

*Трифонов Евгений Дмитриевич,
Ляпцев Александр Викторович,
Глазков Василий Валентинович*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРА ПРИ РЕШЕНИИ ТВОРЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Решение задач выступает и как цель, и как метод обучения физике. Эта деятельность является неотъемлемой составной частью процесса обучения, поскольку позволяет формировать, обогащать и развивать мышление учащихся. Этот метод служит простым, удобным и эффективным способом проверки и систематизации знаний, умений и навыков школьников, позволяет в наиболее рациональной форме осуществлять действенную связь теории и практики.

подавляющее большинство учебных задач по физике, требующих количественного расчета, подобраны так, что их решения находятся путем использования определенных формул или их комбинаций. При этом физические процессы, описанные в задаче, как правило, значительно упрощены (движение считается равноускоренным, силы постоянными и т. д.). Решение таких задач, безусловно, полезно на первых этапах обучения физике. Однако злоупотребление этим на протяжении всего времени обучения приводит к формальному усвоению знаний.

В связи с компьютеризацией процесса обучения возникает возможность рассматривать такие задачи, которые могут быть решены только с помощью вычислительной техники [1; 2; 3]. Компьютер позволяет использовать в учебном процессе новые типы учебных задач, близких к реальным задачам исследовательского характера. Актуальность подобной возможности выступает

более явно в связи с переходом школы к профильному обучению. Учебные планы профильной школы предполагают проведение учебных практик, разработку проектов, осуществление учебно-исследовательской деятельности. На это выделяется не менее 70 учебных часов за время обучения в 10 и 11 классах. Кроме того, подобные задачи могут выступать основой содержания межпредметного элективного курса, например, с названием «Компьютерное моделирование физических явлений и процессов».

В данной статье реализуется подход, основанный на включении в учебный процесс проблемных задач, осознание которых вызывает у учащихся проблемную ситуацию.

В качестве примера приводится решение одной задачи механики, знакомство с которым, несомненно, будет полезно любому ученику или студенту. Эта задача, как мы убедились, вызывает живой интерес и у преподавателей, которые сталкиваются с ней впервые.

1. ЗАДАЧА

Однородный стержень массы m и длины $2a$ прислонен к стене и опирается нижним концом в пол (рисунок 1). В начальный момент времени верхний конец стержня находится на высоте h . Трение отсутствует. Описать движение стержня. В частности, определить, при каком положении вер-

хнего конца стержня произойдет отрыв его от стены. Какова сила, действующая со стороны стены на верхний конец стержня? Какова сила, действующая на нижний конец стержня со стороны пола? Каково ускорение и траектория движения центра инерции стержня?

Данная задача в сокращенном варианте формулируется, например, в задачнике [4, с. 57], где приводится также краткое доказательство отрыва стержня от стены (с. 332). Здесь мы даем более подробное и в то же время достаточно элементарное решение, дополненное компьютерной поддержкой. Основная физическая идея решения основана на законе сохранения энергии. Для решения этой задачи достаточно знаний по механике, предусмотренных программой по физике для профильных школ и классов (см., например [5]), по математике – умение дифференцировать элементарные функции, по информатике – умение составлять элементарные программы на одном из языков программирования или работать в одном из математических пакетов (Matlab, MathCad и др.).

2. РЕШЕНИЕ

Будем считать, что движение стержня происходит в одной плоскости. Пусть x, y – координаты центра инерции (ЦИ), который находится посередине стержня; $V_x, V_y, V_{1x}, V_{1y}, V_{2x}, V_{2y}$ – составляющие скоростей ЦИ и точек «1» и «2» на концах стержня, соответственно.

