



*Андреев Олег Дмитриевич,  
Вернер Алексей Леонидович,  
Ляпцев Константин Александрович,  
Никитин Александр Борисович,  
Цикин Игорь Анатольевич.*

## ИНТЕРАКТИВНЫЕ FLASH-МОДЕЛИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

Использование интерактивных динамических моделей в школьном курсе геометрии позволяет существенно повысить продуктивность изучения целого ряда его разделов, требующих от преподавателя при применении традиционного учительского инструментария объемных разъяснений, сопровождающихся трудоемкими демонстрациями или построениями многочисленных дополнительных чертежей. Разработка таких интерактивных материалов предоставляет возможность резко сократить необходимое для объяснений время и существенно облегчить восприятие учащимися нового учебного материала. Кроме того, применение таких компьютерных средств позволяет сделать курс школьной геометрии динамичным, адекватным окружающему школьников реальному миру.

В данной статье описываются некоторые примеры таких моделей из разработанного авторами набора образовательных интерактивных ресурсов, предназначенных для использования совместно с учебником А.Л. Вернера, В.И. Рыжика, Т.Г. Ходот «Геометрия 9» [1].

Одним из основных факторов, определяющих эффективность применения интерактивных обучающих ресурсов, является доступность, удобство и простота их использования учащимися. В связи с этим, в качестве базовой технологии разработки таких

учебных материалов была выбрана технология Flash, обладающая богатыми функциональными возможностями и позволяющая при этом создавать модели с традиционным Web-ориентированным интерфейсом, знакомым большинству учащихся, простым и интуитивно понятным в управлении. Выполненные на основе Flash-технологии интерактивные динамические модели представляют собой небольшого размера swf-файлы. Для работы с ними не требуется ничего, кроме так называемого Flash-плеера – программного расширения (надстройки) стандартного Web-браузера. Инсталлированный на компьютер пользователя этот продукт позволяет просматривать мультимедийные клипы, работать с интерактивными моделями, выполненными на основе Flash-технологии. Flash-плеер является свободно распространяемым продуктом и может быть установлен через интернет [2].

Таким образом, основным рабочим информационным инструментом при работе учащегося с Flash-моделями становится обычный Web-браузер (например, Internet Explorer) с соответствующими подключающими модулями (plug-in). Internet Explorer входит в состав операционной системы Windows. Такой выбор базовой технологии не предъявляет никаких специфических требований к программному обеспечению компьютера пользователя, что позволяет

