выразил свою художественную философию следующим образом: «В простоте скрывается столько сложности, что невозможно быть достаточно простым. Настоящие открытия происходят только в простейших формах. Чем больше перегружена форма деталями, тем меньше видна суть» [12]. Создание простых, в большинстве монументальных объектов из стали, – большая тема в творчестве Лехнера.



**Рис. 18.** Опрокинутый куб, 1975 (PH Freiburg)

У нас построение моделей выполняется несколько иначе, чем при создании реальных конструкций: мы строим каркас в форме куба из четырех вертикальных стержней, соединенных более короткими стержнями (рис. 19, 20).

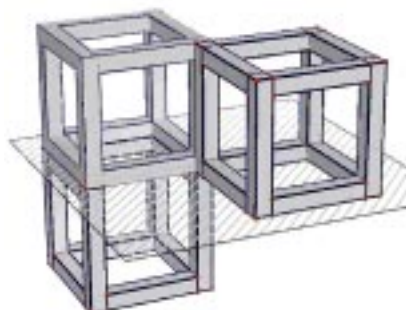
Применяем симметрию относительно плоскости (рис. 21). Сдвигом вдоль плоскости получаем третий куб (рис. 22). Далее эту конструкцию нужно опрокинуть, чтобы получить модель структуры, изображенной на рис. 18. После этого (рис. 23) конструкцию можно рассматривать с разных сторон.



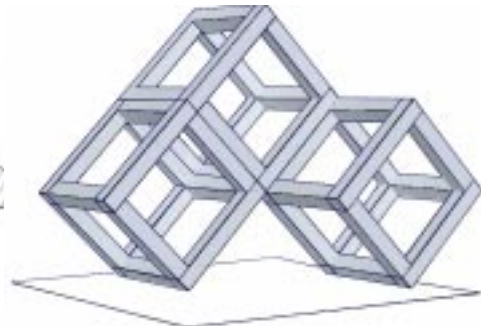
**Рис. 19–20** Построение куба с помощью стержней с квадратным сечением



**Рис. 21.** Удвоение конструкции



**Рис. 22.** Моделирование без опрокидывания



**Рис. 23.** Модель



Рис. 24. Спираль 3, 1993, 36×13×13 см

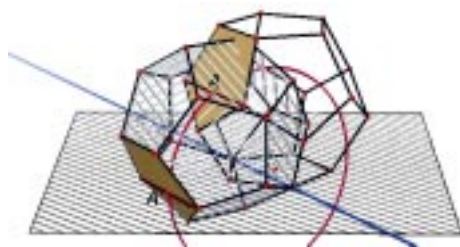


Рис. 25. Моделирование исходного тела из правильного 12-гранника



Рис. 26

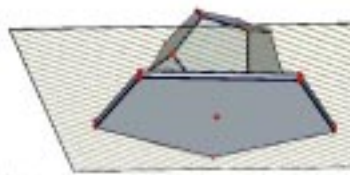


Рис. 27

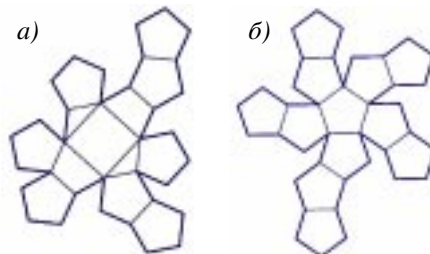


Рис. 28. а) Развертка тела из рис. 27, б) развертка 12-гранника

### 2.3. GERARD CARIS (\*1925)

Gerard Caris занимался построением пространственных структур из правильных 12-гранников [4, 5, 19]. Из множества его произведений мы выбрали наиболее характерные.

Спираль 3 (рис. 24) состоит из шести правильных 12-гранников, поставленных на основание в виде правильного пятиугольника. Сначала моделируем исходное тело, вращая 12-гранник и срезая выступающую часть (рис. 25, 26). Затем приставляем снизу к плоскости сечения пятигранную призму в качестве пьедестала (рис. 27). Развер-

тку (рис. 28) можно использовать для построения реальной модели. Наконец, ставим на исходное тело пять правильных 12-гранников (рис. 29–30); ось, перпендикулярная плоскости основания и проходящая через центр призмы, демонстрирует устойчивость всей конструкции. Теперь мы можем рассматривать конструкцию со всех сторон.