Рассмотрим первую стадию движения, пока верхний конец стержня не оторвался еще от стены (нижний конец упирается в пол). Очевидно, $x^2 + y^2 = a^2$. Отсюда следует, что на первой стадии движения траектория ЦИ представляет собой дугу окружности радиуса a . Продифференцируем обе части этого равенства по времени, откуда получаем

$$2x\dot{x} + 2y\dot{y} = 0, \quad (1)$$

где точкой обозначена, как это принято в механике, производная по времени. Так как

$$\dot{x} = V_x, \quad \dot{y} = V_y,$$

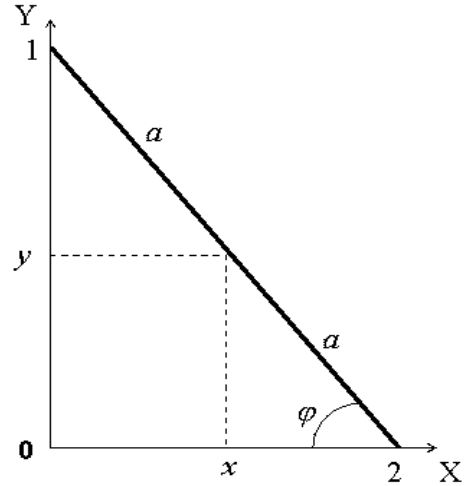


Рисунок 1. Начальное положение стержня.

то

$$\frac{V_x}{V_y} = -\frac{y}{x} \quad (2)$$

или

$$\frac{V_x^2}{V_y^2} = \frac{y^2}{x^2} = \frac{y^2}{a^2 - y^2}. \quad (3)$$

Очевидно также, $V_{1x} = 0, V_{1y} = 2V_y, V_{2x} = 2V_x, V_{2y} = 0$.

Определим скорости концов стержня относительно ЦИ:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{1x} &= V_{1x} - V_x = -V_x, \\ \tilde{V}_{1y} &= V_{1y} - V_y = V_y, \\ \tilde{V}_{2x} &= V_{2x} - V_x = V_x, \\ \tilde{V}_{2y} &= V_{2y} - V_y = -V_y. \end{aligned} \quad (4)$$

Согласно (2) и (4), скорости \tilde{V}_1 и \tilde{V}_2 равны по величине, противоположны по направлению и ортогональны стержню.

Последнее обстоятельство наглядно можно пояснить тем, что движение тела относительно его центра инерции представляет собой вращение. Отсюда следует, что угловая скорость вращения относительно ЦИ равна

$$\Omega = \frac{V_1}{a} = \frac{\sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2}}{a} = \frac{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}{a}. \quad (5)$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$\begin{aligned} \frac{mV_x^2}{2} + \frac{mV_y^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{ma^2}{3} \cdot \Omega^2 &= \\ &= mg \frac{h}{2} - mgy. \end{aligned} \quad (6)$$

Первые два слагаемых в левой части уравнения представляют собой кинетическую энергию поступательного движения, третье слагаемое – кинетическая энергия вращения, $ma^2/3$ – момент инерции стержня, $h/2$ – начальная высота ЦИ. Используя (5) из (6), получаем

$$\frac{2}{3} \cdot (V_x^2 + V_y^2) = g \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right).$$

Исключая из этого уравнения V_y^2 с помощью (3), находим

$$\frac{2}{3} \cdot V_x^2 = g \left(\frac{h}{2} - y\right) \frac{y^2}{a^2}. \quad (7)$$

Продифференцируем обе части уравнения (7) по времени:

$$\frac{2}{3} \cdot 2V_x \dot{V}_x = \frac{g}{a^2} (2y \frac{h}{2} - 3y^2) V_y.$$

Отсюда следует, что сила, действующая на ЦИ в горизонтальном направлении (реакция стены), равна

$$F_x = m\dot{V}_x = \frac{3}{4a^2} gm \cdot (3y - h) \cdot \sqrt{a^2 - y^2}.$$

Видно, что сила F_x обращается в ноль при $y = h/3$. В этот момент верхний конец стержня, находящийся на высоте $(2/3)h$, отрывается от стены, и горизонтальная составляющая скорости ЦИ V_{x0} становится постоянной. С помощью (7) находим

$$V_{x0}^2 = \frac{3g}{4} \cdot \left(\frac{h}{3}\right)^3 \frac{1}{a^2}. \quad (8)$$

Докажем, что нижний конец стержня не отрывается от пола. Действительно, исключая V_x из уравнения (6) с помощью (3), получим

$$\frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{V_y^2 y^2}{a^2 - y^2} + V_y^2 \right\} = g \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right),$$

откуда

$$V_y^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{g}{a^2} \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right) (a^2 - y^2).$$

Дифференцируя (9) по времени, находим ускорение в вертикальном направлении:

$$\dot{V}_y = \frac{3g}{4a^2} (3y^2 - hy - a^2). \quad (10)$$

Отсюда следует, что сила реакции пола равна

$$F_y = m\dot{V}_y + mg = \frac{3mg}{4a^2} \cdot \left\{ \frac{a^2}{3} - hy + 3y^2 \right\}. \quad (11)$$

Правая часть этого уравнения не обращается в ноль ни при каких допустимых значениях y . В частности, согласно (11), в начале второй стадии движения (то есть при $y = h/3$) сила реакции пола равна $mg/4$. Итак, нижний конец стержня не отрывается от пола.

