

СРЕДА KD-VERIFIER: ВЕРИФИКАЦИЯ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВВЕДЕНИЕ

Математические задачи всегда вызвали особый интерес. Решая задачу, человек проверяет не только имеющийся багаж знаний, но и пополняет его, вырабатывая различные методы и приемы решения поставленной проблемы.

Процесс решения задачи представляет собою поиск выхода из затруднения или пути обхода препятствий. Стремление и способность к решению задач является особенностью интеллекта человека, а интеллект – это особый дар, поэтому решение математической, да и вообще любой задачи можно рассматривать как одно из самых характерных проявлений человеческой де-



В процессе решения задачи человек прибегает к различным ухищрениям...

ятельности. Существенным ингредиентом процесса решения любой задачи является желание, решимость и стремление ее решить. В процессе решения задачи человек прибегает к различным ухищрениям и неординарным действиям, чтобы получить желаемый результат.

Методы решения можно разбить на группы, каждая из которых имеет свои особенности [1]:

- метод решения, связанный с направленностью и фокусированием мышления;
- метод решения, связанный с предчувствием близости решения;
- метод решения, связанный с предвидением решения задачи;
- метод решения, связанный с выбором области поиска решения;
- метод решения, связанный с использованием промежуточных значений;
- метод решения, связанный с использованием пополнения и перегруппировки поставленной задачи;
- метод решения, связанный с использованием перехода от частного к целому (индукция).

При решении поставленной задачи, полезно попробовать большинство из выше приведенных методов. Это позволит взглянуть на имеющиеся проблемы с разных точек зрения. Поэтому нужно с раннего возраста воспитывать человека так, чтобы он старался увидеть одновременно несколько решений поставленной задачи. И помощь в

этом может и должно оказать школьное образование.

Последнее время особое внимание уделяется компьютеризации учебных заведений. Наличие компьютеров в школах позволяет ученикам и преподавателям по-новому взглянуть на процесс получения знаний и решение существующих проблем. Поэтому на программное обеспечение школьных учреждений должны накладываться не только технические и эргономические, но и методические требования в рамках требований того предмета, изучение которого должен поддерживать данный программный продукт. Остановимся на использовании программ для поддержки курса математики.

Обозначим те характеристики, которыми должны обладать математические программы.

Во-первых, программные продукты для обучения математике должны не просто обеспечивать получение необходимых знаний, но и способствовать выработке приемов для применения полученных знаний в будущем.

Во-вторых, программы не должны ограничивать ученика в выборе метода решения математических задач.

В-третьих, программы должны предоставлять условия для самостоятельного открытия и ведения исследовательской деятельности.

Таким образом, учителям следует как можно серьезнее подойти к выбору программ, используемых для поддержки изучения математики и постараться по возможности учесть пожелания к программам.

В статье обсуждается среда KD-Verifier, в которой авторы также постарались учесть перечисленные выше требования к программным продуктам для поддержки школьного курса математики. Даная среда создавалась при непосредственном участии автора статьи.

ОПИСАНИЕ СРЕДЫ KD-VERIFIER

Среда KD-Verifier предназначена для формирования интеллектуальных умений и проверки знаний по курсу математики. Еще в стадии проектирования данной среды предполагалось найти технологичную реализацию идей выдающихся математиков, таких как Пуанкаре и Пойа, которые считали, что крайне важно при изучении математики делать акцент на самостоятельное открытие и исследование математических закономерностей.

Какова структура среды KD-Verifier? На данный момент это комплекс, состоящий из набора задач из разных областей математики (в настоящее время уже готов первый комплект задачник) и собственно среды KD-Verifier, поддерживающей работу задачник.



Рисунок 1.



...программы должны предоставлять условия для самостоятельного открытия...

ловию, но не вошла в ваш ответ». Это значит, что ответ, который был введен, является неполным, то есть ответ необходимо дополнить. Ответ будет считаться верным, если в области для иллюстрации корректности ответа появится сообщение о том, что не обнаружено примеров, которые бы противоречили введенному ответу. Однако следует помнить, что система проверяет правильность ответа на ограниченном множестве примеров, поэтому, даже если система не нашла контрпримеров, правильность ответа не гарантируется. Конечно, при разумных поисках ответа (если решающий не стремится специально «обмануть» систему) вероятность того, что ответ окажется верным, высока, тем не менее, обязателен завершающий «бескомпьютерный» этап – обоснование корректности решения.