Возможные модификации заключаются в чередовании «прозрачных» и «непрозрачных» 12-гранников (рис. 31) или увеличении их числа (соблюдая при этом устойчивость конструкции), например, до 9 (рис. 32). Бесконечное число таких и еще более сложных спиралеобразных структур позволяет



Рис. 29–30. Результат моделирования с осью, а также без выделенных ребер и вершин



Рис. 31. Модификация 1



Рис. 32. Модификация 2 (из десяти 12-гранников)



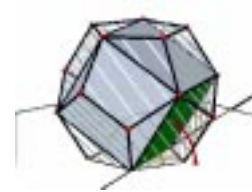
**Рис. 33.** Колонна из 12-гранников, 1975, 404 см



**Рис. 34.** Модель



**Рис. 35** Скульптура из многогранников, 1977, 332×364×364 см



**Рис. 36**



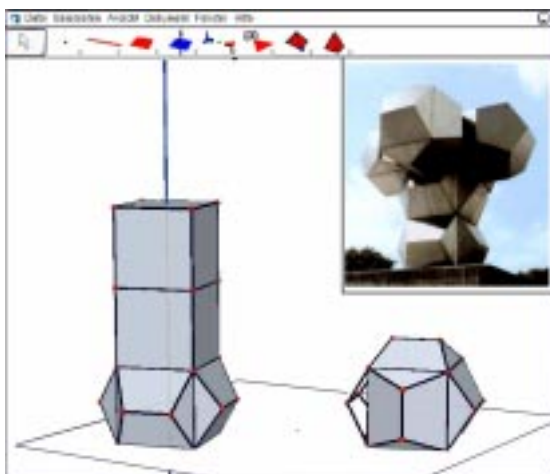
**Рис. 37**

создавать разнообразные конструкции, например, путем ветвления. Эту схему можно перенести и на другие Платоновы тела, например, двадцатигранник, и на комбинацию таких тел.

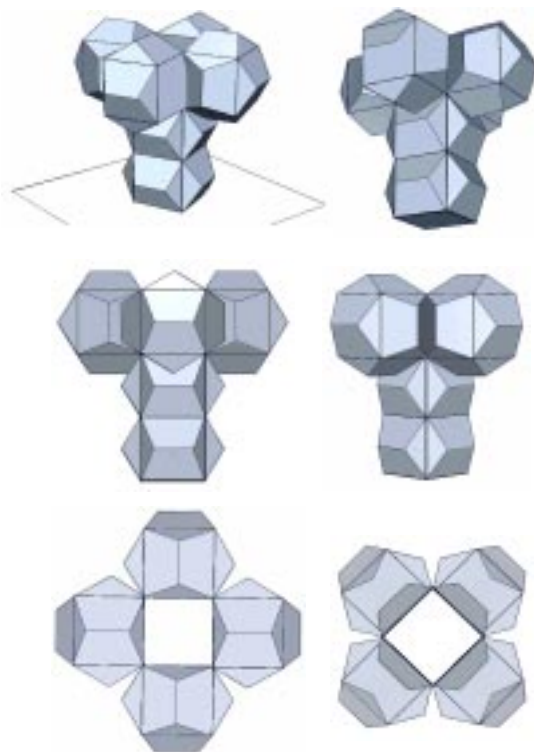
В качестве второго примера мы выбрали колонну (рис. 33, 34); такие объекты, подобные обелиску, сложенному из геометрических форм, появились в искусстве XX-го века уже при Constantin Brancusi [21].

Особенно впечатляюща монументальная скульптура Caris'a (рис. 35), состоящая из шести частично пересекающихся друг с другом 12-гранников, и ядром которой слу-

жат конгруэнтные кубы, вписанные в 12-гранники. Моделирование исходных тел показано на рис. 36 и 37. Изображение 38 получено с помощью съемки On-Screen-Video, передающей процесс моделирования [17]. На рис. 39–44 модель показана с разных точек зрения, что помогает лучше понять структуру произведения.