Переходим теперь к рассмотрению второй стадии движения, когда верхний конец стержня уже оторвался от стены. Теперь на ЦИ действует сила только в вертикальном направлении (сила тяжести и реакция пола). Поэтому движение ЦИ будет складываться из ускоренного движения в вертикальном направлении и равномерного – в горизонтальном направлении (со скоростью V_{x0}). Если рассматривать движение стержня в системе отсчета, которая движется со скоростью V_{x0} , то ЦИ стержня будет перемещаться строго вертикально.

Так как нижний конец стержня не отрывается от пола, то угловая скорость вращения стержня вокруг ЦИ может быть представлена в виде

$$\dot{\phi} = \frac{V_y}{\sqrt{a^2 - y^2}}.$$

Это следует из того, что угол поворота стержня равен $\phi = \arcsin y/a$.

Запишем теперь закон сохранения энергии, аналогичный (6):

$$\frac{mV_{x0}^2}{2} + \frac{mV_{y0}^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{ma^2}{3} \dot{\phi}^2 = mg \frac{h}{2} - mgy. \quad (12)$$

Отсюда получаем

$$V_y^2 = \frac{(1 - (y/a)^2) (gh - 2gy - V_{x0}^2)}{\left(\frac{4}{3} - (y/a)^2\right)}, \quad (13)$$

где V_{x0}^2 определяется формулой (8).

Дифференцируя (13) по времени, находим ускорение \dot{V}_y :

$$\dot{V}_y = -g \cdot \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{3}hy/a^2 - \frac{1}{4}(h/3)^3y(1/a^4) - 3y^2(1/a^2) + (y/a)^4}{\left(\frac{4}{3} - (y/a)^2\right)^2}. \quad (14)$$

При $y = h/3$, так же как при $y = 0$, ускорение $\dot{V}_y = -(3/4)g$.

Если удар стержня о пол является абсолютно неупругим, то вся энергия, кроме кинетической энергии движения в горизонтальном направлении со скоростью V_{x0} , перейдет в тепло. Если же удар абсолютно упругий, то будет происходить периодический подъем ЦИ. При этом ускорение в вертикальном направлении определяется по прежнему формулой (14), а максимальная высота подъема может быть найдена из закона сохранения энергии (12):

$$y_{max} = \frac{h}{2} - \frac{V_{x0}^2}{2g} = \frac{h}{2} - \frac{3}{8} \left(\frac{h}{3}\right)^3 \frac{1}{a^2}. \quad (15)$$

3. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

Для построения компьютерной модели будем использовать выражения для проекций ускорения на двух стадиях процесса движения стержня.

Первая стадия:

$$a_x = \frac{3g}{4a^2} \cdot (3y - h) \cdot \sqrt{a^2 - y^2},$$

$$a_y = \frac{3g}{4a^2} (3y^2 - hy - a^2).$$

Вторая стадия:

$$a_x = 0,$$

$$a_y = -g \cdot \left[\frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{3}hy/a^2 - \frac{1}{4}(h/3)^3y(1/a^4)}{\left(\frac{4}{3} - (y/a)^2\right)^2} - \frac{3y^2(1/a^2) - (y/a)^4}{\left(\frac{4}{3} - (y/a)^2\right)^2} \right].$$

Применив к ним алгоритм Эйлера

$$v_x(t + \Delta t) = v_x(t) + a_x(t)\Delta t;$$

$$v_y(t + \Delta t) = v_y(t) + a_y(t)\Delta t;$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v_x(t)\Delta t;$$

$$y(t + \Delta t) = y(t) + v_y(t)\Delta t;$$

$$t = t + \Delta t,$$

выбрав параметр Δt достаточно малым, основная часть моделирующей программы будет иметь вид (язык программирования Бейсик) (см. таблицу 1).