Виртуальная клавиатура предназначена для ввода ответа в соответствующую область. Панель клавиатуры состоит из нескольких подпанелей: подпанель с числами, подпанель с арифметическими операциями, подпанель с операциями отношения и логическими операциями, подпанель с переменными задачи, функциональные кнопки. Каждая кнопка на клавиатуре имеет «выплывающую» подсказку (рисунок 2), сообщающую о ее назначении. Ответ вводится с виртуальной клавиатуры «нажатием» нужных кнопок при помощи мыши.

Вводимый текст находится в области ввода и может корректироваться в процессе решения задачи.

Заметим, что, для того чтобы вводимые логические выражения соответствовали правилам их записи в книгах по математической логике, не все символы выводятся так, как изображены на кнопке клавиатуры. Например, при нажатии кнопки «И» (логическое И) в области ввода ответа появляется символ «&».

После того как был введен ответ, необходимо нажать кнопку «Проверить» на виртуальной клавиатуре (или «Enter» на реальной клавиатуре). После этого в области иллюстрации корректности ответа появляются иллюстрации примеров и контрпримеров, анализ которых позволяет ученику по-

степенно уяснять сущностную структуру задачи и раз за разом устранять недостатки вводимого ответа.

Область вывода синтаксических ошибок. Временами может возникать ситуация, когда ученик вводит ответ, который не является корректным по своей структуре. К примеру, не хватает закрывающей скобки. О таких проблемах KD-Verifier сообщает через область вывода ошибок. Список таких ошибок невелик, но и его достаточно, чтобы понять, как необходимо произвести изменения в ответе, чтобы синтаксически он стал верным.

Область вывода ошибок находится под виртуальной клавиатурой (на рисунке 2 видно, что данная область выделена черной рамкой).

В зависимости от версии KD-Verifier возможны незначительные изменения в структуре и внешнем виде каждой из составляющих среды.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПРИ ПОМОЩИ KD-VERIFIER

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их!!!

Д.Пойа.

«Математическое открытие»

Прежде чем решать задачу, необходимо некоторое время потратить на объяснение ученикам того, как синтаксически правильно записывать и составлять ответы. Среда KD-Verifier в качестве ответов принимает высказывания, то есть логические выражения, которые принимают значения ИСТИНА или ЛОЖЬ. Если будет введен ответ, подразумевающий выполнение только арифметических действий, к примеру, сложение двух чисел или переменных, то в области вывода ошибок появится сообщение о некорректности введенного выражения.

Для ввода ответов следует использовать виртуальную клавиатуру. Она содержит больше знаков, чем обычная клавиатура и позволяет правильно вводить логические

связки. Заметим, что логическое высказывание нельзя получить, если не использовать отношения. В данной версии программы используются следующие отношения:

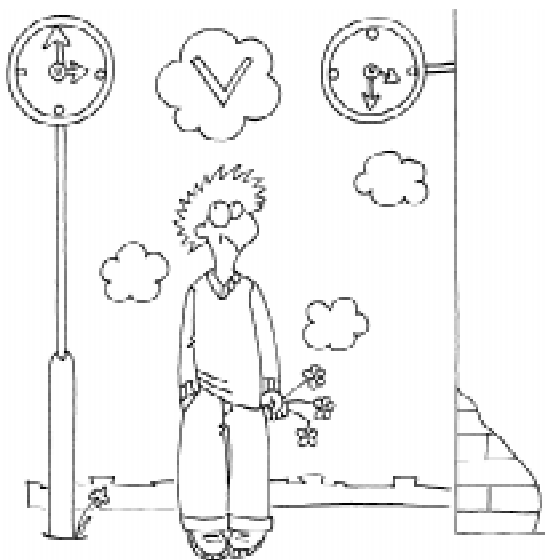
- > больше;
- < меньше;
- ≥ больше или равно;
- ≤ меньше или равно;
- = равно;
- ≠ не равно.

Арифметические выражения (их называют термами), соединенные знаками отношений, являются логическими высказываниями (их называют простыми логическими формулами), которые можно верифицировать с помощью нашей системы.

Кроме того, любые простые логические формулы можно соединять значками логических операций:

Логическое И. Результатом операции может быть или ИСТИНА, или ЛОЖЬ. Значение ИСТИНА возникает тогда, когда левая и правая часть принимают значение ИСТИНА.