**Рис. 38.** Вид экрана Cabri 3D в процессе моделирования (изображение оригинала импортировано справа вверху)



**Рис. 39–44.** Виды модели: вполоборота сверху, вполоборота снизу, спереди, вполоборота, сверху, снизу



Рис. 45. Модификация 1

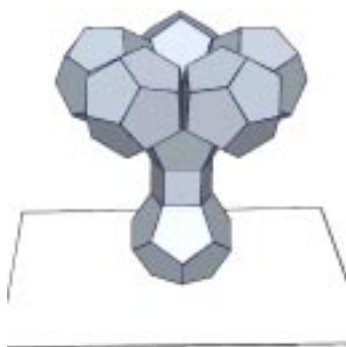


Рис. 46. Модификация 2  
(семь 12-гранников с призмой)

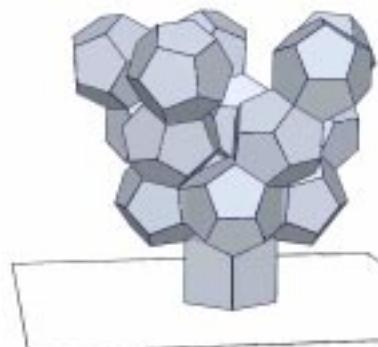


Рис. 47. Модификация 3  
(шестнадцать 12-гранников на призме)

Одна из модификаций заключается в выделении ядра из кубов, которое получается когда изображены только ребра 12-гранников (рис. 45). Можно также создавать и собственные объекты: из пятигранной призмы и семи 12-гранников (рис. 46) или из одного 12-гранника, поставленного на пятигранную призму, на который посажены в виде букета пять групп по три 12-гранника (рис. 47).

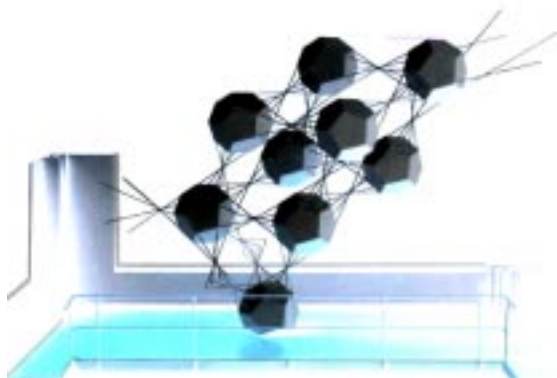


Рис. 48. Макет сеточной структуры с 12-гранниками, 1977, 47×46.5×76.5 см

Сеточные структуры – это другой вид скульптур Caris'a (рис. 48). В них используется симметрия относительно точки двух правильных 12-гранников. При этом центр симметрии выбирается следующим образом: продолжают ребра углов некоторой грани, не лежащие в этой грани, до их пересечения в одной точке. Применяя центральную симметрию относительно этой точки, получаем симметричную конфигурацию (рис. 49). (Если это повторить для всех граней 12-гранника, то получим выпуклые углы звездного 12-гранника.) Дальнейшее применение центральной симметрии приводит к сеточной скульптуре (рис. 50).

Используя параллельную проекцию, мы можем изучать структуру скульптуры.

В заключение мы смоделируем еще одну рельефную структуру Caris'a (рис. 51) динамическим методом. Конструкция на рис. 52 будет получена посредством параллель-

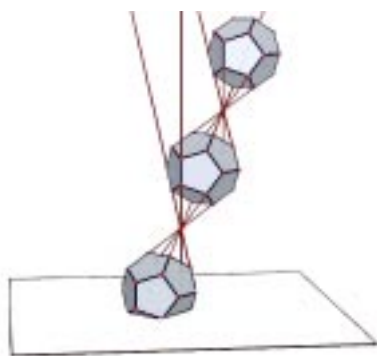


Рис. 49. Один шаг в процессе моделирования

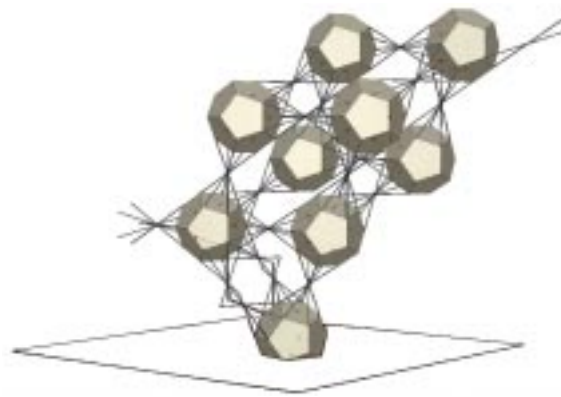


Рис. 50. Модель

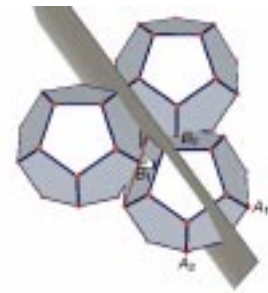


ного переноса и симметрии относительно плоскости и послужит основой для рельефа, при этом угол смещается вдоль диагонали грани (рис. 52). Недостающие 12-гранники присоединяются при помощи двойного сдвига (рис. 53). На рис. 54 показана конструкция, модифицированная с помощью растяжения. Все это можно делать в режиме анимации.