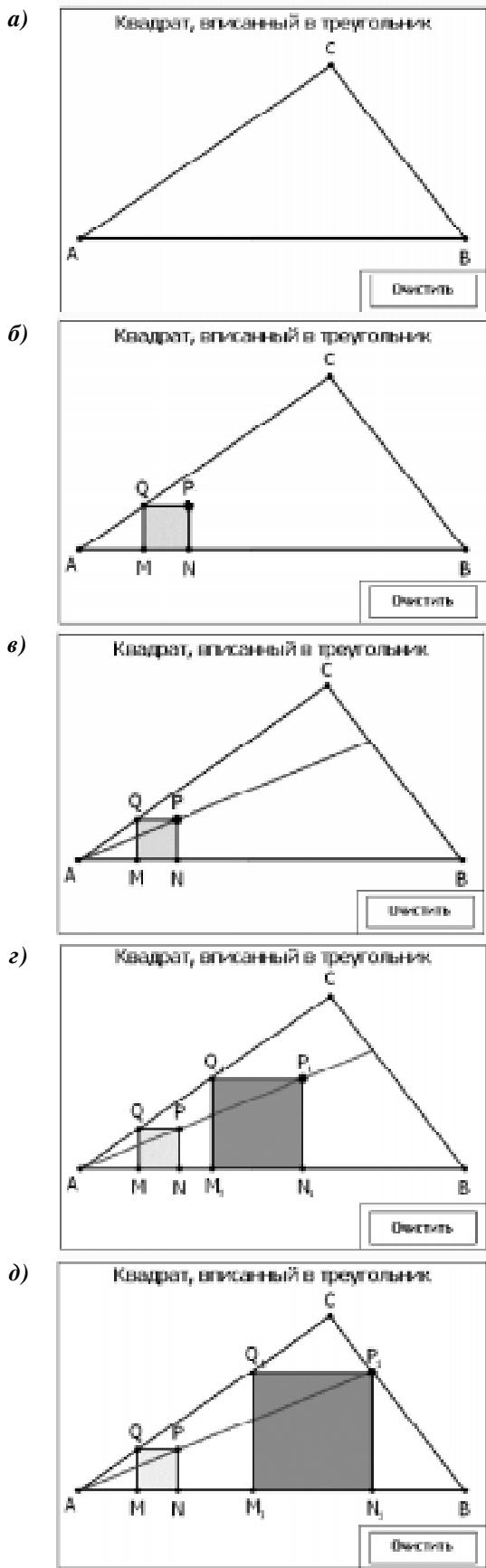


Рисунок 1.

решить задачу унификации цифровых образовательных ресурсов, существенно облегчающую переносимость и тиражируемость создаваемых учебных материалов. Кроме того, такие материалы могут быть естественным образом интегрированы в распределенные информационно-обучающие системы, основанные на Интернет-технологиях сетевого доступа пользователей.

При создании Flash-моделей характер взаимодействия с пользователем определяется разработчиком продукта. Для этих целей могут использоваться специальные органы управления, такие как кнопки, ползунковые регуляторы, поля ввода и т. п., которые встраиваются в интерфейс модели. Наряду с этой возможностью, может быть использована технология drag&drop, позволяющая пользователю непосредственно в режиме online курсором мыши, как рукой в реальной действительности, двигать, поворачивать, вращать, перетаскивать объект или его составные элементы.

Рассмотрим Flash-модель «Квадрат, вписанный в треугольник». Данная модель предназначена для изучения метода гомотетии применительно к решению задач. С ее помощью иллюстрируется решение следующей задачи: в данный треугольник  $ABC$  вписать квадрат. На рисунке 1 представлен экранный интерфейс различных состояний модели в процессе решения задачи.

В исходном состоянии в окне модели открывается произвольный треугольник  $ABC$  (рисунок 1 а). После того, как пользователь щелкнет курсором мыши на стороне  $AB$ , произойдет построение квадрата  $MNPQ$ , у которого сторона  $MN$  лежит на большей стороне треугольника  $ABC$ , а вершина  $Q$  лежит на его стороне  $AC$  (рисунок 1 б). При этом точка  $P$  активна, то есть щелкнув по ней, пользователь активирует режим построения луча  $AP$  (рисунок 1 в). Пусть луч пересекает сторону  $BC$  в некоторой точке  $P_1$ .

Рассмотрим теперь гомотетию  $f$  с центром  $A$  и коэффициентом  $k = AP_1 : AP$ . Эта гомотетия и переведет квадрат  $MNPQ$  в квадрат  $M_1N_1P_1Q_1$ , который вписан в треугольник  $ABC$ .

Данная модель позволяет в динамике проиллюстрировать вышеприведенное решение.

После построения луча  $AP_1$  (рисунок 1 в) можно, «потянув» за активную точку  $P$ , осуществлять в режиме реального времени наблюдение за гомотетией исходного квадрата с произвольным коэффициентом (рисунок 1 г), изменения коэффициент гомотетии от 1 (рисунок 1 в) до искомого значения  $k = AP_1 : AP$  (рисунок 1 д).

Модель «Гомотетия парабол» (рисунок 2) предназначена для изучения метода гомотетии применительно к решению задач. С ее помощью доказывается теорема о том, что все графики функций  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) гомотетичны. Внешний вид модели в окне Web-браузера представлен на рисунке 2.