Логическое ИЛИ. Результатом операции может быть или ИСТИНА, или ЛОЖЬ. Значение ИСТИНА возникает тогда, когда левая или правая часть принимают значение ИСТИНА.



...любые простые логические формулы можно соединять значками логических операций...

Получающиеся высказывания также можно верифицировать с помощью нашей системы (эти высказывания описываются составными логическими формулами).

После того, как ученику объяснили правила построения ответа в среде KD-Verifier, следует перейти непосредственно к вводу самого ответа. Ученик вводит ответ и нажимает кнопку «Проверить». Анализируя реакцию среды (примеры и контрпримеры в области иллюстрации корректности ответа), ученик проверяет свой ответ на правильность и полноту. В области иллюстрации корректности ответа в каждое из окон, имеющих границы красного, желтого и зеленого цвета, выводится соответствующий пример. Каждое такое окно несет в себе информацию, которую ученик должен принять во внимание, а именно:

– в окне с красной границей всегда располагаются примеры, которые не удовлетворяют условию задачи, но удовлетворяют ответу ученика (контрпримеры). Под графиком имеется текст «Эта функция не удовлетворяет условию задачи, но вошла в ваш ответ».

– в окне с желтой границей всегда располагаются примеры, которые удовлетворяют условию задачи, но не удовлетворяют ответу ученика (примеры пропущенных решений). Под графиком имеется текст «Эта функция удовлетворяет условию задачи, но не вошла в ваш ответ».

– в окне с зеленой границей всегда располагаются примеры, которые удовлетворяют одновременно и условию задачи, и ответу ученика (примеры правильно найденных решений). Под графиком имеется текст «Эта функция удовлетворяет условию задачи и вошла в ваш ответ».

В зависимости от того, окна какого цвета присутствуют в области для иллюстрации корректности ответа, ученик может сделать вывод о степени полноты (по желтым окнам) и правильности ответа (по красным окнам). Если ученик дает правильный ответ, то выводится зеленое окно с одним из правильных примеров и текст о том, что контрпримеры не были найдены.

При решении поставленной задачи ученик может столкнуться с проблемой, когда

на введенный ответ в качестве реакции выводится некоторый текст. Такая реакция среды KD-Verifier появляется, когда вводится так называемый *вырожденный ответ*. В чем суть вырожденных ответов? Например, рассмотрим такой странный ответ « $1 < 2$ ». Этот ответ не содержит переменных и в любом случае принимает значение ИСТИНА.

Чтобы вырожденные ответы не смогли повлиять на ход решения, в среду добавлена специальная реакция, которая появляется, если система смогла распознать вырожденный ответ. В области для иллюстрации корректности ответа вместо картинок с примерами выводится соответствующее текстовое сообщение.

В целом система предназначена не для контроля знаний ученика учителем, а для обучения и самоконтроля. Поэтому она будет эффективно помогать ученику только в случае ее осмысленного использования.

Литература

1. Дж. Пойа. Математическое открытие. М.: Главная редакция физико-математической литературы. Издательство «Книга», 1976.
2. Pozdnyakov S. Computer technologies and productive learning in mathematics / 9th International Congress on Mathematical Education (ICME 9) on behalf of the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). Tokyo/Makuhari, Japan, from July 31 to August 6, 2000.
3. Pozdnyakov S. Mathematical models of intellectual dialogue in Computer Aided Learning / World Conference on Twenty-First Century Mathematics. Proceedings. School of Mathematical Sciences, GC University, Lahore, Punjab (Pakistan), 2005.

ИТОГИ

Подводя итоги, хочется сказать, что среда KD-Verifier позволяет по-другому взглянуть на технологию решения задачи. Среду следует рассматривать как помощника в получении и усовершенствовании знаний в математике.

Комплекс задач, используемых вместе со средой, поможет не только закрепить имеющиеся знания, но также позволит проводить учебные исследовательские работы.

Среда будет полезна не только ученикам, но и учителям. Она поможет им внести коррективы в построение учебного процесса на уроках математики, основываясь на возможностях новых информационных технологий.

Со временем планируется адаптировать среду KD-Verifier под решение задач из других областей, в частности, задач по химии, физике, географии и др.

*Манцеров Дмитрий Ирикович,
аспирант кафедры информатики
математико-механического
факультета СПбГУ.*



Наши авторы, 2006.
Our authors, 2006.