#### 2.4 ANTON STANKOWSKI (1906–1998)

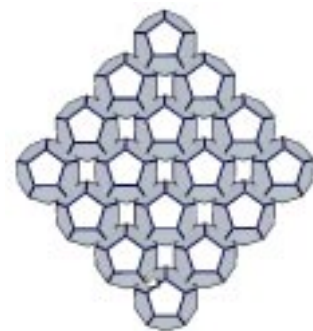
Относящиеся к конкретному искусству произведения Anton'a Stankowski основаны на его принципах дизайна: положительное-отрицательное, прогрессия, структура и ритмика, рассеяние, напряжение и равновесие, симметрия-асимметрия, ..., повторение, логическая форма, но с некоторой долей иррациональности [18]. В качестве объекта моделирования выберем небольшую скульптуру, изображенную на рис. 55, состоящую из двух шестигранников; модель – на рис. 56.

Эту модель можно обобщить, перейдя от кубов к параллелепипедам, у которых грани – конгруэнтные ромбы. При этом отдельный параллелепипед получается разворачиванием соответствующей угловой сетки с последующей симметрией относительно точки (рис. 57, 58). Путем параллельного переноса получаем поверх исходного тела новое тело, которое можно смещать вдоль диагонали грани исходного тела (рис. 59,

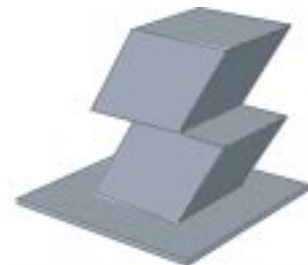


**Рис. 52.**  
Один шаг в процессе моделирования

**Рис. 51.** Рельефная структура 1R1, 1993, 146.5×98.5×13 см

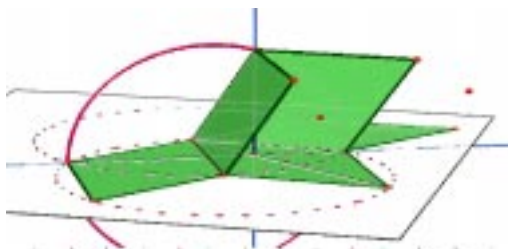


**Рис. 53-54.** Результат моделирования (модифицируемый в движении)

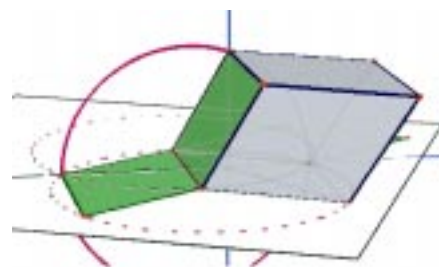


**Рис. 55.** Скульптура №14, 1998–2005, 13×12×12 см, сталь

**Рис. 56.** Модель



**Рис. 57**



**Рис. 58**

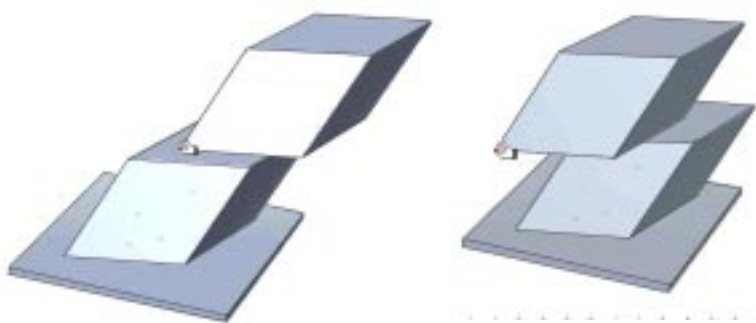


Рис. 59–60 Подвижные модификации

60). Конечно, такая модель не всегда устойчива.