С помощью данной программы можно исследовать многие зависимости изучаемого явления. Запуск программы на исполнение позволяет наблюдать на экране компьютера траекторию центра инерции (ЦИ) движущегося центра (рисунок 2).

Таблица 1.

Программа	Комментарии
<pre>screen 12:color 1,15 : a=1:g=9.81:dt=0.001:t=0 h=1.8:kt=0.0:y=h/2:x=sqr(a^2-y^2):vx=0:vy=0 line(0,240)-(640,240),8:line(100,0)-(100,480),8 for l=1 to 5 do circle(100+x*50 ,240-y*50) ,1,8 if (y>h/3) and (l=1) then ax=(3*g)/(4*a^2)*(3*y -h)*sqr(a^2-y^2)-kt*vх ay=(3*g)/(4*a^2)*(3*y^2-h*y-a^2)-kt*vy else ay=-g*(4/3+h*y/(3*a^2)-((h/3)^3)*y/(4*a^4)- 3*y^2/a^2+(y/a)^4)/(4/3-(y/a)^2)-kt*vy:ax=-kt*vх end if : vx=vx+ax*dt:vy=vy+ay*dt x=x+vx*dt:y=y+vy*dt:t=t+dt loop until y<=0 : vy=-vy*1 : next l : end</pre>	<p>Инициализация графики и задание начальных параметров</p> <p>Изображение координатных осей</p> <p>Изображение точки траектории</p> <p>Вычисление ускорения на первой стадии</p> <p>Вычисление ускорения на второй стадии</p> <p>Вычисление проекций скорости и координат</p>

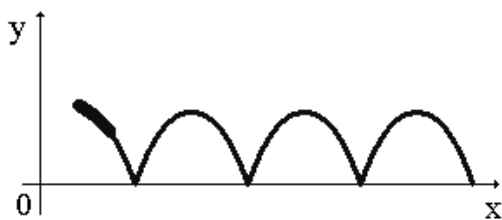


Рисунок 2. Траектория ЦИ стержня $y(x)$ (жирная линия – первая стадия, тонкая – вторая стадия).

Следует отметить, что исследование моделей явлений с помощью графических возможностей классических языков программирования позволяет достаточно легко обнаружить только качественные особенности их поведения. Для выявления количественных параметров необходимо выдавать на экран их значения.

Поставив вместо оператора

```
circle(100+x*50 ,240-y*50 ) ,1,8 ,
```

операторы

```
circle(100+t*50 ,240-vx*50) ,2,5 ,
circle(100+t*50 ,240-vy*50) ,2,6 ,
```

а после оператора $t=t+dt$ –

```
circle(100+t*50 ,240-ax*25) ,1,2 ,
circle(100+t*50 ,240-ay*25) ,1,3 ,
```

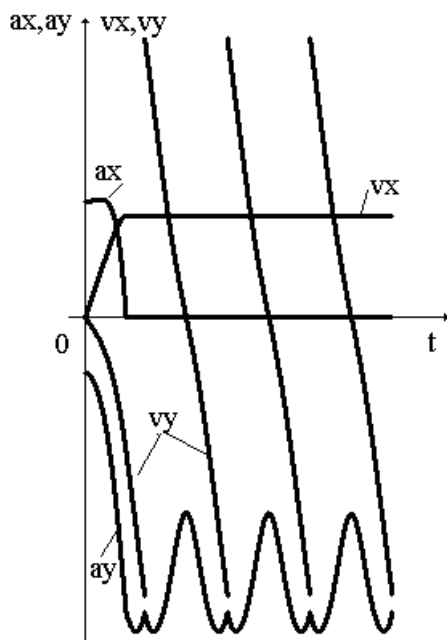


Рисунок 3. Зависимости от времени проекций ускорения и скорости.

на экране получим зависимости проекций ускорения и скорости от времени (рисунок 3).

Удалив из программы вышеприведенные операторы и подставив вместо первых двух операторы

```
circle(100+t*50 ,240-x*50) ,1,7 ,
circle(100+t*50 ,240-y*50) ,1,9 ,
```

получим на экране зависимости координат от времени.