На экране в исходном состоянии выводятся графики двух функций: график  $F$  функции  $y = x^2$  (выделен зелёным цветом, статичная парабола) и динамический график  $F_a$  функции  $y = ax^2$ , где  $a = 0,5$  (выделен чёрным цветом). Бегунком в левом нижнем углу можно менять в определённых пределах коэффициент  $a$ , при этом будет изменяться форма второй параболы  $F_a$ . Пользователь может нанести курсором мыши точку  $X$  на зелёную параболу, при этом на экране появляется прямая  $y = kx$ , проходящая через точку  $X$  и начало координат  $O$ . Точка пересечения параболы  $F_a$  с этой прямой – точка  $X_a$  (рисунок 2). Вторым бегунком (или же с помощью курсора мыши, используя технологию drag&drop) можно изменять в определённых пределах коэффициент  $k$  прямой  $y = kx$ . При этом картинка на экране будет меняться синхронно с выполняемыми действиями. А так как координаты точек пересечения  $X$  и  $X_a$  прямой с параболами равны соответственно  $(k, k^2)$  и  $(\frac{k}{a}, \frac{k^2}{a})$ , то становится ясно, что вектор  $\overline{OX} = a \overline{OX}_a$ . То есть точка  $X$  является образом точки  $X_a$  при гомотетии с центром  $O$  и коэффициентом  $a$ . А потому и параболу  $F_a$  эта гомотетия переводит в параболу  $F$ , то есть эти параболы гомотетичны. Кнопка «Очистить» в правом нижнем углу окна возвращает модель в исходное состояние.

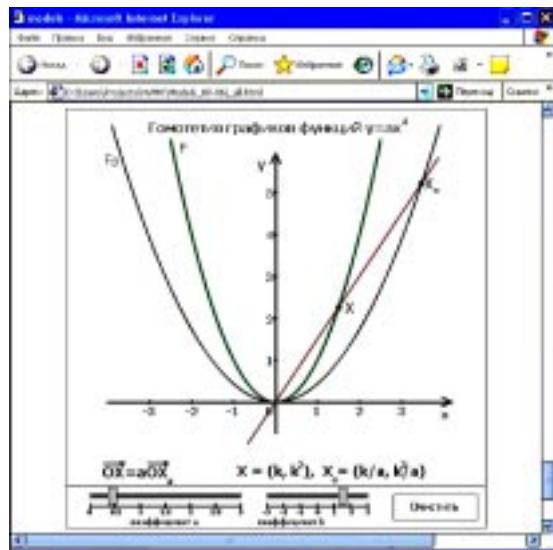


Рисунок 2.

Особый интерес вызывает использование интерактивных динамических моделей при изучении трехмерных тел и геометрических преобразований в пространстве. На рисунке 3 приведен экранный интерфейс модели «Куб», предназначенной для изучения основных элементов симметрии куба.

Пользователь может с помощью компьютерной мыши вращать многогранник, рассматривая его со всех сторон. Выбирая соответствующие опции в нижней части окна модели можно визуализировать основные элементы симметрии куба. Это плоскости симметрии:

1. Плоскости, перпендикулярные ребрам и проходящие через их середины, – опция «Поперечное сечение».



Рисунок 3.

2. Плоскости, проходящие через противоположные ребра, – опция «Диагональное сечение».

Оси симметрии:

1. Оси, проходящие через центры граней, – опция «Центры граней».

2. Оси, проходящие через середины противоположных ребер, – «Середины ребер».

3. Зеркальные оси, проходящие через противоположные вершины, – опции «Диагонали». Центр симметрии куба – центр куба, точка пересечения диагоналей (рисунок 3).

Технология Flash позволяет создавать весьма сложные многофункциональные трехмерные модели. В качестве примера такой модели рассмотрим модель «Вращение произвольной плоской фигуры вокруг прямой». Данная модель предназначена для изучения темы «Поворот в пространстве», «Зеркальная симметрия и поворот пространстве», а также ряда других тем. На рисунке 4 представлены экранные интерфейсы модели в различных режимах ее работы.