В заключение смоделируем произведение Stankowski «От креста к квадрату», 1975 [18, с. 140], изображающее двенадцать фаз процесса преобразования в пространстве одного тела в другое. Этот процесс демонстрируется на рис. 61.

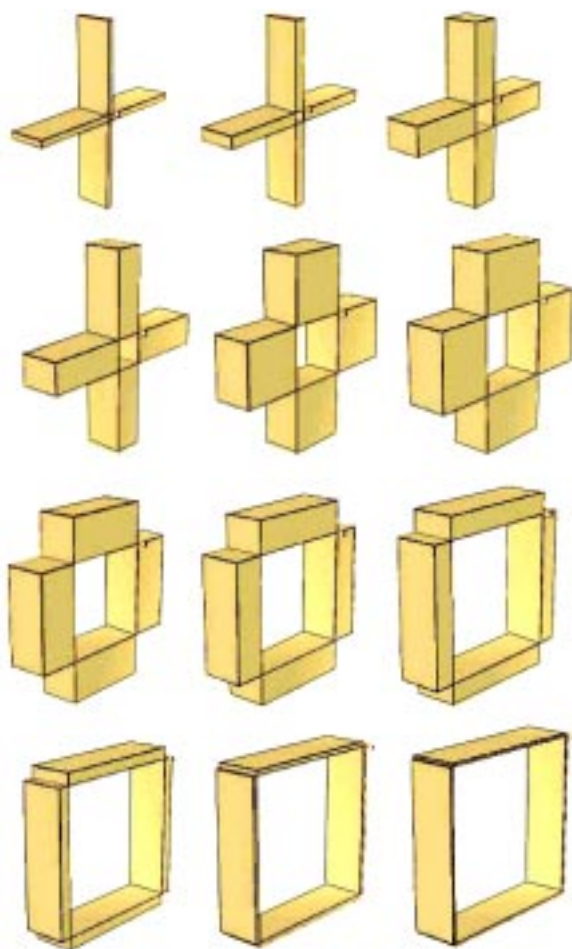


Рис. 61. Фазы процесса преобразования

### 3. ОБОБЩЕНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ

#### 3.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ КОНКРЕТНОГО ИСКУССТВА С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ

Описанное выше моделирование и модификация объектов конкретного искусства могут быть применены и к другим течениям конструктивного искусства [9], например минимального искусства [17]. Здесь мы ограничимся одним примером – произведением SoLeWitt'a (\*1928): Вариация в трех частях с тремя кубами, 1967 (рис. 62 – фото оригинала, рис. 63 – модель).

#### 3.2 КЛАССИФИКАЦИЯ СКУЛЬПТУР, ИМЕЮЩИХ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ СТРУКТУРУ

Пространственные объекты конструктивного искусства, к которым принадлежат и объекты конкретного искусства, составляют лишь малую часть всего многообразия скульптур с математической структурой. Следуя [22], мы можем классифицировать это многообразие с одной стороны, как *скульптуры из геометрических тел*:

- многогранники;
- изогнутые поверхности (квадрики, поверхности вращения, линейчатые поверхности, минимальные, неориентируемые и т. д.);

– топологические скульптуры...

С другой стороны, их можно классифицировать как *скульптуры с «геометрической операционной структурой»*:

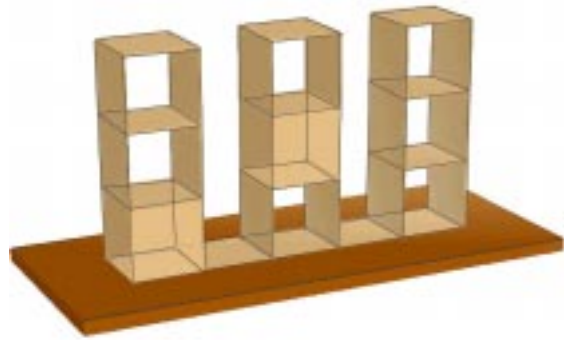
- симметричная структура;
- Булева структура;
- структура, порождаемая преобразованиями;
- модулярная структура...

Трехмерные объекты конструктивного искусства могут быть классифицированы с обеих точек зрения. Объекты, сгенерированные в данной статье с помощью Cabri



**Рис. 62.** Вариация в трех частях  
с тремя кубами, 1967

3D можно рассматривать как состоящие из многогранников, симметричные, преобразуемые и модулярные.