Для наглядного доказательства отрыва стержня от стенки можно рассмотреть зависимость от времени расстояния d от конца стержня до стенки. Это расстояние можно вычислить по формуле $d = x - a \cdot \cos(j)$ (см. рисунок 1), где a – это половина длины стержня, $j = \arccos(y/a)$. В языке программирования Бейсик функцию \arccos можно выразить через функцию \arctg . Поэтому добавив в программу строки

```
fi=atn(y/a/sqr(1-(y/a)^2))
d=x-a*cos(fi)
circle(100+t*50 ,240-d*50) ,1,4 ,
```

получим на экране зависимость d от времени (рисунок 4).

Видно, что в начале падения стержень скользит по стенке (график лежит на оси абсцисс), а затем d возрастает с увеличением времени, причем, отличие от нуля для этой зависимости наступает раньше, чем ордината ЦИ станет равной нулю.

Подробное обсуждение характера этих зависимостей несет на себе отдельную методическую нагрузку. Сопоставление полученных результатов с результатами, полученными, где это возможно, аналитически, позволяет глубже понимать процессы, происходящие в исследуемой системе.

В программе, разработанной с помощью системы программирования Delphi, реализовано анимационное представление процесса (она представлена на диске, прилагаемом к журналу). С помощью нее, например, отрыв стержня от стенки можно просто наблюдать визуально.

Использованный при решении этой задачи метод компьютерного моделирования имеет межпредметный характер, что само по себе является способом создания про-

блемных ситуаций. При использовании его для изучения физических систем обучаемые получают возможность перейти от знаний, полученных от учителя или из учебников в готовом виде, к результатам обобщения собственного исследовательского опыта, то есть обучение не сводится к преподнесению истины в готовом виде, а направлено на овладение способами ее нахождения.

Приведенная формулировка вышеприведенной задачи представляет собой лишь один из возможных вариантов. Аналогичную задачу можно переформулировать для более реальных условий. Например, в случае учета трения о поверхности, по которым скользят концы стержня, и сопротивления воздуха, могут быть получены качественно новые особенности поведения исследуемой системы. В общем, эта задача, а также многие другие могут стать источниками целых семейств исследовательских заданий, решение которых обогатит арсе-

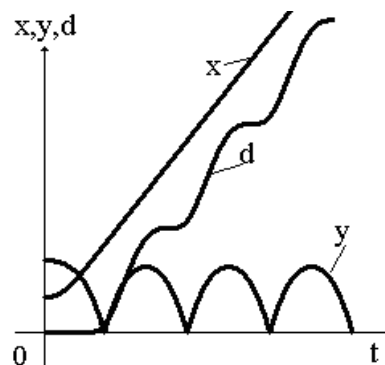


Рисунок 4. Зависимости от времени координат ЦИ и расстояния от левого конца стержня до стенки.

нал знаний учащихся. По мере усложнения моделей для их компьютерной реализации использование языков программирования становится неэффективным. Гораздо удобнее применять системы, специально разработанные для вычислительных экспериментов (например, такие как MatLab) [2].

Литература

1. Бурсиан Э.В. Задачи по физике для компьютера. М.: Просвещение, 1991.
2. Кондратьев А.С., Ляцев А.В. Компьютерное моделирование при изучении физики. Вынужденные колебания нелинейного осциллятора // Компьютерные инструменты в образовании. 2005. № 2. С. 66–71.
3. Кондратьев А.С., Ляцев А.В. Компьютерное моделирование реальных процессов при изучении физики. Как оптимально обогреть дачу // Компьютерные инструменты в образовании. 2005. № 5. С. 21–27.
4. Ольховский И.И. и др. Задачи по теоретической механике для физиков. М.: Издательство МГУ, 1977.
5. Бутиков Е.И., Кондратьев А.С. Физика. Кн. 1: Механика. М.: Наука, 1994.

Трифонов Евгений Дмитриевич,
доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики и астрономии РГПУ им. А.И. Герцена,

Ляцев Александр Викторович,
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой методики обучения физике РГПУ им. А.И. Герцена,

Глазков Василий Валентинович,
кандидат физико-математических наук, докторант кафедры методики обучения физике РГПУ им. А.И. Герцена.



Наши авторы, 2006.
Our authors, 2006.