При загрузке модели в браузер в левой части окна программы появляется изображение произвольной фигуры на плоскости. В правой части – та же фигура, но в пространстве (рисунок 4 а). Форму плоской фигуры, располагающейся в левой части экрана, можно изменять, перемещая точки (вершины многоугольника) курсором компьютерной мыши, так как все эти точки являются «активными» (рисунок 4 в, г). Кроме того, возможно добавлять вершины многоугольника (щелчок мышью в нужном месте плоскости с одновременно нажатой клавишей Shift) или удалять вершины (щелчок курсором мыши на вершине с нажатой клавишей Ctrl) (сравни рисунки 4 а, в). Соответствующие изменения трехмерной фигуры вращения будут отображаться справа.

Пользователь может с помощью компьютерной мыши осуществлять вращение плоской фигуры вокруг прямой, наблюдая при этом получающуюся пространственную

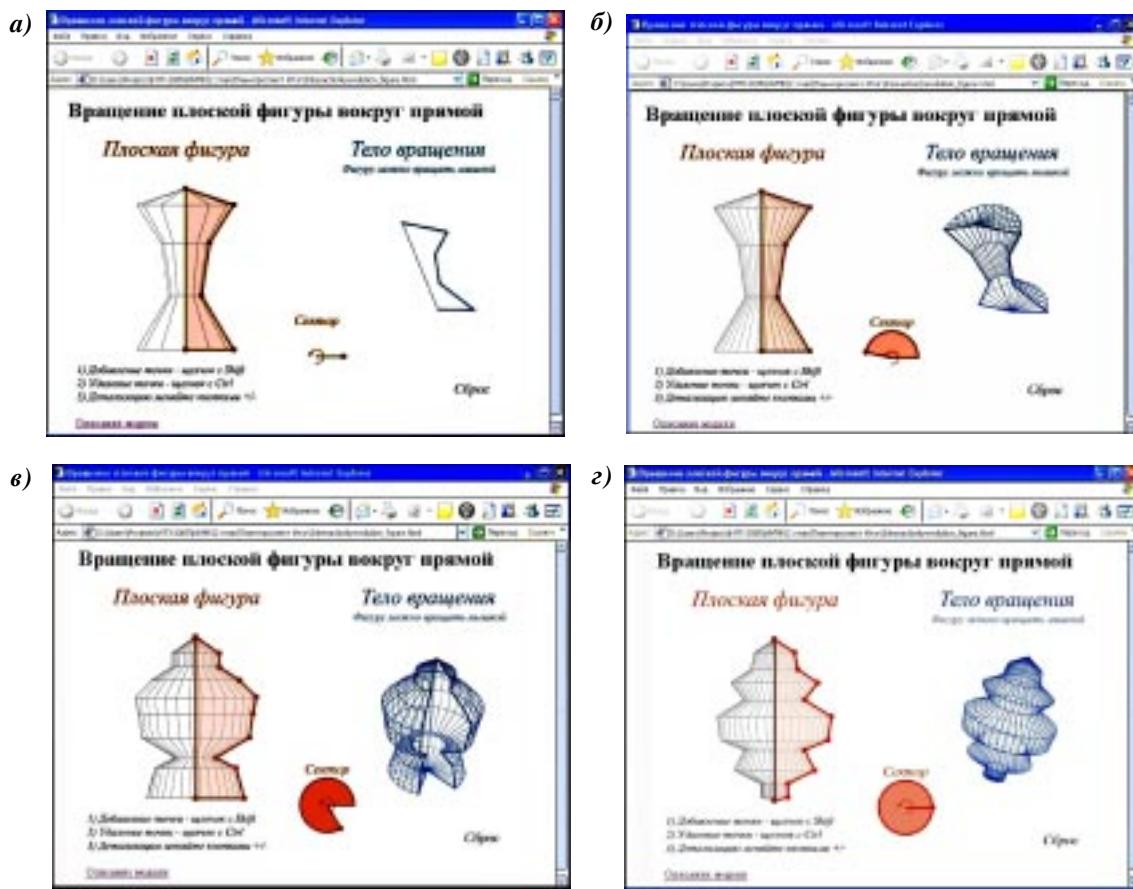


Рисунок 4.