**Рис. 63.** Модель

### 3.3. О ПРЕПОДАВАНИИ

В контексте школьной геометрии тематика интерактивного моделирования и модифицирования пространственных объектов может быть использована в обучении изобразительному искусству и в преподавании геометрии.

### Литература

1. *Bainville, E., Laborde, J.-M.* (2004): Cabri 3D 1.2 und 2.0. (Software). Grenoble: Cabrilog. Deutsche Version (H. Schumann) zu beziehen von: [www.cotec.de](http://www.cotec.de).
2. *Bill, M.*: form – eine Bilanz über die Formentwicklung um die Mitte des XX. Jahrhunderts. Basel: Karl Werner, 1952.
3. *Felgentreu, S.; Nowald, K. (Hg.)*: Kunst. Basiswissen Schule. Mannheim: Duden, 2005.
4. *Guderian, D.; Volkwein, P.*: Gerard Caris. Gestalten und Forschen mit dem Pentagon. Ingolstadt: Museum für Konkrete Kunst, 2000.
5. *Guderian, D.*: Mathematik in der Kunst der letzten dreißig Jahre. Ebringen i. Br.: Bannstein-Verlag 1990.
6. *Hüttinger, E.*: Max Bill. Zürich: ABC Verlag, 1977.
7. *Lechner, A.*: Maß und Masse. Katalog zur Ausstellung 11.12.1981-7.2.1982. Städtische Galerie Regensburg.
8. *Lauter, M. (Hg.)*: Konkrete Kunst in Europa nach 1945. Ostfildern-Ruit : Hatje Cantz, 2002.
9. *Rotzler, W.*: Konstruktive Konzepte. Zürich: ABC Verlag, 1977.
10. *Rowell, M. (Hg.)*: Skulptur im 20. Jahrhundert. München: Prestel, 1986.
11. *Scheibel, M.*: Arbeiten in digitalen Netzen und virtuellen Räumen, Heft BK 43. Stuttgart: LEU 2004.
12. *Schreiber, A.*: Komplexe Einfachheit. [www.artnet.de/Magazine/news/schreiber/schreiber04-20-05.asp](http://www.artnet.de/Magazine/news/schreiber/schreiber04-20-05.asp), 2005.
13. *Schumann, H.*: Körperschnitte. Raumgeometrie interaktiv mit dem Computer. Bonn: Dümmler, 1995.
14. *Schumann, H.*: Dynamische Raumgeometrie. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2005. Hildesheim: Franzbecker 2005, S. 533–536
15. *Schumann, H.*: Interaktives Modellieren im virtuellen Raum. In: LOG IN Heft Nr. 133 (2005), S. 55–61.
16. *Schumann, H.*: Interaktives Rekonstruieren und Modifizieren von Objekten der konstruktiver Kunst im virtuellen Raum. In: Beiträge zum Computereinsatz in der Schule, 2006 (20. Jg.) Heft 1 Dynamische Raumgeometrie IV, März, S. 77–126.

17. *Schumann, H.*: Interaktive Videos für die Raumgeometrie mit Cabri 3D. Rosenheim: co. Tec Verlag, 2006.
18. *Stankowski, A.*: Bildpläne – mit Skizzen, Texten und Bildern zur konkreten Malerei. Stuttgart: Edition Crantz, 1979.
19. *Volkwein, P.(Hg.)*: Museum für Konkrete Kunst Ingolstadt. Heidelberg: Edition Braus, 1993.
20. *Walch, J.*: Festum. Medien im fachlichen und überfachlichen Unterricht. Kurseinheit 8.5. Medienverwendung im Fach Kunst. Hagen: FernUniversität, 2003.
21. *Walther, I. F. (Hg.)*: Kunst des 20. Jahrhunderts. Köln: Taschen, 2000
22. *Zalaya, R. & Barrallo, J.*: Classification of Mathematical Sculpture. [www.mi.sanu.ac.yu/vismath/barrallo/](http://www.mi.sanu.ac.yu/vismath/barrallo/).



Наши авторы, 2007  
Our authors, 2007

*Prof. Dr. Heinz Schumann  
Faculty III, Mathematics/Informatics,  
University of Education Weingarten  
D-88250 Weingarten, Germany  
schumann@ph-weingarten.de*

*Перевод М. Юдовина*