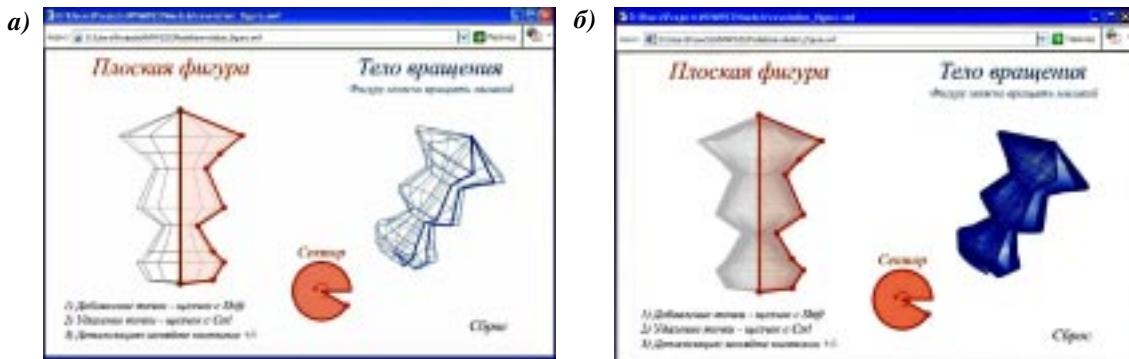


Рисунок 5.

фигуру, вычерчиваемую исходной плоской фигурой при вращении вокруг оси. Для этой цели используется инструмент «Сектор» в нижней части окна модели (рисунок 4 а-г).

Фигура вращения управляется пользователем, который с помощью компьютерной мыши может вращать ее и рассматривать со всех сторон на правой области экрана, используя при этом технологию drag&drop. На рисунке 4 а-в представлены промежуточные этапы динамического процесса вращения вокруг прямой в пространстве произвольной плоской фигуры вплоть до окончательной фазы создания объемного тела (рисунок 4 г).

#### Литература

1. А.Л.Вернер, В.И.Рыжик, Т.Г.Ходот. Геометрия. Пособие для 9 класса общеобразовательных учреждений. М.: «Просвещение», 2001.
2. <http://www.adobe.com/>

**Андреев Олег Дмитриевич,  
студент 5 курса радиофизического  
факультета СПбГПУ,**

**Вернер Алексей Леонидович, доктор  
физико-математических наук,  
профессор кафедры геометрии  
РГПУ им. А.И.Герцена,**

**Ляпцев Константин Александрович,  
студент 5 курса радиофизического  
факультета СПбГПУ,**

**Никитин Александр Борисович,  
кандидат технических наук,  
доцент кафедры радиотехники и  
телеинформатики СПбГПУ,**

**Цикин Игорь Анатольевич, доктор  
технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой радиотехники  
и телекоммуникаций СПбГПУ.**

Следует отметить, что детализацию объемной фигуры можно изменять с помощью кнопок «+» и «-» в правой части клавиатуры (рисунок 5). На рисунках 5а и 5б приведены изображения исследуемого тела в режимах минимальной и максимальной детализаций, соответственно.

Активное поле «Сброс» в правой нижней части окна предназначено для возврата модели в исходное состояние (рисунки 4, 5).

Первые эксперименты по использованию таких моделей в реальном учебном процессе позволили существенно поднять интерес учащихся к изучаемому материалу и повысить общую эффективность учебных занятий.



**Наши авторы, 2007  
Our authors, 2007**